Leonard Susskind
és
Art Friedman

KVANTUMMECHANIKA

AZ ELMÉLETI MINIMUM

TYPOTEX

Tartalomjegyzék

Előszó

Szüleinknek,
kik mindezt lehetővé tették:
Irene és Benjamin Susskindnek,
George és Trudy Friedmannak

Albert Einsteinről, aki több szempontból is a kvantummechanika egyik szülőatyja volt, köztudott, hogy élete végéig ingadozott, szeresse vagy inkább utálja ezt a diszciplínát. A vitája Niels Bohrral – aki maradéktalanul elfogadta a kvantumelméletet, míg Einstein végig szkeptikus maradt vele szemben – a tudománytörténet egyik leghíresebb pengeváltása. A legtöbb fizikus azon a véleményen volt, hogy a vitában Bohr győzött, Einstein pedig veszített. Az én megítélésem szerint azonban ez a verdikt igazságtalan Einsteinnel szemben, és a fizikusok közül egyre többen jutnak az enyémhez hasonló következtetésre.

Bohr is, Einstein is kifinomult gondolkodású tudós volt. Einstein komoly erőfeszítéseket tett annak érdekében, hogy kimutassa a kvantummechanika belső ellentmondásosságát; Bohrnak azonban sikerült minden ellenvetését megcáfolni. De végső érvként Einstein egy annyira mélyenszántó, hihetetlen, nyugtalanító körülményre mutatott rá, amely a 21. század elején is újra meg újra lenyűgözi az elméleti fizikusokat. Einsteinnek erre az utolsó nagy felfedezésére – *a kvantum-összefonódás*ra – Bohrnak csak egy válasza maradt: Nem venni tudomást róla.

A kvantum-összefonódás jelensége a kvantummechanika kvintesszenciája, ez különbözteti meg olyan gyökeresen ezt az elméletet a klasszikus fizikától. Kétségessé teszi, hogy vajon helyesen értjük-e, mi az, ami a fizikai világképünkben *reális*. A fizikai rendszerekre vonatkozó mindennapos tapasztalataink alapján úgy hisszük, hogy ha egy rendszerről mindent tudunk, ami elvben tudható róla, akkor mindent tudunk a rendszer egyes részeiről is. Ha egy autó állapotát tökéletesen ismerjük, akkor pontos ismereteink vannak a kerekektől kezdve a motoron és a sebességváltón át egészen a kárpitot rögzítő csavarokig. Értelmetlenség lenne, ha a szerelő valami ilyesmit mondana: Mindent tudok az autójáról, de sajnos semmit se tudok mondani a részeiről.

Pontosan ez az, amit Einstein próbált megmagyarázni Bohrnak: A kvantumelmélet megengedi, hogy egy rendszer egészéről mindent tudjunk anélkül, hogy bármit ismernénk a részeiről. De Bohr ezt nem értette. Hozzátehetem, hogy a kvantummechanikáról szóló tankönyvek se vettek róla tudomást több nemzedéken keresztül.

Ma már közhelyszámba megy, hogy a kvantumelmélet furcsa dolgokat állít a világról, de valószínűleg kevesen tudnák pontosan meghatározni, miben is áll a különössége. Ez a könyv technikai jellegű előadásokat tartalmaz a kvantumelméletről, de más, mint a szokásos tankönyvek. A logikai elvekre fókuszál és ahelyett, hogy tompítaná a kvantumelméleti logika különös vonásait, éles megvilágításba helyezi őket.

Az Olvasó bizonyára tudja, hogy ez a könyv annak a sorozatnak a darabja, amely lényegében az Elméleti Minimum címmel megtartott internetes előadásaimat tartalmazza. A társszerzőm, Art Friedman ennek a kurzusnak a hallgatója volt. A könyvnek bizonyára hasznára vált, hogy Art maga is ezekből az előadásokból tanulta a kvantumelméletet, és ezért érzékenyebben reagál a kezdő számára nehezen felfogható momentumokra. A közös könyvírás igazi szórakozás volt számunkra, és munkánk humoros oldaláról is próbáltunk ízelítőt nyújtani az olvasónak. Aki nem vevő rá, nyugodtan átugorhatja ezeket a részleteket.

Leonard Susskind

Amikor számítógép-tudományból megszereztem a mesterfokozatot, még nem sejtettem, hogy néhány év elmúltával újra Leonard fizikaóráinak leszek a látogatója. Az én rövid fizikusi „karrierem" a hároméves alapképzésben szerzett diplomával fejeződött be. A fizika iránti érdeklődésem azonban ezzel nem szűnt meg.

