

CHARLES SEIFE

# **NULLA**

KÜLÖNLEGES SZÁMOK  
NYOMÁBAN

SOROZATSZERKESZTŐ ♦ BOKOR NÁNDOR

# NULLA

◆ CHARLES SEIFE ◆

EGY VESZÉLYES GONDOLAT  
TÖRTÉNETE

FORDÍTOTTA ◆ **KEPES JÁNOS**



**TYPOTEX**

# Tartalom

0. A nulla és az üresség	7
1. Semmi szín alatt	9
2. Semmiből nem lesz semmi	30
3. Kockázat nélkül	70
4. A semmi végtelen Istene	90
5. A végtelen nulla és a hitetlen matematikusok	113
6. A végtelen ikertestvére	142
7. Az abszolút nullák	171
8. Nulla percben a nulla ponton	207
$\infty$ A nulla végső győzelme	227
A függelék	232
B függelék	235
C függelék	237
D függelék	239
E függelék	242
Köszönetnyilvánítás	244
Irodalom	245
Jegyzetek	256



## 0

# A NULLA ÉS AZ ÜRESSÉG

A *Yorktown* amerikai hadihajót úgy eltrafálta a nulla, mint valami torpedó.

Az egymilliárd dolláros rakétahordozó 1997. szeptember 21-én Virginia partvidékén cirkált, amikor egyszer csak hatalmas zökkenéssel leállt. Élettelenül lebegett a víz színén.

A hadihajókat úgy tervezik, hogy kibírják egy torpedó becsapódását vagy egy akna felrobbanását. Páncélburkolata megvédte a *Yorktown*t a fegyverektől, de arra senki nem gondolt, hogy a nullával szemben is fel kell vétezní. Súlyos hiba volt.

A *Yorktown* számítógépei új hajtóművezérlő szoftvert kaptak. Sajnos senki nem szúrta ki a kódban lappangó időzített bombát, egy nullát, amelyet a szoftvert telepítő mérnököknek törölniük kellett volna. Ki tudja, miért, elnézték, a nulla benne maradt a kódban. Észrevétlenül. Egészen addig, amíg a szoftver be nem töltötte a memóriába – és rögtön le nem fagyott.

A *Yorktown* számítógépes rendszere nullával próbált osztani, mire a 80 ezer lóerő azonnal hasznavehetetlenné vált. Majdnem három óra kellett hozzá, hogy vészhelyzeti vezérlésre tudják kapcsolni a hajtóműveket, és a *Yorktown* bevánszorgasson a kikötőbe. Két napba telt, mire a mérnökök rendbe hozták a hajtóműveket, és ismét harc képessé tették a hajót.

Nincs még egy olyan szám, amely ekkora bajt tudna okozni. És a *Yorktown*ra lesújtó számítógép-leállás csak ízelítője volt annak, hogy mi mindenre képes a nulla. Egész kultúrák vétezték fel magukat ellene, filozófiák omlottak össze a súlya alatt, mert a nulla teljesen más, mint a többi szám. Mert be-

pillantást enged a megnevezhetetlenbe és a végtelenbe. Ezért aztán rettegetek tőle, gyűlöltek – és betiltották.

Ez a történet a nulláról szól: hogyan született meg az ókorban, növekedett és gyarapodott Keleten, küzdött az elismeréséért Európában, vált uralkodóvá Nyugaton, és jelent azóta is szüntelen fenyegetést a modern fizikában. Olyan emberek története, akik egymással csatáztak a titokzatos szám értelme fölött – írástudók és misztikusok, tudósok és papok –, akik mind próbálták megfejtetni a nullát. Annak a története, ahogy a nyugati világ hasztalan (és olykor hevesen) próbálta megvédeni magát ettől a keleti fogalomtól. És hogy milyen paradoxonokat vetett fel ez az ártatlannak tűnő szám, amelyek századunk legragyogóbb elméit is megrémítették, mert azzal fenyegettek, hogy romba döntik a tudományos gondolkodás egész keretrendszerét.

