AZ ELMÉLETI MINIMUM

Leonard Susskind
és
George Hrabovsky

AZ ELMÉLETI MINIMUM

KLASSZIKUS MECHANIKA

AMIT A FIZIKÁHOZ TUDNI KELL

TYPOTEX

A könyv a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

A fordítás a következő kiadás alapján készült:
The Theoretical Minimum:
What You Need to Know to Start Doing Physics.
Basic Books, A Member of the Perseus Books Group, New York, 2013

ISBN 978 963 279 318 4

Témakör: *fizika*

Kedves Olvasó!
Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!

Újabb kiadványainkról és akcióinkról
a *www.typotex.hu* és a *facebook.com/typotexkiado*
oldalakon értesülhet.

Kiadja a Typotex Elektronikus Kiadó Kft.
Felelős vezető: Votisky Zsuzsa
A kötetet gondozta: Gerner József
Borítóterv: Jeney Szilvia Violetta
Nyomás: Séd Nyomda Kft.
Felelős vezető: Katona Szilvia

Tartalom

Előszó

Mindig boldog voltam, ha fizikát magyarázhattam. Számomra ez sokkal több, mint szimpla tanítás: valójában a gondolkodás egyik formája. Még akkor is dialógusok peregnek a fejemben, amikor kutatással foglalkozom az íróasztalomnál. Én ugyanis akkor értek meg igazán valamit, amikor rájövök, hogyan lehet azt világosan elmagyarázni.

Úgy tíz évvel ezelőtt megkérdezték tőlem, nem lenne-e kedvem előadásokat tartani laikus érdeklődők számára. Az a helyzet ugyanis, hogy a stanfordi régióban nagy számban találni olyanokat, akik szívesen tanultak volna fizikát, de az életük másképp alakult. A legkülönfélébb foglalkozásoknál kötöttek ki, de nem veszítették el egykori komoly érdeklődésüket a fizikai világ törvényszerűségei iránt. Most, egy vagy akár két hivatással a tarsolyukban, újból nekiveselkednének, legalább a köznapi ismeretek szintjén.

Sajnos azonban az ilyen embereknek nem sok lehetőségük volt olyan kurzust találni, amely kielégítené igényeiket. Más egyetemekhez hasonlóan Stanfordban sem járhatnak be kívülállók az egyetemi előadásokra, és egy meglett ember számára rendes hallgatóként újra beülni az iskolapadba nem járható út. Ez a probléma elgondolkoztatott. Meg kellett találni a módját, hogy az ilyen emberek is kapcsolatba kerülhessenek aktív kutatókkal, még ha erre nem is létezett megfelelő szervezeti forma.

Ezért találtam ki a Stanford Felnőttképzési Programot (Stanford's Continuing Studies. Ez a program a helyi laikus közönség számára kínál előadássorozatokat. Úgy gondoltam, ez nemcsak az ő igényeiket elégíti ki, hanem az enyémet is, amennyiben lenne hallgatóságom, akinek fizikát magyarázhatok. Arra számítottam, hogy kifejezetten élvezetes foglalatosság lesz számomra modern fizikát magyarázni laikus érdeklődőknek – legalábbis egy egyetemi félév tartamára.

Élvezetes is volt. Másfajta kielégülést nyújtott, mint az alap- és a mesterképzésben folyó oktatás. Hallgatóságomnak egyetlen célja volt. Nem a kreditpont, nem a tudományos fokozat és nem is az eredményes vizsga, hanem egyes-egyedül a tanulás, a kíváncsiságuk kielégítése. Hamar otthon érezték magukat, nem fukarkodtak a kérdésekkel, és az órák olyan élénk legkörben folytak, amilyet ritkán lehet az egyetemi előadásokon tapasztalni. Elhatároztam, hogy másodszor is megtartom a kurzust. Aztán újra meg újra felvállaltam.

Egy idő után azonban világossá vált számomra, hogy a hallgatóim nem elégedettek maradéktalanul azzal a laikusokra szabott előadásmóddal, amivel kezdetben próbálkoztam. Többre vágytak, mint amit például a *Scientific American*[1] nyújt a számukra. A többségük rendelkezett valamilyen háttértudással, voltak emlékeik a fizikából, berozsdásodott, de nem teljesen használhatatlan ismereteik a matematikai analízisből, és rendelkeztek

[1] Az USA-ban megjelenő népszerű tudományos folyóirat. – *(A fordító)*

bizonyos tapasztalattal technikai jellegű problémák megoldásában. Készek voltak a valóságos jelenségeket egyenletek segítségével is megpróbálni megérteni. Mindennek több egymást követő előadás-sorozat lett a következménye, amelyek azt célozták, hogy ezeket a hallgatókat egészen a modern fizika és kozmológia frontvonaláig elkalauzolják.