Azt hiszem, sokan vagyunk ilyen helyzetben. Mindenütt lehet találni hozzám hasonlókat, akik komolyan érdeklődnek a fizika iránt, de az élet valamilyen másik irányba sodorta el őket. Hozzánk szól ez a könyv.

A kvantummechanika egy bizonyos szintig tisztán kvalitatív alapokon is felfogható. Az igazi szépsége azonban csak a matematika segítségével válik láthatóvá. Az volt a célunk, hogy ezt a tudományágat hozzáférhetővé tegyük a matematikában járatos

nem fizikus olvasó számára is. Igyekeztünk tisztességes munkát végezni, és remélem, hogy az olvasók is így látják majd.

Egy ilyen vállalkozás nem nélkülözheti a segítőket. Üzleti vonatkozásban a Brockman, Inc. munkatársai segítettek. A Perseus Books gárdája is elsőrangú munkát végzett. Köszönetünket fejezzük ki T. J. Kellehernek, Rachel Kingnek és Tisse Takaginak. Szerencsénk, hogy John Searcy személyében tehetséges olvasószerkesztő gondozta a könyvünket.

Én magam külön is hálás vagyok Leonard több más hallgatójának, akik rendszeresen vetettek föl gondolatébresztő, provokatív kérdéseket az órák utáni ösztönző beszélgetésekben. Rob Colwell, Todd Craig, Monty Frost és John Nash hasznos észrevételeket tettek a kéziratról. Jeremy Branscome és Russ Bryan alaposan átnézték a kéziratot, és több problémára is rámutattak.

Köszönet a családomnak és a barátaimnak a támogatásukért és a biztatásért. Különösen hálás vagyok Hannah lányomnak a különféle ügyekben nyújtott segítségéért.

Szeretett feleségem, Margaret Sloan azon kívül, hogy bátorított, ötleteket adott és a humorral se fukarkodott, az ábrák harmadával, valamint a két Hilbert bár-illusztrációval járult hozzá a könyvhöz. Köszönet, Maggie!

Munkánk kezdetén Leonard az én motivációimat látva megjegyezte, hogy a fizika tanulásának az egyik legjobb módszere az, ha az ember írni próbál róla. Igazából csak most értem, mennyire igaza volt, miután lehetővé tette számomra, hogy erről a gyakorlatban is meggyőződjek. Millió köszönet, Leonard!

Art Friedman

Prológus

Art a sörét mustrálva megszólal:
– Lenny, ne játsszunk le egy parti Einstein–Bohrt?
– Oké, de már elegem van abból, hogy állandóan veszítek. Most te legyél Artstein és én leszek L-Borul. Te kezdesz.
– Rendben. Az első dobásom: Isten nem kockázik. Ha-ha, L-Borul! Már van is egy pontom.
– Csak lassan a testtel, Artstein. Barátocskám, talán bizony nem te voltál az első, aki azt állította, hogy a kvantumelmélet alapjaiban valószínűségi természetű? He-he-he, ez legalább két pontot ér!
– Nos, visszavonom.
– Azt nem lehet!
– De igen!
– De nem!

Kevesen tudják, hogy Einstein „A sugárzás kvantumelmélete” című, 1917-ben publikált cikkében amellett érvelt, hogy a gammasugárzás statisztikus törvényszerűséget követ.

A professzor és a hegedűs a bárban

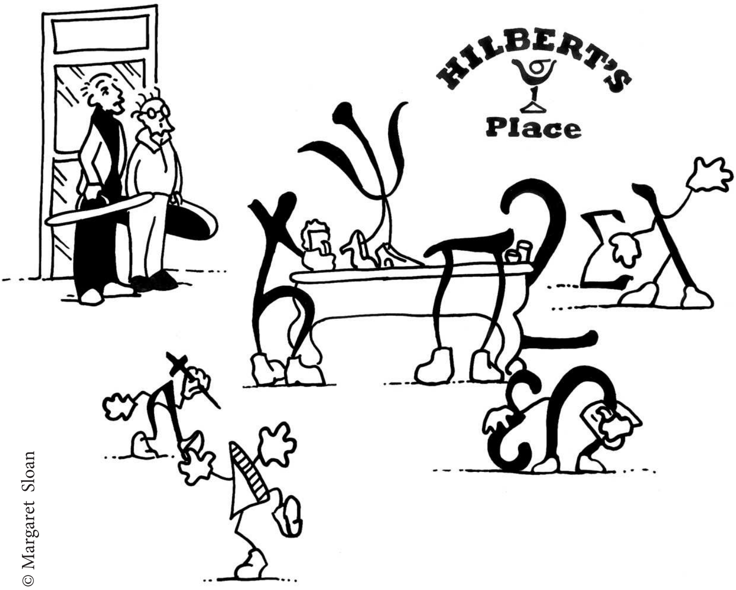
Az első kötetet két fiktív steinbecki figura, Lenny és George beszélgetései tarkították. Az Elméleti minimum jelen kötetének a sztorijait Damon Runyon ihlette, akinek a világa tele van svindlerekkel, illuzionistákkal, mindenfajta torz alakkal és jótét lélekkel, meg persze közönséges népekkel, akiknek el kell tölteniük valamivel a napjukat. A színhely egy közkedvelt csehó, a Hilbert bár.