A nulla ereje abban rejlik, hogy a végtelen ikertestvére. Egyformák és ellentétesek, jin és jang. Egyaránt ellentmondásosak, zavarba ejtők. A tudomány és a vallás legnagyobb kérdései közé tartozik a semmi és az örökkévalóság, az üresség és a határtalan, a nulla és a végtelen. A nulla körüli csetepatékból támadó csaták megrongatták a filozófia, a tudomány, a matematika és a vallás alapjait. Minden forradalom mélyén egy nulla – és egy végtelen – bújt meg.

A nulla körül összecsapások folytak a Kelet és a Nyugat között. A vallás és tudomány küzdelmének középpontjában állt. Közben a természet nyelve lett, egyben a matematika legfontosabb eszköze. A fizika legmélyebb problémái – a fekete lyuk sötétlő magva és az ősrobbanás vakító villanása – mind a nulla legyőzéséért folyó küzdelem.

A nulla azonban egész története során, minden elutasítás és száműzetés dacára, mindig legyőzte a vele szemben állókat. Az emberiség soha nem tudta beleilleszteni a filozófiáiba. Inkább a nulla formálta az emberiség a világról – és Istenről – alkotott képét.

# 1

## SEMMI SZÍN ALATT

### A nulla eredete

*Nemlétező és létező se volt még.  
Nem volt ég, és az égen túl a menny sem.  
Mi mozdult, kinek oltalmában és hol?<sup>1</sup>*

Rigvéda

A nulla története ősidőkbe nyúlik vissza, gyökerei a matematika kezdetekor eredtek, több ezer évvel az első civilizációk előtt, jóval korábban, mint hogy az emberek írni-olvasni tudtak. De amilyen természetesnek tűnik ma számunkra a nulla, az ősi emberek számára idegen – és félelmetes – gondolat volt. A nulla, ez az évszázadokkal Krisztus születése előtt létrejött, a termékeny félhold területén született keleti fogalom nemcsak az őseredeti üresség képeit idézi fel, de veszedelmes matematikai tulajdonságokkal is rendelkezik. Akár a logika egész rendszerét képes szétzúzni.

A matematikai gondolkodás kezdetei abból az igyekezetből fakadtak, hogy az emberek megszámlálják a birkáikat, számontartsák a vagyonukat és az idő múlását. Ezek a feladatok nem kívánták meg a nullát, a civilizációk évezredek át tökéletesen működtek anélkül, hogy felfedezték volna. Mi több, egyes kultúrák számára annyira rémisztőnek tűnt, hogy inkább úgy döntöttek, meglesznek nélküle.



## Élet a nulla nélkül

*A nullának pont az a lényege, hogy a hétköznapi életben nincs rá szükség. Senki nem indul el nulla halat vásárolni. Bizonyos értelemben a legcivilizáltabb az összes tőszám közül, használatára csak a kifinomult gondolkodás szükségletei kényszerítenek rá.*

Alfred North Whitehead

A mai ember éppoly nehezen tudja elképzelni az életet nulla nélkül, mint ha a 7-es vagy 31-es szám hiányozna. Volt azonban idő, amikor a nulla nem létezett – ahogy 7-es és 31-es sem. Ez még a történelem kezdete előtt volt, így a paleontológusoknak kő- és csontdarabokból kellett összeilleszteniük a matematika születésének krónikáját. Ezekből a töredékekből kiderítették, hogy a kőkorszaki matematikusok némileg kezdetlegesebbek voltak a maiaknál. Például tábla helyett farkasokat használtak.

A kőkorszaki matematika megismerésének egyik kulcsa az 1930-as évek végén került napvilágra. Karel Absolon régész, miközben éppen átszítálta Csehszlovákia talaját, talált egy harmincezer éves farkascsontot, amelybe egy csomó rovátkát véstek. Senki nem tudja, hogy ezen a csonton Frédi, a barlangi ősember vajon az elejtett szarvasokat, az elkészült rajzokat vagy a legutóbbi mosakodás óta eltelt napokat tartotta nyilván. Annyi viszont teljesen világos, hogy ezek az ősembernek itt valamit számoltak.