Szerencsére valakinek (nem nekem) eszébe jutott, hogy videóra is lehet venni az órákat. Ma már fent vannak az interneten és minden jel szerint rendkívül népszerűek: nem Stanford az egyedüli hely, ahol vannak fizikai ismeretekre éhes polgárok. E-mailek ezreit kapom a világ minden részéből. Az egyik leggyakoribb kérdés az, hogy lesz-e valamikor könyv is ezekből az előadásokból. A válasz *Az elméleti minimum*.

Az „elméleti minimum” elnevezés nem az én találmányom. A nagy orosz fizikustól, Lev Landautól ered. Oroszországban az EM azt a tudást jelentette, ami ahhoz kellett, hogy valaki Landau munkatársa lehessen. Landau rendkívül igényes ember volt. Felfogása szerint az elméleti minimumba szinte minden beletartozott, amit ő tudott, de erre persze rajta kívül más aligha lehetett képes.

Én az elnevezést másként használom. Elméleti minimumon azt a tudást értem, amely ahhoz szükséges, hogy egy szinttel följebb lehessen lépni. Nem vastag enciklopédikus kézikönyvekre gondolok, amelyekben minden megvan, hanem vékony kötetekre, amelyek minden fontos dolgot megmagyaráznak. E könyvecskék szorosan követik az internetről letölthető előadásokat.

Nos hát, üdvözlöm Önöket *Az elméleti minimum – Klasszikus mechanika* kurzuson, és szerencsét kívánok hozzá!
Leonard Susskind
Stanford, Kalifornia, 2012. július

Tizenegy éves koromban – úgy negyven évvel ezelőtt – magam kezdtem el matematikát és fizikát tanulni. Azóta sok minden történt – egyike vagyok azoknak, akiknek az élete mellékvágányra futott. De azért elég sok ismeretet szedtem össze matematikából is, fizikából is. Noha megrendelésre végzett kutatásokból élek, nem törekedtem tudományos fokozat megszerzésére.

Számomra ez a történet egy e-maillel kezdődött. Miután az interneten megnéztem azokat az előadásokat, amelyek ennek a könyvnek az alapját képezik, e-mailben megkérdeztem Leonard Susskindtól, nem szándékozik-e az előadásokat könyv formájában is megjelentetni. A dolog elindult, és most itt tartunk.

Nem illeszthettünk be a könyvbe mindent, amit szerettünk volna, ha nem akartunk *Az elméleti minimum – Klasszikus mechanika* helyett egy *Nagy, vastag mechanikát* írni. Erre való az internet: Legyen elég sávszélességünk ahhoz, hogy a képernyőn mindent megjeleníthessünk, ami másutt nem fér el. További anyagokat a *http://www.madscitech.org/tm/* címen lehet találni (angolul). Itt vannak összegyűjtve a feladatok megoldásai, különféle demonstrációk és azok a fejezetek, amelyek nem fértek bele a könyvbe.

Nagyon remélem, hogy a könyvet ugyanolyan élvezettel lehet majd olvasni, amilyen élvezettel írtuk.
George Hrabovsky
Madison, Wisconsin, 2012. július

1. előadás:
A klasszikus fizika természete

Valahol Steinbeck szülőföldjén két fáradt vándor üldögél az út szélén. Lenny[2] az ujjaival fésülgeti a szakállát, aztán megszólal: George, mondj nekem valamit a fizika törvényeiről! George a földet bámulja egy ideig, végül a szemüvege fölött Lennyre mereszti a szemét: Rendben, Lenny, de csak a minimumot.

Mit nevezünk klasszikus fizikának?

Klasszikus fizikának a kvantummechanika megszületése előtti fizikát hívjuk. A tömegpontok mozgását leíró Newton-egyenletek, az elektromágneses mező Maxwell–Faraday-elmélete, Einstein általános relativitáselmélete – ezek mind a klasszikus fizikához tartoznak. De a klasszikus fizika több, mint speciális jelenségekre vonatkozó speciális elméletek gyűjteménye: Meghatározott logikai alapot biztosító elveknek és szabályoknak olyan jelenségekre vonatkozó összesége, amelyekben a kvantum-bizonytalanság szerepe elhanyagolható. Ezeket az általános szabályokat nevezzük *klasszikus mechanikának*.