Ebben a világban lézeng Lenny és Art, két zöldfülű Kaliforniából, miután valamilyen rejtélyes okból lemaradtak az autóbuszukról. Kívánjunk nekik sok szerencsét. Szükségük lesz rá.

Mit hozzanak magukkal?

Nem kell fizikusnak lenniük ahhoz, hogy velünk tartsanak, de jó lenne, ha ismernék a differenciálszámítás és az algebra alapjait. Az első kötet anyagából is kellene tudniuk valamennyit. Az nem nagy baj, ha a matematikai ismereteik berozsdásodtak. Úgyis átismételjük és elmagyarázzuk, különösen a lineáris algebrához tartozó dolgokat. A differenciálszámítás alapjait az első kötetben vettük át.

Ne tévessze meg Önöket az időnkénti viccelődésünk: nem üresfejű olvasókra gondolunk! Az a törekvésünk, hogy nehéz témánkat „olyan egyszerűen magyarázzuk el, ahogy csak lehet, de ennél ne egyszerűbben”, és ebben segítségünkre lehet némi humor. Találkozunk a Hilbert bárban!


HILBERT'S
Place

Bevezetés

A klasszikus fizikában, amely összhangban van az intuícióval, a testek mozgása előre megjósolható. A tapasztalt focista a szálló labda helyzete és sebessége alapján egy szempillantás alatt megállapítja, hova kell futnia, hogy megszerezze. Egy váratlan széllökés persze keresztülhúzhatja a számítását, de csak azért, mert nem vett minden tényezőt figyelembe. Van egy nyilvánvaló magyarázat rá, miért intuitív a klasszikus mechanika: Az emberek és még előttük az állatok folyamatosan alkalmazták a túlélésük biztosítására. A kvantummechanikát azonban a huszadik századnál korábban senki se használta. A kvantummechanika olyan elenyészően kisméretű objektumokat ír le, amelyek teljesen hozzáférhetetlenek az emberi érzékszervek számára. Ez a magyarázata annak, hogy a kvantumvilágra vonatkozóan nem fejlődött ki az intuíciónk. Ezt a világot csak egyetlen módon érthetjük meg: ha a meglévő intuíciónkat felturbózzuk matematikával. Szerencsére valamilyen, nem igazán érthető okból rendelkezünk az ehhez szükséges képességgel.

A klasszikus mechanikát még azelőtt tanuljuk, mielőtt a kvantummechanikával próbálkoznánk, noha a kvantumfizika sokkal alapvetőbb, mint a klasszikus fizika. Jelenlegi ismereteink szerint minden fizikai rendszert a kvantummechanika segítségével kellene tárgyalni, de amikor elég nagy tömegű objektumokról van szó, a kvantummechanika nagyon jól közelíthető a klasszikus mechanikával. A klasszikus mechanika tehát nem több, mint egy approximáció. A logikus az lenne, ha kvantummechanikát tanulnánk először, de nem sok fizikatanár vállalkozna ilyesmire. Ez a kurzus is – az Elméleti Minimum – a klasszikus mechanikával kezdődött. Mégis, az előttünk álló kvantumfizikai előadásoknak csak a vége felé lesz szó klasszikus mechanikáról, miután már elmagyaráztuk a kvantummechanika alapelveit. Valójában ezt érzem helyes eljárásnak nemcsak logikai, hanem pedagógiai szempontból is. Ha így járunk el, akkor nem fenyeget a veszély, hogy azt higgyük: a kvantummechanika igazából nem más, mint néhány új elemmel kiegészített klasszikus mechanika. Mellékesen szólva, technikai szempontból a kvantummechanika határozottan könnyebb, mint a klasszikus mechanika.

