

MOSÓCZI ANDRÁS

**A GONDOLKODÁS
FORRADALMA**

MOSÓCZI ANDRÁS

A GONDOLKODÁS FORRADALMA

HOGYAN ALAKÍTJA
A MATEMATIKA
A VILÁGOT?

Második, bővített kiadás


TYPOTEX

© Mosóczi András, Typotex, Budapest, 2020, 2023
Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

ISBN 978 963 493 263 5

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!
Újabb kiadványainkról, akcióinkról a www.typotex.hu
és a facebook.com/typotexkiado oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó

Alapította Votisky Zsuzsa, 1989

A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.

Felelős kiadó: Németh Kinga

Felelős szerkesztő: Széll Szilvia

Tördelés: Jankovič Milán

Borítóterv: Kathi Zsolt

Nyomta és kötötte: Generál Nyomda Kft., Szeged

Felelős vezető: Hunya Ágnes

TARTALOM

| | |
|--|----|
| ELŐSZÓ | 9 |
| KEZDET BEN VALA A TRIGONOMETRIA, AZTÁN HAMAROSAN JÖTT A TÍZPARANC SOLAT IS... | 12 |
| Mikor találták ki a számokat? | 15 |
| A Plimpton 322 | 23 |
| CSILLAGOK, HÁROMSZÖGEK | |
| ÉS RÁDIÓJELEK MUTATJÁK AZ UTAT | 25 |
| A Sarkcsillag és a szélességek | 26 |
| A szélességi hajózás | 29 |
| A kronométer | 30 |
| Térképészek és geodéták | 35 |
| Mindennek az alapja: a háromszögek | 39 |
| Everest | 47 |
| Csillagok helyett rádiójelek | 53 |
| VAJON A LOGARITMUS JÓ IS VALAMIRE? | 65 |
| A NAGY ÁTVERÉS ÉS A NAGY SZÁMOK TÖRVÉNYE | 73 |
| A nagy számok csodákra képesek | 75 |

| | |
|--|-----|
| EGYENLETEK, MELYEK A VILÁGOT MŰKÖDTETIK | 83 |
| A skizofrén nullák nagy rejtélye | 84 |
| A világunkat leíró nagy egyenletek | 94 |
| Új idők prófétái | 102 |
| Azok a fránya pillangók | 108 |
| | |
| MILYEN TITKOKAT REJTENEK A SZAVAK? | 113 |
| Hogyan mérhető az információ? | 115 |
| A lyukkártya | 122 |
| Az információelmélet | 127 |
| Önjavító kódok | 130 |
| Hibajelző bankszámlaszámok | 133 |
| | |
| MÁGIKUS VALÓSZÍNŰSÉGEK | 135 |
| Valószínűségek mindenütt | 139 |
| A Pareto-elv | 143 |
| Viszlát, Pareto-elv, üdv, hosszú farok! | 145 |
| | |
| VÉGTELEN SZÁLLODÁK | 148 |
| | |
| A VILÁGURALOM TITKOS ÖSSZETEVŐI | 161 |
| A kétféle agy | 165 |
| A határhaszon | 169 |
| A Nobel-díjat érő felismerés | 174 |
| | |
| FRAKTÁLOK MINDENÜTT | 186 |
| 1,8 dimenzió és más furcsaságok | 191 |

| | |
|---------------------------------|-----|
| AZ INFORMÁCIÓ UTAT TÖR MAGÁNAK | 200 |
| A drót | 201 |
| A telefon csak egy játék | 205 |
| Puskás Tivadar telefonközpontja | 207 |
| | |
| A SZÁMÍTÓGÉP SZÜLETÉSE | 210 |
| Az Enigma | 214 |
| Egy végzetes hiba | 217 |
| Turing, a számítógép atyja | 219 |
| A számítógép megszületése | 222 |
| | |
| AKIK FELTALÁLTÁK A JÖVŐT | 224 |
| Határ a csillagos ég | 228 |
| A Sas leszáll | 238 |
| A Xerox PARC | 241 |
| A grafikus felhasználói felület | 243 |
| Az alma | 245 |
| A zseni lop | 248 |
| Nincs szoftver, nincs vevő | 250 |
| Megjelenik a Mac | 252 |
| Gates nyugodt menetelése | 255 |
| Megszületik az internet | 258 |
| Http://www | 262 |
| The Times They Are A-Changin' | 264 |
| Űrutazás fénysebességgel | 267 |
| Az új gőzgép | 270 |
| A gondolkodás forradalma | 273 |