A kőkorszakban egy farkascsontot szuperszámítógéppel ért fel. Frédi elődei kettőig sem tudtak számolni, egész biztos, hogy semmi szükségük nem volt a nullára. Az ember a matematika kezdetén valószínűleg csak *egy* és *sok* között tudott különbséget tenni. A barlanglakónak egy vagy több lándzsahegye volt, egy vagy több összezúzott gyíkot evett meg. Az *egy* és a *sok* kivételével semmilyen mennyiséget nem állt módjában kifejezni. A primitív nyelvek fejlődése idővel eljutott az *egy*, *kettő* és *sok*, később az *egy*, *kettő*, *három* és *sok* megkülön-

böztetéséig, de ennél nagyobb számokra már nem volt szavuk. Egyes nyelvek még ma is ilyen nehézséggel küzdenek. A bolíviai sziriona indiánoknak és a braziliai janoamáknak nincs szavuk semmire, ami háromnál több, ezekre a „sok” szót alkalmazzák.

A számok valóságos természetének köszönhetően – miután összeadásukkal további számokat kapunk – a számrendszer nem állt meg háromnál. Egy idő után az eszes törzstagok összekapcsolták a számjelölő szavakat, így további számokat kaptak. A braziliai bakairi és bororo népek mai nyelve működés közben mutatja be ezt a folyamatot. Ilyen számrendszert használnak: „egy”, „kettő”, „kettő meg egy”, „kettő meg kettő”, „kettő meg kettő meg egy” és így tovább. Kettesével számolnak. A matematikusok ezt *bináris* rendszernek nevezik.

Nem sok nép van, amely a bakairikhoz és bororókhoz hasonlóan kettesével számol. A régi farkascsontról inkább jellemző az ősi számolási rendszerekre. Frédi farkascsontrján 55 kis rovátka látható, ötös csoportokba rendezve, és az első 25 jel után áll egy második rovátka is. Nagyon úgy fest a dolog, hogy Frédi ötösével strigulázott, majd megszámlolta az ötös csoportokat alkotó csomagokat. Nagyon értelmes dolog. Sokkal gyorsabban lehet strigulázni a csoportosított jeleket, mint ha egyesével számolnánk meg őket. A mai matematikusok úgy mondanák: Frédi, a farkascsontrfaragó *ötös* számrendszert használt.

De miért éppen ötöst? Ez lényegében önkényes döntés. Ha Frédi négyes csoportokat striguláz, majd a négyes és 16-os csoportokat számolja meg, a számrendszer éppoly jól működött volna, mint hatos és 36-os csoportokkal. A csoportosítás nem befolyásolja a csonton levő rovátkák számát, csak hogy a végén Frédi hogyan strigulázza őket – de akárhogy is számol, mindig ugyanazt az eredményt kapja. Frédi azonban szívesebben számolt ötös, mint négyes csoportokban, de világszerte sok más népnek is hasonló az ízlése. A természet véletlen játéka, hogy az embernek öt ujjat adott mindkét kezén, de en-

nek következtében, úgy tűnik, számos kultúra kedveli az ötös számrendszert. Például a régi görögök „ötözés” szóval jelölték a strigulázás módszerét.

A nyelvészek még a dél-amerikai bináris számolási rendszerben is felfedezték egy ötös számrendszer első nyomait. Bororo nyelven a „kettő meg kettő meg egy”-re van egy másik kifejezés is: „amennyi az egész kezem”. Jól látszik, hogy az ősi népek szívesen számoltak a testrészeikkel, így lett kedvencük az öt (egy kéz), tíz (mindkét kéz) és húsz (mindkét kéz meg mindkét láb). Az angol *eleven* (tizenegy) és *twelve* (tizenkettő) szó valószínűleg a „tíz felett egy” és „tíz felett kettő” alakokból fejlődött ki, a tizenhárom, tizennégy, tizenöt és a többi pedig egyszerűen a „tíz meg három”, „tíz meg négy”, „tíz meg öt” stb. összevonása. A nyelvészek ebből azt a következtetést vonták le, hogy tíz volt az alapvető egység azokban a germán protonyelvekben, amelyekből az angol is eredt, ezek a népek tehát tízes számrendszert használtak. Másfelől franciául a nyolcvan *quatre-vingts* (négy húsz), a kilencven pedig *quatre-vingt-dix* (négy húsz meg tíz). Ez arra utalhat, hogy a mai Franciaország területén élő népek *húszas* számrendszert használtak. Mindezekben a számrendszerekben – akár ötös, akár tízes, akár húszas – megvolt a 7, a 31 és a többi hasonló szám is. A nullára azonban egyik rendszernek sem volt szava. Ez a fogalom egyszerűen nem létezett.