A legegyszerűbb klasszikus rendszer – a számítástechnika logikai alapegysége – a kétállapotú rendszer, amelyet nevezhetünk *bit*nek is. Bármivel reprezentálható, aminek csak két állapota van: pénzérmével, amellyel fej-vagy-írást játszhatunk, kapcsolóval, amely lehet kikapcsolt vagy bekapcsolt állapotban, vagy egy olyan apró mágnessel, amelyik vagy csak északi, vagy csak déli irányba mutathat. Nem meglepő – különösen azoknak, akik az 1. kötet első előadását ismerik –, hogy a kétállapotú rendszerek klasszikus elmélete rendkívül egyszerű, sőt igazából unalmas. Ezt a kötetet a kétállapotú rendszer kvantumos válfajával, a *ku-*

*bit*tal kezdjük, amely sokkal érdekesebb, mint klasszikus rokona. Ahhoz, hogy megérthessük, vadonatúj gondolkodásmódra van szükség, amely új logikai alapokon nyugszik.

1. előadás
Rendszerek és kísérletek

Lenny és Art beesnek a Hilbert bárba.

Art: *Mi ez, a Szürkületi zóna epizódja? Vagy egy kísértetház?*

Lenny: *Vegyél nagy lélegzetet! Majd hozzászoksz.*

Art: *Merre van a fölfele?*

1.1. A kvantummechanika nem ugyanaz

Mitől annyira szokatlan a kvantummechanika? Miért olyan nehéz megérteni? Könnyű lenne ráfogni a „kemény matematikára", és talán lenne is benne valami igazság. De ez még nem minden. A klasszikus mechanika és a térelmélet matematikája is nehéz, mégis sok nemfizikus használja őket szakszerűen.

A kvantummechanikában olyan rendkívül kisméretű objektumok viselkedésével foglalkozunk, amelyeknek észleléséhez nekünk embereknek nincsenek megfelelő érzékszerveink. Méreteik alapján ennek a tartománynak a felső határán az egyedi atomok állnak, a vizsgálatok leggyakoribb objektumai pedig az elektronok. *Nincs olyan érzékszervünk, amely alkalmas volna egy elektron mozgásának a megtapasztalásához. A legcélszerűbben akkor járunk el,* *ha az elektront és mozgását mint matematikai absztrakciót próbáljuk megérteni.*

– Na és? – kérdezheti a szkeptikus. – A klasszikus mechanika is dugig van absztrakciókkal. Tömegpont, merev test, inerciarendszer, helykoordináták, impulzus, mező, hullám, és folytathatnánk a sort. Mitől lenne újdonság a matematikai absztrakció?

Ez jó kérdés, a klasszikus- és a kvantumvilág tele van fontos elemekkel, amelyek mindkettőben közösek. A kvantummechanikának azonban van két megkülönböztető vonása:

1. *Az absztrakciók különbözősége.* A kvantumfizikai absztrakciók fundamentális módon különböznek a klasszikusoktól. Látni fogjuk például, hogy a kvantummechanikai állapot fogalma elvileg különbözik klasszikus megfelelőjétől. Az állapotokat a két esetben különböző matematikai objektumok reprezentálják, amelyeknek a logikai struktúrája is eltér egymástól.

2. *Állapotok és mérések.* A klasszikus világban egy rendszer állapota és a rendszeren végzett mérések eredménye között a kapcsolat a lehető legközvetlenebb, valójában triviális. Ugyanazok a mennyiségek vonatkoznak egy rendszer állapotára, mint amelyek a rendszeren elvégzett mérés eredményét is jellemzik (például egy részecske helye és impulzusa). Ez azt is jelenti, hogy egy rendszer állapotának a meghatározásához mérést kell végezni rajta. A kvantumvilágban nem így van. Az állapot és a mérés két különböző dolog, a közöttük lévő viszony szubtilis és absztrakt.

Ezek a problémák alapvetőek, újra és újra szembetalálkozunk majd velük.

1.2. Spinek és kubitok

A spin a részecskefizikában használt fogalom. A térbeli helyzetükön kívül a részecskéknek más tulajdonságaik is vannak. Ilyen például az elektromos töltés és a tömeg, amely vagy van nekik, vagy nincs. Egy elektron más, mint egy kvark vagy egy neutrínó. De még egy adott típusú részecskét, mondjuk egy elektront sem határoz meg csupán a helyzete. Az elektronnak van még egy további szabadsági foka is, a *spin*je. A spin naiv felfogása egy valamilyen irányba mutató apró nyíl, de ez a kép túlontúl klasszikus ahhoz, hogy a valóságról számot adjon. Egy elektron spinje a lehető legkvantummechanikaibb tulajdonság, és minden kísérlet, hogy klasszikus módon szemléljük, alaposan elvéti a célt.