ELŐSZÓ

„A legjobb módszer arra, hogyan jósoljuk meg a jövőt, az, ha mi találjuk föl.” Ez a mondás – melyet azóta már sokaknak, köztük Steve Jobsnak is tulajdonítottak – eredetileg Alan Kaytól származik. És ha valaki, akkor Alan Kay valóban feltalálta a jövőt, amikor a 60-as években kitalált valamit, amit ma úgy hívunk, hogy okos-telefon. Azok a szerencsés kiválasztottak, akik képesek rá, hogy a semmiből megteremtsék a jövőt, általában valamilyen mérnökök, az a nyelv pedig, amelyen a jövő terveit szövik, a matematika.

Az emberiség történetében hosszú-hosszú évszázadok teltek el nagyobb izgalmak nélkül, hogy aztán egyszer történjen valami, ami mindent megváltoztat. A mindent felforgató változások új felfedezésekhez, új problémákhoz és új sikerekhez vezetnek el. Ezeknek köszönhetően lassan fölfedeztük a bolygót, amelyen élünk, térképeket és naptárakat készítettünk, erdőségeket és hegyeket alakítottunk át. Hatalmas templomokat, piramisokat, óriási városokat emeltünk... és romboltunk le.

De pár száz éve egy sokkal rendkívülibb változás indult el, amikor az ipari forradalom és az azt követő technikai forradalom az egész világot felforgatta. Olyan elképesztően nagy dolgok történtek, melyekhez képest a korábban elért eredmények csak szelíd domboknak látszódnak az égbe törő havas hegycsúcsok árnyékában.

Ahhoz, hogy Kolumbusz útnak induljon és felfedezze Amerikát, hatalmas bátorság és rettenetes kitartás kellett. Sok pénzre, megfelelő hajókra, térképészeti és csillagászati ismeretekre volt szükség. Nem kevés szerencse is segítette útját, a siker pedig, amely vállalkozását koronázta, hatalmas változást hozott a kereskedelemben vagy éppen a geopolitikai viszonyokban. De lépünk egyet hátrébb, hogy lássuk az egész képet. Ez a felfedezés gazdasági és geopolitikai értelemben is az emberiség történetének talán eddigi legnagyobb felfedezése volt, technikai értelemben viszont nem több egy jól kivitelezett hajóútnál, amely ráadásul kisebb félreértéssel végződött, hiszen Kolumbusz Kínába és Indiába keresett egy rövidebb utat, de Amerikát fedezte föl helyette. Vagyis ez a hajóút hosszabb, merészebb, kockázatosabb, mint az ezt megelőző számtalan másik, de mégis csak egy hajóút.

Mindössze arról van szó, hogy valaki egy kicsit jobban, okosabban és merészebben csinálja ugyanazt, amit már évezredek óta sokan mások. Hasonlítsuk össze ezt a felfedezést azzal a hihetetlen teljesítménnyel, hogy egy robbanóanyaggal megrakott fémdobozban néhány ember elhagyja azt a bolygót, amelyen élünk. Átkel a légüres téren egy idegen égitestre, egy fénylő foltra az égen, mely az emberiség hajnala óta mítoszok és legendák főszereplője. Sétálnak egyet rajta, aztán visszatérnek a Földre. A holdra szállás segít megérteni azt, hogy itt valami elképesztően nagy változás történt a technika fejlődésében néhány száz év leforgása alatt. Egy olyan ugrás, melyhez képest minden addigi csak bátortalan lépésnek tűnik.