[2] A Leonard keresztnév becézett alakja. – *(A fordító)*

A klasszikus mechanika feladata a jövő prognosztizálása. Pierre-Simon Laplace, a nagy tizennyolcadik századi fizikus ezekben a sokat idézett sorokban így fogalmazta ezt meg:

> *Az univerzum pillanatnyi állapotát a múltbeli állapot következményének, és a jövőbeni állapot okának tekinthetjük. Egy olyan intellektus, amely egy adott pillanatban ismerné a természetet mozgásban tartó összes erőt és az azt alkotó összes test helyzetét, valamint képes lenne arra is, hogy ezeket az adatokat analizálja, egyetlen formulában foglalhatná össze az univerzum leghatalmasabb égitesteinek és a legparányibb atomnak a mozgását; egy ilyen intellektus nem ismerne semmiféle bizonytalanságot, a jövő ugyanolyan tisztán állna előtte, mint a múlt.*

Ha ismerjük egy rendszer állapotát egy adott pillanatban, és rendelkezésünkre állnak azok az egyenletek is, amelyek meghatározzák a változását, akkor megjósolhatjuk a jövőbeli állapotát. Ezt értjük azon, hogy a klasszikus fizika törvényei *determinisztikusak*. Ha ugyanezt elmondhatjuk úgy is, hogy a jövőt és a múltat felcseréljük egymással, akkor az egyenleteink a múltra vonatkozóan is tartalmaznak minden információt. Az ilyen rendszereket *reverzibiliseknek* hívjuk.

Egyszerű dinamikai rendszerek és állapotterek

Különféle objektumok – részecskék, mezők, hullámok vagy bármi egyéb – összeségét *rendszernek* nevezzük. Ha a rendszer maga a teljes univerzum, vagy annyira izolálva van, hogy a mozgása olyan, mintha rajta kívül nem létezne semmi más, akkor *zártnak* hívjuk.

1. Feladat: Minthogy ennek a fogalomnak rendkívül nagy jelentősége van az elméleti fizikában, gondolkozzon el a zárt rendszer fogalmáról és arról, hogy létezhet-e ilyen rendszer a valóságban. Milyen hallgatólagos feltevéseket teszünk, amikor egy rendszert zártnak nyilvánítunk? Mit nevezünk nyitott rendszernek?

A következőkben néhány nagyon egyszerű zárt rendszert fogunk analizálni annak érdekében, hogy világosabbá tegyük a determinisztikus és a reverzibilis rendszer fogalmát. A példáink sokkal egyszerűbbek, mint a fizikában vizsgált objektumok, de olyan törvényeknek tesznek eleget, amelyek kezdetleges formájuk ellenére hasonlítanak a klasszikus mechanika törvényeire. Első példánk annyira egyszerű, hogy teljesen nyilvánvaló. Képzeljünk el egy olyan absztrakt dolgot, amelyiknek csak egy állapota van. Ez lehet például egy pénzérme, amelyik oda van ragasztva az asztal lapjához – mindig a fej van felül. A fizikus szaknyelvben azoknak az állapotoknak az összeségét, amelyeket egy rendszer elfoglalhat, a rendszer *állapotterének* hívják. Az állapottérnek nincs köze a tér szokásos fogalmához, hanem egy matematikai értelemben vett halmaz, amelynek az elemei a rendszer lehetséges állapotainak a megjelölésére szolgálnak. Konkrét példánkban az állapottér egyetlen pontból áll, amelyet Fejnek nevezhetünk és H-val fogjuk rövidíteni[3]. Ennek a rendszernek a jövőjét nagyon egyszerű megjósolni: Sohasem történik semmi, és minden megfigyelés H-t ad eredményül.

Egy fokkal bonyolultabb példa egy olyan rendszer, amelynek az állapottere két pontot tartalmaz; ez egy olyan absztrakt objektum, amelynek két lehetséges állapota van. Újra elképzelhetünk egy pénzérmét, amely azonban most mutathatja bármelyik oldalát – akár a fejet, akár az írást, amelyeket H-val és T-vel jelölünk (ld. az 1. ábrát).

1. ábra: Két állapotot tartalmazó állapottér

A klasszikus mechanikában feltételezzük, hogy a rendszerek időbeli fejlődése sima, nincsenek benne ugrások, megszakítások. Ezt *folytonos* viselkedésnek nevezzük. A fej és az írás között nyilván nem ilyen folytonos az átmenet. Az ehhez hasonló esetekben a mozgás szükségképpen diszkrét ugrásokból áll. Tegyük hát fel, hogy maga az idő is diszkrét lépésekben halad, amelyekhez egész számokat rendelhetünk. Az olyan világot, amelynek az időbeli fejlődése diszkrét, *sztroboszkópikusnak* hívjuk.