Megtehetjük és a továbbiakban meg is tesszük, hogy a tárgyalásunkat – az elektrontól elvonatkoztatva – egy absztrakt spinfogalomra, a kvantumspinre alapozzuk. Ez egy olyan rendszer, amelyet érdemes önmagáért tanulmányozni. Az elektron térbeli mozgásától leválasztott kvantumspin ugyanis a létező legegyszerűbb és egyben a lehető leginkább kvantumos természetű objektum.

Az izolált kvantumspin a kubitoknak – kvantumbiteknek – nevezett egyszerű rendszerek általános osztályába tartozik, és a kvantumok világában ugyanolyan szerepet tölt be, mint a logikai bit a számítógépünk állapotának a meghatározásában. Nagyon sok rendszer – lehet, hogy bármelyik – megkonstruálható kubitok megfelelő kombinálásával. Ezért, amikor a kubitokkal foglalkozunk, valójában sokkal szélesebb körű ismeretekre teszünk szert.

1.3. Egy kísérlet

A programunk megvalósítását a lehető legegyszerűbb példával kezdjük. Az első kötet első előadásának a legelején egy nagyon egyszerű determinisztikus rendszert vizsgáltunk: a pénzérmét, amely fejet (*H*), vagy írást (*T*) mutathat. Ezt kétállapotú rendszernek vagy bitnek nevezzük, amelynek a két lehetséges állapota *H* és *T*. A formalizálás érdekében definiáljuk a σ „szabadsági fokot”, amely a +1 és a -1 értéket veheti fel. A *H* állapot lesz a

$$\sigma = +1,$$

a *T* pedig a

$$\sigma = -1.$$

Klasszikusan az állapotok teréről nem is lehet többet mondani. A rendszer vagy a $\sigma = +1$, vagy a $\sigma = -1$ állapotban lehet, köztes lehetőség nem létezik. A kvantummechanikában egy ilyen rendszert kubitnak fogunk tekinteni.

Az első kötetben diszkutáltuk az egyszerű evolúciós törvényeket is, amelyek megszabják az állapot megváltozását két időpillanat között. A legegyszerűbb törvény az, hogy semmi se történik. Ebben az esetben az egyik diszkrét pillanatról (n) a következőre ($n + 1$) történő lépés evolúciós törvénye

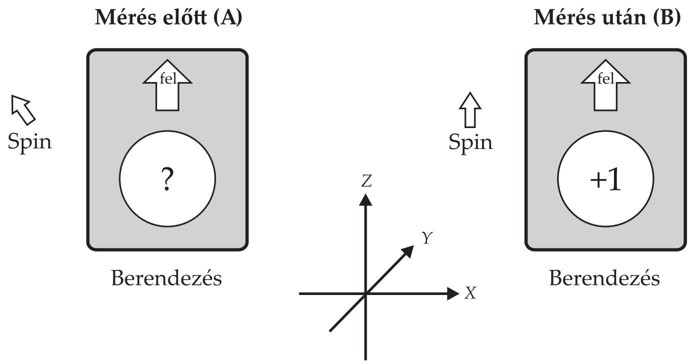
$$\sigma(n + 1) = \sigma(n). \tag{1.1}$$

Itt rá kell mutatnunk egy hallgatólagos feltevésre, amely az első kötetben rejtve maradt. Egy kísérlethez valójában több kell, mint csupán a vizsgált rendszer. Szükséges egy olyan $\mathcal{A}$ mérőberendezés (apparátus) is, amely elvégzi a mérést, és tárolja a megfigyelés eredményét. A kétállapotú rendszer esetében a berendezés kölcsönhatásba lép a rendszerrel (a spinnel), és eltárolja a mérés eredményét, σ-t. A berendezést fekete doboznak[1] tekinthetjük, amelyen egy kijelző mutatja a regisztrált állapotot. A berendezésen nyíl mutatja, merre van a „felfele”. Ez a nyíl azért fontos, mert rögzíti a berendezés térbeli orientációját, ami befolyással van a mérés eredményére. Mutasson a nyíl először a z-tengely irányába (1.1. ábra). Kezdetben nem tudjuk, hogy a $\sigma = +1$ és a $\sigma = -1$ lehetőségek közül melyik áll fenn. A kísérlet célja a σ értékének a kiderítése.