Vajon mi lehet az oka, hogy az emberiség hosszú évezredekken keresztül hajókkal és lovas kocsival közlekedett, most pedig itt az autó, a vonat vagy a repülő? Ennyire ráérték korábban?

Vajon mi lehet az oka, hogy az emberek több ezer éven át csak füstjelekkel vagy kürtjelekkel tudtak egymással nagyobb távolságra kommunikálni, most pedig telefonon is fel tudunk hívni valakit, aki egy olyan kontinensen él, melynek még a létezéséről sem tudtunk 600 évvel ezelőtt?

Vajon mi lehet az oka, hogy évezredek óta hatalmas könyvtárakban, emberfeletti küzdelmek árán, tűzvészekkel és háborúkkal dacolva gyűjtötték és tárolták az emberiség minden tudását őrző könyveket ahelyett, hogy egy 256 GB-os pendrive-on zsebre vágják volna?

Mi történhetett az elmúlt pár száz évben, ami ezt a hihetetlenül nagy fejlődést okozta?

Ahhoz, hogy megérthessük, mi is történt itt pár száz évvel ezelőtt, és mi köze ennek a matematikához, hosszú és kalandokban gazdag, izgalmas út vezet. Induljunk el ezen az úton, és fedezzük föl együtt az emberiség fejlődésének titkát!

KEZDET BEN VALA A TRIGONOMETRIA, AZTÁN HAMAROSAN JÖTT A TÍZPARANCSOLAT IS...

A Föld nem más, mint egy örök tűzben lebegő hatalmas lapos henger, amelyre egy őt körülvevő tüzes kerék résein át beszűrődő fények vetülnek. Ahogy a kerék forog, úgy a rések – melyeket a Földről csillagoknak és bolygóknak látunk – szép lassan elmozdulnak az égbolton. Ez a mára erősen vitatható elmélet volt Anaximandrosz geocentrikus világképe, melyet később egy forradalmi görög gondolkodó, Platón tökéletesített. Platón rájött, hogy az égbolton mozgó fényes pontok valójában égitestek, sőt, a Föld is hozzájuk hasonló, tehát nem valami lapos henger, hanem maga is gömb alakú. Teóriája széles körben terjedt el a nagy görög gondolkodók között, többek közt Ptolemaiosz is ez alapján alakította ki világképét, melyben a Föld mint gömb alakú középpont körül a többi égitest kör alakú pályán kering. Ma már tudjuk, hogy Ptolemaiosz sem tévedhetetlen, hiszen a bolygók – és így a Föld is – a Nap körül keringenek, a Nap pedig csak egy a sok millió csillag közül, melyek hatalmas nyájba verődve a Tejút nevű galaxisban egy központi mag körül keringve róják a világmindenség végtelen útját. De vajon honnan is tudjuk mindezt? Hiszen senki sem látta még a Tejútrendszer kívülről, sőt igazából magát a Naprendszert sem – a Voyager-1 űrszonda, amely jelenleg a tőlünk legmesszebbre jutott ember alkotta tárgy, éppen csak elérte a Naprendszerünk peremét. A mostanra triviá-

lisnak tűnő és már a gyerekeknek szánt képeskönyvekben is felbukkanó Naprendszerünket és galaxisunkat ábrázoló rajzokig bizony hosszú és nehéz út vezetett.

De vegyünk egy még banálisabbnak tűnő ügyet. Valaki megkérdezi tőlünk, hogy mennyi az idő. Ez aztán egy igazán egyszerű kérdés, amire, attól függően, hogy mekkora távolságon belül van épp a mobilunk, vagy épp van-e rajtunk karóra, nagyjából fél percen belül képesek vagyunk válaszolni. A válasz annyira természetes és ösztönös, hogy föl sem merül bennünk, képvisel-e különösebb értéket ez az információ. Alighanem igencsak meglepődnének rajta, ha a „hány óra van?” kérdésre visszakérdéznénk, hogy „mennyit ér meg önnek ez az információ?”. Pedig volt idő, amikor ez az információ nagyon is sokat ért.