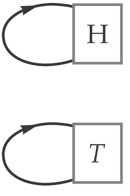
Azokra a rendszerekre, amelyek az időben változnak, a *dinamikai rendszer* elnevezést használjuk. Egy dinamikai rendszer az

[3] A „fej vagy írás!” kifejezés angolul „heads or tails!”. – *(A fordító)*

állapotterén kívül még valami mást is magában foglal: a *mozgástörvényt* vagy – más néven – *dinamikát*. Ez egy szabály, amely meghatározza, hogy egy rendszer adott állapota után milyen állapot lesz a következő.

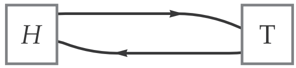
Egy nagyon egyszerű dinamikai törvény például az, hogy bármi legyen az állapot az adott pillanatban, a következőben is ugyanaz marad. Ilyen törvény mellett a kétállapotú rendszerünknek mindössze kétfajta története lehet: $H\ H\ H\ H\ H\ H\ldots$, vagy $T\ T\ T\ T\ T\ T\ldots$.

Egy másik lehetséges dinamikai törvény az, hogy bármelyik állapotban van is a rendszer az adott pillanatban, a következőben a másik állapotban lesz. A két törvényt diagrammon is lehet ábrázolni. A 2. ábra az első törvényt szemlélteti, amelyen a nyíl H-ból H-ba, T-ből T-be mutat. A jövőt nagyon egyszerű előre látni: Ha H-val indulunk, a rendszer a H-ban marad, ha pedig a T-vel, akkor mindig T-ben fogjuk találni.



2. ábra: A kétállapotú rendszer egy lehetséges dinamikája

A másik dinamikai törvény diagramja a 3. ábrán látható, amelyen a nyilak H-ból T-be, és T-ből H-ba mutatnak. A jövő megint megjósolható. Ha mondjuk H-val kezdünk, akkor a történet $H\ T\ H\ T\ H\ T\ H\ T\ldots$ lesz. Ha pedig T-vel, akkor $T\ H\ T\ H\ T\ H\ T\ H\ldots$



3. ábra: A kétállapotú rendszer másik dinamikai törvénye

Ezeket a dinamikai törvényeket egyenletekkel is leírhatjuk. A rendszereket jellemző változókat *szabadsági fokoknak* hívjuk. A példabeli pénzérmének egyetlen szabadsági foka van, amelyet a görög σ-val fogunk jelölni. A szigmának két lehetséges értéke van, $\sigma = 1$ és $\sigma = -1$, amelyek H-nak és T-nek felelnek meg. Ahhoz, hogy az időt is kezelni tudjuk, bevezetünk egy újabb szimbólumot. Amikor az időben folytonosan végbemenő fejlődést vizsgálunk, az időt t-vel jelöljük. A példánkban azonban az idő diszkrét lépésekben nő, ilyenkor az n jelölést használjuk rá. Az n-beli állapotot a $\sigma(n)$ összetett szimbólum mutatja, amely rögzíti σ-t az n pillanatban.

Írjuk fel a két törvénynek megfelelő időbeli fejlődést egyenlet formájában! Az első törvény szerint sohasem történik változás. Egyenlettel ez így fejezhető ki:

$$\sigma(n+1) = \sigma(n).$$

Vagyis akármi volt σ értéke az n-ik lépésben, ugyanez marad az állapota a következő lépésben is.

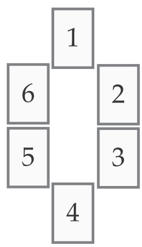
A második evolúciós egyenlet a következő:

$$\sigma(n+1) = -\sigma(n),$$

mert az állapot minden lépésben az ellenkezőjére vált át.

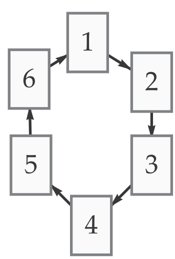
Ezek a törvények determinisztikusak, mivel a jövőbeli viselkedést a kezdeti állapot egyértelműen meghatározza. A klasszikus mechanika összes alaptörvénye determinisztikus.

Érdekesebb rendszert kapunk, ha az állapotok számát megnöveljük. A pénzérme helyett használhatunk például játékkockát, amelynek hat lehetséges állapota van (ld. a 4. ábrát).