A berendezés és a spin kölcsönhatása előtt a kijelző üres (az ábrán ezt kérdőjel mutatja). A σ megmérése után a kijelzőn $+1$ vagy -1 jelenik meg. A berendezésre ránézve leolvassuk σ értékét. Ez az eljárás egészében véve egy nagyon egyszerű kísérlet a σ értékének a meghatározására.

Miután megmértük σ-t, nullázzuk le a berendezést, és a spin és megzavarása nélkül mérjük újra az értékét. Ha az (1.1) egyenlet érvényes, ugyanazt az eredményt kell kapnunk, mint először. A $\sigma = +1$ eredményt $\sigma = +1$ követi, és hasonló a helyzet a $\sigma = -1$ végeredménnyel. Ez fog ismétlődni, akárhányszor ismételjük is meg a mérést, ami örvendetes dolog, mivel lehetővé teszi a korábbi mérési eredmény megerősítését. Ezt a következte-

[1] A „fekete doboz”elnevezés arra utal, hogy semmit se tudunk arról, mi van a berendezésen belül, és hogyan működik. De az biztos, hogy macska nincs benne.

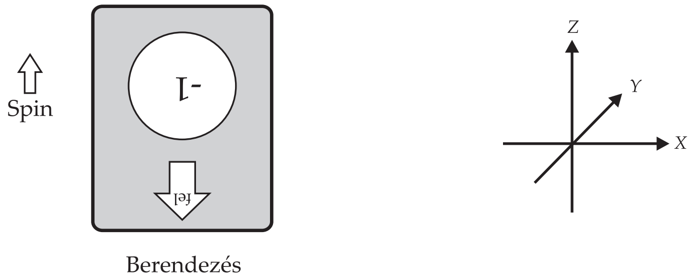


1.1. ábra: (A) A spin és a macskát nem tartalmazó berendezés a mérés előtt. (B) A spin és a berendezés a $\sigma = +1$-re vezető mérés után. A spin most a $\sigma = +1$ helyzetbe van beállítva. Ha a spint nem perturbáljuk, és a berendezés orientációját változatlanul hagyjuk, a megismételt mérések ugyanerre az eredményre vezetnek. A koordinátatengelyek mutatják a térirányok jelölési konvencióját

tést így is megfogalmazhatjuk: Az első kölcsönhatás az $\mathcal{A}$ berendezéssel a két lehetséges állapot egyikébe *állítja be* (vagy másképpen, az egyik állapotban *preparálja*) a rendszert. A további mérések *megerősítik*, hogy a rendszer tényleg ebben az állapotban van. Eddig a pontig nincs különbség a klasszikus és a kvantumfizika között.

Csináljunk most valami mást. Miután a spint az $\mathcal{A}$ segítségével elvégzett mérés útján preparáltuk, fordítsuk a berendezést fejjel lefelé, és mérjük újra σ-t (1.2. ábra). Azt fogjuk találni, hogy ha eredetileg $\sigma = +1$-t állítottunk be, akkor a lefele fordított berendezéssel $\sigma = -1$ értéket mérünk. Hasonlóan, amikor a berendezés megfordítása előtt $\sigma = -1$ volt a preparálás eredménye, akkor utána a mérés $\sigma = +1$ eredményre vezet. Röviden:

A 180°-kal elfordított berendezés

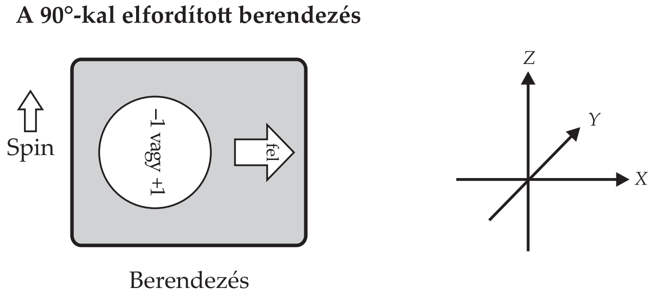


1.2. ábra: A berendezést megfordították a korábban mért spin megzavarása nélkül. Az új mérés eredménye $\sigma = -1$

a berendezés megfordítása a σ előjelének a megváltozásával jár. Ezek a mérési eredmények azt mutatják, hogy a σ szabadsági fok valamilyen módon összefügg a térbeli irányítottsággal. Ha például σ valamilyen irányított vektor volna, akkor nem lenne meglepő, hogy a mérőberendezést ellenkező irányba beállítva ellenkező előjelű mérési eredményt kapnánk. Ezt úgy magyarázhatnánk, hogy a berendezéssel a vektornak azt a komponensét mérjük, amelyet a berendezés jelöl ki. De vajon érvényes marad-e ez a magyarázat, amikor a berendezést tetszőleges módon orientáljuk?