Az emberiség már egészen hamar fölfedezte, hogy egy év 365 napból áll, és azt is, hogy a Hold úgy durván 30 naponta mindig ugyanazt a holdfázist mutatja. Így jutottak több ezer évvel ezelőtt arra a következtetésre, hogy az idő végtelen folyamát évekre, az éveket pedig 30 napos hónapokra érdemes fölosztani. Kisebbs-nagyobb trükkökkel azon is hamar túltették magukat, hogy bár a 360 szerencsés módon osztható 30-cal, a 365 már sajnos nem. Így hát aztán minden évben keletkezett öt felesleges nap, amit mindig valamilyen furfangos módon kellett lekönyvelni. Később az is kiderült, hogy néha még ezek után is keletkeznek rejtélyes extra napok, amelyek eltüntetésére sok különböző trükköt és fortélyt eszeltek ki a történelem folyamán.

A jelenleg ismert legősibb civilizáció, ahol már komolyan foglalkoztak az idő mérésével, a sumeroké volt. A sumerok valamilyen rejtélyes okból a 60-as számrendszert ítélték a legmegfelelőbbnek számításaik elvégzéséhez, így az idő mérését is 60-as egységekben tudták elképzelni. A napokat 12 nappali és 12

éjszakai órára osztották föl, az órákat pedig 60 percre. A napok és a hónapok mellett az órákat és a perceket is mérték árnyék-órákkal és napórákkal. Az árnyékóra lényege, hogy bármely oszlop a Nap járásának megfelelően különböző hosszúságú árnyéket vet. Reggel hosszabbat, aztán a nap közepén rövidebbet, és az estéhez közeledve ismét hosszabbat. Az árnyék hosszából tehát következtetni lehet arra, hogy éppen mennyi lehet az idő. Az idő mértékegysége pedig a lépés. Ha rövidebb az árnyék, akkor kevesebb lépés, ha hosszabb, akkor pedig több. Így utólag vizsgálva azért kijelenthetjük, hogy az időnek a lépésekben történő mérése nem vetekedhetett a mai atomórák pontosságával. Egy alacsonyabb embernek például ugyanaz az óra lehet, hogy több lépést jelentett, és két különböző óra is mérhetett más-más lépéshosszú időt, ha nem ugyanolyan magasak voltak az oszlopok. Az árnyékórához képest a napóra már sokkal fejlettebb műszer volt, ahol nem az árnyék hossza számított, hanem az, hogy éppen hova vetül az árnyék a földre rajzolt félkör alakú rovátkák hálózatában. Hamar rájöttek ugyanis, hogy az árnyék hossza sajnos még attól is függ, hogy éppen nyár van, vagy tél. A napóra viszont képes volt ezt a körülményt is megfelelően kezelni azzal, hogy külön rovátkák voltak minden hónap számára.

A természet meglehetősen sok kis bosszantó aprósággal keserítette meg az égi jelenségekben rendszert kereső emberek életét. A holdfázisok váltakozása (teliholdtól teliholdig) sem kereken 30, hanem 29,53 napig tart, ami folyamatos korrekcióra kényszeríti a holdnaptárakat, és így 29 és 30 napos holdhónapok váltják benne egymást. Egy év sem 360, hanem 365,256 nap, ezért hát további trükkök kellene a felesleges napok eltüntetésére, vagy pedig bele kell törődni abba, hogy a naptári évek elcsúsznak

a Föld keringésének periódusához képest. Az iszlám naptár például fontosabbnak ítélte meg a holdhónapokhoz való ragaszkodást, mint azt, hogy a Föld keringésének ciklikusságához igazodjon, így aztán a 29 és 30 napos holdhónapok náluk 354 napos éveket tesznek ki. A 12 holdhónapból álló iszlám évek emiatt folyamatos csúszásban vannak az általunk megszokott hagyományos évekhez képest. 2020-ban például augusztus 19-én ér véget az 1441. év, és augusztus 20-án kezdetét veszi az új.