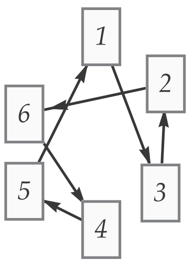
4. ábra: A 6 állapotú rendszer

A lehetséges törvények száma ebben a példában sokkal nagyobb, és szavakkal is, egyenletekkel is nehezebb leírni őket. A legegyszerűbb lehetőséget az 5. ábra mutatja, amely szerint ha



5. ábra: Az 1. Dinamikai Törvény

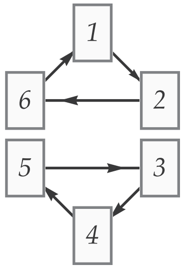
az n-edik pillanatban ismerjük a rendszer állapotának megfelelő pontszámot a kockán, a következő $n+1$-edik pillanatban az állapot eggyel nagyobb pontszámnak felel meg. Ez a törvény mindaddig jól működik, amíg a 6-ot el nem érjük; az ábra ekkor azt jelzi, hogy vissza kell lépni az 1-re, és újra kell kezdeni a lépegetést fölfele. Az ilyen végtelen sokszor ismétlődő mintázatot *ciklusnak* hívjuk. Amikor például a kezdőállapot a 3, a történet $3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, \ldots$. A továbbiakban ezt a mintázatot 1. Dinamikai Törvénynek fogjuk nevezni.



6. ábra: A 2. Dinamikai Törvény

A 6. ábrán egy másik törvény, a 2. Dinamikai Törvény látható. Némileg zavarosabban néz ki, mint az előző eset, de logikailag nem különbözik tőle: Mindkét eset egy-egy végtelen ciklus a hat lehetőségen keresztül. Ha megfelelően átszámoznánk az állapotokat, a 2. Dinamikai Törvényről kiderülne, hogy az 1. Dinamikai Törvénnyel azonos.

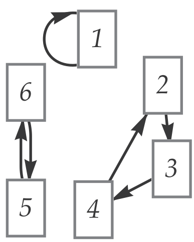
De nem mindegyik törvény azonos egymással logikailag. Vegyük például a 7. ábrán látható törvényt. Ennek a 3. Dinamikai Törvénynek két ciklusa van. Amikor az egyikbe tartozó valame-



7. ábra: A 3. Dinamikai Törvény

lyik állapotból indulunk, sohase kerülünk át a másikba. A törvény ennek ellenére tökéletesen determinisztikus. Akárhol kezdjük is el, a jövő egyértelműen rögzítve lesz. Amikor például 2-vel kezdünk, a történet $2, 6, 1, 2, 6, 1, \ldots$. Sohasem jutunk el 5-höz. Ha viszont 5-nél kezdjük, a történet $5, 3, 4, 5, 3, 4, \ldots$, és sohase érünk el 6-ba.

A 8. ábrán a három ciklusból álló 4. Dinamikai Törvény látható.



8. ábra: A 4. Dinamikai Törvény

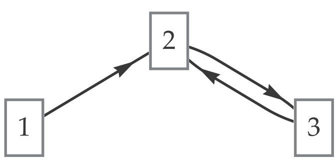
Hosszú időt venne igénybe, ha egy hatállapotú rendszer összes lehetséges dinamikai törvényét fel akarnánk sorolni.

2. Feladat: Milyen általános szempontok alapján lehetne klasszifikálni egy hatállapotú rendszer törvényeit?

Elfogadhatatlan szabályok: A mínusz első törvény

A klasszikus fizikában nem tekintünk jogosnak minden elképzelhető törvényt. A dinamikai törvényeknek ugyanis azon kívül, hogy determinisztikusak, még reverzibiliseknek is kell lenniük.

A fizikában a *reverzibilis* jelzőnek sokféle értelmezése van. A legtömörebb az, hogy egy törvény akkor reverzibilis, ha az összes nyilat megfordítva még mindig determinisztikus marad. Másként kifejezve ugyanezt: egy reverzibilis törvény a jövő és a múlt irányában egyaránt determinisztikus. Mit is mondott Laplace: „…egy ilyen intellektus nem ismerne semmiféle bizonytalanságot, a jövő ugyanolyan tisztán állna előtte, mint a múlt.” El lehet képzelni olyan törvényeket, amelyek csak a jövő irányában determinisztikusak, a múlt irányában azonban nem? Más szavakkal: meg lehet fogalmazni irreverzibilis törvényeket? Igen, lehet. Pillantsunk csak a 9. ábrára.



9. ábra: Egy irreverzibilis rendszer