Ha a spin tényleg vektor, akkor természetes dolog három σ_x, σ_y, σ_z komponenst tulajdonítani neki. Amikor a berendezés által kijelölt irány függőlegesen felfele mutat, akkor a σ_z komponens mérésére alkalmas.

Eddig még mindig nincs különbség a klasszikus és a kvantumfizika között. A problémák akkor kezdenek jelentkezni, amikor a berendezést a z-tengelyhez képest valamilyen más szög-



1.3. ábra: A 90°-kal elfordított berendezés. A mérés eredménye 50%-os valószínűséggel $\sigma_x = -1$

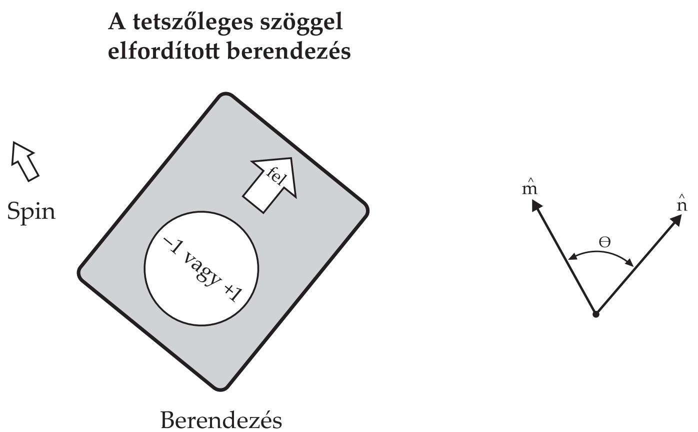
ben, mondjuk $\pi/2$ radiánban (90°-ban) állítjuk be. Kezdetben a berendezés függőlegesen állt (a nyíl rajta z-irányba mutatott), és a spint a $\sigma_z = +1$ állapotban preparáltuk. Ezt követően az $\mathcal{A}$-t elfordítjuk úgy, hogy a nyíl legyen x-irányú (1.3. ábra). Ezután végezzük el a mérést, amely várakozásunk szerint a spin σ_x komponensét fogja megadni.

Ha a σ tényleg egy vektorra vonatkozna, amely felfele mutat, akkor nulla eredményt kellene kapnunk. Miért? Azért, mert kiinduláskor igazoltuk, hogy σ a z irányba mutat, ezért az x-komponensének nullának kell lennie. De amikor megmérjük σ_x-t, meglepő eredményt kapunk: $\sigma_x = 0$ helyett vagy $\sigma_x = +1$-et vagy $\sigma_x = -1$-et fog mutatni a berendezésünk. Az $\mathcal{A}$ nagyon makacsnak bizonyul: Akármilyen irányba orientáljuk is, csak $\sigma = \pm 1$-t hajlandó mutatni. Ha a spin tényleg vektor lenne, nagyon különös tulajdonságokkal kellene rendelkeznie.

De az, amit találunk, nagyon figyelemreméltó. Tegyük fel, hogy az eljárásunkat sokszor megismételjük, mindannyiszor pontosan ugyanazon recept szerint:

- Az $\mathcal{A}$-t z irányba állítva a rendszert $\sigma = +1$ helyzetben preparáljuk.
- A berendezést x irányba fordítjuk.
- Megmérjük σ-t.

Egy ilyen kísérletsorozat plusz 1-ek és mínusz 1-ek véletlen sorozatát generálja. Egy kellően nagy szériában azt fogjuk tapasztalni, hogy a $\sigma = +1$-ek és a $\sigma = -1$-ek száma a statisztikus hibán belül megegyezik egymással. Más szavakkal ez annyit jelent, hogy a σ-k átlagértéke zérus. A klasszikus eredmény helyett, amely szerint σ x irányú értéke nulla, azt találjuk, hogy *sok megismételt mérés átlagértéke* az, ami zérus.