Nem kell számontartanunk nulla birkát vagy megszámlálni a nulla gyerekünket. A zöldséges nem azt mondja, hogy „nulla banánunk van”, hanem hogy „nincs banán”. Nem kell szám ahhoz, hogy valaminek a hiányát kifejezzük, senkinek nem is jutott eszébe egy jelet rendelni a dolgok hiányához. Ezért boldogultak az emberek olyan sokáig a nulla nélkül. Egyszerűen nem volt rá szükség. A nulla szóba sem került.

A történelem előtti időkben éppenséggel már az is különleges képességnek számított, ha valaki hallott a számokról. Ha számolni tudott, azt olyan misztikus, felfoghatatlan csodának

tartották, mintha varázsolni tudna, vagy személyesen ismerné az isteneket. Az *Egyiptomi halottaskönyv*ben Aken, a révész, mielőtt átvinné a folyón az eltávozott lelkeket az Alvilágba, kifaggatja őket: senkit nem vesz fel a fedélzetre, aki „nem ismeri az ujjai számát”. A révész kívánságára a léleknek egy számlálórigmussal még le is kell számlálnia az ujjait. (A görög révész ezzel szemben csak a halott nyelve alá dugott pénzt kívánta meg.)

Bár az ókori világban ritka volt a számolás képessége, a számok és a számolás alapjai mindig létrejöttek már az írás-olvasás előtt is. Amikor az ősi civilizációk először nyomtatták az agyagtáblába, véstek kőbe számokat, mázoltak tintát a pergamenre és papiruszra, már meglehetősen kialakult számrendszerek léteztek. A kimondott számokat írott alakban kifejezni már egyszerű feladat volt: csak olyan kódolási rendszert kellett kitalálni, amelyben az írástudók időtállóbb formába önthették a számokat. (Egyes társadalmak már azelőtt kiötlötték a módját, hogy az írást felfedezték volna. Például az írástudatlan inkák kipukkkal, csomózott színes kötelekkel rögzítették a számításait.)

Az első írástudók a számrendszerük szerint írták le a számokat, és mint sejtethetjük, az általuk elképzelhető legtömörebb módon. Frédi korához képest fejlődött a társadalom. Az írástudók nem újabb és újabb kis csoportokat alkottak a jelekből, hanem mindegyik csoportosításra más jelet használtak. Ötös számrendszerben egy bizonyos jelet az egyre, egy másikat az ötös csoportokra, egy harmadikat a huszonötös csoportokra és így tovább.

Pontosan így jártak el az egyiptomiak is. Az ókori egyiptomiak több mint 5000 évvel ezelőtt, még a piramisok ideje előtt, olyan rendszert találtak ki tízes számrendszerük jelölésére, amelyben a számok helyett képek szerepeltek. Függőleges vonás ábrázolta az egységet, egy sarokcsont a 10-et, tekerdő kígyó a 100-at és így tovább. Ebben a rendszerben egy szám

leírásához az egyiptomi írástudónak csak ezekből a szimbólumokból kellett csoportokat képeznie. A „százhuszonhárom” szám leírásához nem 123 pipát kellett lejegyezniük, hanem csak hat szimbólumot: egy kígyót, két sarokcsontot és három függőleges vonást. Ez volt a matematika művelésének jellemző módja az ókorban. És a többi civilizációhoz hasonlóan az egyiptomiaknál sem volt nulla – nem volt szükségük rá.