1.4. ábra: A berendezés tetszőleges szögben el van fordítva az $x - z$ síkban. A mérési eredmények átlaga $\hat{n} \cdot \hat{m}$

Ismételjük meg most az előbbi eljárásunkat azzal a különbséggel, hogy $\mathcal{A}$-t nem az x-tengely, hanem valamilyen tetszőleges $\hat{n}$ egységvektor[2] által meghatározott irányba fordítjuk el. Ha σ klasszikus vektor volna, akkor a kísérlet a σ $\hat{n}$ irányú vetületét adná eredményül. Vagyis ha az $\hat{n}$ irány ϑ szöget zár be a z-tengellyel, akkor $\sigma = \cos\vartheta$ mérési eredményt kellene kapnunk. De ahogy már bizonyára sejtik, ahányszor csak elvégezzük a kísérletet, mindig vagy $\sigma = +1$, vagy $\sigma = -1$ az eredménye. A két kimenetel eloszlása azonban olyan, hogy az átlagérték $\cos\vartheta$-val egyenlő.

Ezt a helyzetet általánosabban is megfogalmazhatjuk. Nem kell feltétlenül z irányba orientált $\mathcal{A}$-ból kiindulnunk. A berendezésen látható nyíl kezdetben mutasson valamilyen tetszőleges $\hat{m}$ irányba. Preparáljuk a spint úgy, hogy a kijelző mutasson $+1$-et, majd a spin megzavarása nélkül fordítsuk a berendezést $\hat{n}$ irányba, ahogy az 1.4. ábrán látható. Ha ezután a spinen elvégezzük a mérést, ± 1 valamelyikét kapjuk, és az egész procedúrát sokszor megismételve a mérési eredmények átlaga az $\hat{n}$ és a $\hat{m}$ közötti szög koszinuszával, vagyis $\hat{n} \cdot \hat{m}$-mel lesz egyenlő.

A kvantummechanikában egy Q mennyiség átlagát többnyire Dirac jelölésmódját követve $\langle Q \rangle$-val jelölik (*Dirac bracket*). Az eddig tárgyalt kísérletek végeredményét így foglalhatjuk össze: Ha $\hat{m}$ irányú berendezéssel a spint $\sigma = +1$-nek észleljük, majd $\hat{n}$ irányba fordított berendezéssel új mérést végzünk el, akkor statisztikailag a

$$\langle \sigma \rangle = \hat{n} \cdot \hat{m}$$

eredményt kapjuk.

A kvantummechanikai rendszerek tehát nem determinisztikusak – a mérés kimenetele lehet statisztikailag véletlenszerű, –

[2] Az egységvektorokat a vektor jelére tett „kalappal” jelöljük.

de ha a mérést sokszor megismételjük, az átlagértékek, legalább is egy pontig, a klasszikus fizika elvárásainak felelnek meg.

1.4. Minden mérés durva

Minden mérési aktusban valamilyen külső objektum – a mérőberendezés – lép kölcsönhatásba a vizsgált rendszerrel annak érdekében, hogy az eljárás eredményes legyen. Ebben az értelemben minden mérés invazív beavatkozás. Ez így van mind a klasszikus, mind a kvantumfizikában, de csak ez utóbbiban válik nagy ügy belőle. Milyen okból? Klasszikusan egy ideális mérőberendezés elhanyagolhatóan kis hatást gyakorol a mérés objektumára. Egy klasszikus mérés annak ellenére, hogy lehet nagyon kíméletes beavatkozás, mégis képes tetszőlegesen pontos és reprodukálható végeredményt szolgáltatni. Egy nyíl irányát például meg lehet határozni az általa visszavert fény alapján, ha azt képpé fókuszáljuk. Jó minőségű kép létrehozásához természetesen elegendően rövid hulláhosszú fényre van szükség, de a klasszikus fizika megengedi, hogy nagyon gyenge fénynyalábot használjunk. Vagyis a fényenergia lehet tetszőlegesen kicsi.

A kvantummechanikában gyökeresen más helyzetben vagyunk. *Bármely* kölcsönhatás, amely elég intenzív ahhoz, hogy a rendszer valamilyen tulajdonságát meg lehessen vele mérni, bizonyosan elég erős ahhoz is, hogy más tulajdonságait viszont megváltoztassa. Vagyis egy kvantumrendszerről lehetetlen bármit is megtudni anélkül, hogy ezzel valamilyen tulajdonságát meg ne változtatnánk.

Jól látható ez a σ spin és az $\mathcal{A}$ apparátus példáján. Legyen először $\sigma = +1$ a z irányban. Amikor $\mathcal{A}$-val megismételjük a σ z