Pedig az ókori egyiptomiak igen tapasztalt matematikusok voltak. Emellett kiváló csillagászok és időmérők, ami a naptár változó jellegének köszönhetően fejlett matematikai tudást feltételezett.

Stabil naptárat készíteni problémát jelentett a legtöbb ókori nép számára, mert rendszerint a holdnaptárból indultak ki: egy hónap hossza két egymást követő telihold közt eltelt idő volt. Ez természetes választás, az égen nehéz nem észrevenni a fogyó és növő holdat, ami kényelmes lehetőséget biztosít az idő ismétlődő ciklusainak jelölésére. A holdhónap hossza azonban 29 és 30 nap közé esik. Akárhogy osztjuk is be, 12 holdhónap csak 354 napot tesz ki – nagyjából 11 nappal rövidebb a napév hosszánál. Tizenhárom holdhónap viszont nagyjából 19 nappal hosszabb a kelleténél. Miután pedig az aratás és vetés idejét nem a holdév, hanem a napév határozza meg, a nem korrigált holdév alapján számolt évszakok egyre jobban eltolódtak.

A holdnaptár kiigazítása viszont nagyon bonyolult feladat. Több modern ország, így Izrael és Szaúd-Arábia is a mai napig módosított holdnaptárat használ, pedig az egyiptomiak már 6000 évvel ezelőtt jobb rendszerrel álltak elő. Sokkal egyszerűbb módszerrel tartották számon a napok múlását, ezáltal olyan naptárat készítettek, amely hosszú éveken át szinkronban maradt az évszakokkal. Az egyiptomiak nem a Hold, hanem a Nap segítségével tartották számon az idő múlását, akárcsak manapság a legtöbb ország.

Az egyiptomi naptárban a holdnaptárhoz hasonlóan 12 hónap volt, és mindegyik 30 napból állt. (Miután alapvetően tízes számrendszert használtak, hetük, a *dekád* 10 napból állt.) Az év végén még volt öt külön nap, így az egész 365 napot tett ki. Ez volt a mi naptárunk őse. Az egyiptomi rendszert vették át a görögök, majd a rómaiak is, akik még a szökőévek hozzáadásával módosították, ebből lett a nyugati világ szokásos naptára. Mivel azonban az egyiptomiak, a görögök és a rómaiak nem ismerték a nullát, a nyugati naptárban ilyesmi nem is szerepel – ez a hiányosság aztán majd évezredekkel később okoz problémákat.

A szoláris naptár bevezetése igazi áttörést jelentett az egyiptomiak részéről, ám még erősebben rajta hagyták kézjelüket a történelmen a geometria tudományának felfedezésével. Nulla híján is hamar mesterei matematikusok lettek. De egy szeszélyes folyónak köszönhetően nem is volt más választásuk. A Nílus minden évben kilépett a medréből, és elöntötte a torkolatvidékét. Ebben az volt a jó hír, hogy az áradás mindenfelé bőséges folyami hordalékot terített a földekre, így az ókori világ legtermékenyebb mezőgazdasági területévé változtatta a Nílus deltáját. A rossz hír viszont az volt, hogy a folyó számos határjelzést elsodort, megsemmisítette a földhatárok jelölését, amelyekből a földművesek tudhatták volna, hogy melyik az ő földjük, amelyet meg kell művelni. (Az egyiptomiak nagyon komolyan vették a birtokjogot. Az *Egyiptomi halottaskönyv*ben az elhunytnak meg kell esküdnie az istenek előtt, hogy nem csapta be a szomszédját, nem tulajdonította el a földjét. Ez akkora bűn volt, hogy büntetésképpen a szívét a felfalónak nevezett rettenetes fenevad elé vethették. Egyiptomban a felebarát földjének elorzása ugyanakkora bűnnek számított, mint az esküszegés, valakinek a meggyilkolása vagy az önkielégítés a templomban.)

Az ókori fáraók földmérőket neveztek ki a károk felmérésére és a határjelzők visszaállítására, ebből született a geometria.