Mikor találták ki a számokat?

Az emberiség hajnalán szerte a Föld felszínén, egymástól elszigetelve, számos civilizáció kezdte el használni a számokat a napok és hónapok nyilvántartására. Innen tudták, hogy hány napig tart még a nyár, vagy éppen meddig kell kihúzni a téli hidegeket. De ugyanilyen fontos volt az idő számítása azokon a területeken is, ahol az Egyenlítő közelsége miatt viszonylag egyenletes a klíma. Itt a folyók termékenységét hozó áradásának időpontja foglalkoztatta az embereket. És persze számokat használtak állataik és egyéb javaik nyilvántartására is. Maga a számolás azonban már jóval hamarabb megjelent, mint a számok írásának képessége. A legtöbb helyen rovátkákkal jelezték a számokat, és a rovátkákat már képesek voltak megfeleltetni azoknak a tárgyakkal, amiket épp megszámláltak. Mai matematikai nyelven egy bijekciót, vagyis egy kölcsönösen egyértelmű leképezést hoztak létre a kecskék és a rovások között oly módon, hogy minden kecskének pontosan egy rovást feleltettek meg. A legősibb ilyen lelet, amely számolásra szolgáló rovátkákat tartalmazott, az a 30 ezer éves farkaslábszárcsont, amelyen 50 rovátka látható 5-ös csoport-

tokba rendezve, a 25. és a 26. rovás között egy hosszú vonallal elválasztva.

Volt persze egy eszköz, amely állandóan kéznél volt a számolások elvégzése során. Ez az eszköz nem más, mint a két kezünk, rajta a tíz ujjunkkal. A különböző népcsoportok különböző módon használták a kezükön lévő ujjakat a számításaikhoz. Voltak, akik magukat az ujjakat feleltették meg a megszámlálható tárgyakkal, és így eljutottak a 10-es számrendszer alapjaihoz, ahol 1-től 10-ig különböztetjük meg a számjegyeket, és a 10 után következő számot már úgy képezzük, hogy $10 + 1$. Az egyiptomiak is többnyire a 10-es számrendszert használták – részben a 60-assal kiegészítve –, és a rómaiaknál is a 10-es számrendszer volt a legnépszerűbb. A 10-es számrendszerre utal a mai spanyol, olasz és portugál nyelv is, ahol a 11-re az a képzési szabály, hogy $10 + 1$, a 12 pedig úgy jön létre, hogy $10 + 2$. Szintén ilyen módon képzik a 11-es és 12-es számot a szláv nyelvek, de a román és a magyar is. Ezzel szemben a germán nyelvcsaládok mindegyikében külön szó van a 11-re és a 12-re. Ők tehát 12-ig jutottak el az ujjakon a számolásban. Ez nem azért volt, mert öt helyett hat ujjuk volt, hanem mert ők az ujjaik helyett az ujjperceiken számoltak. Ha vetünk egy pillantást a kezünkre, akkor a négy egymás melletti ujjunk mindegyikén három jól elkülönülő ujjperc található, amelyeket a velük szemben álló hüvelykujjunkkal kényelmesen meg is tudunk számolni. Így aztán egy kézen 12-ig tudtak elszámolni, és a 12 jelentette a fordulópontot. Az angol, a német, a norvég és az összes többi germán nyelvben a 11-re és a 12-re külön szó van forgalomban, de 13-tól már a hagyományos $10 + 3$, $10 + 4$ stb. alakot használják. Ez persze nem valódi 12-es számrendszer, akkor ugyanis 12-től 24-ig minden számot úgy kéne képezni, hogy $12 + 1$, $12 + 2$ stb. Vagyis

a germán nyelvcsalád népei is szép lassan a 10-es számrendszer irányába terelődtek, ám nyelvükben megőrizték a 12-es alapokat.

Ennél is különösebb örökség a francia nyelvben régről megmaradt számolási rendszer. Náluk, kis túlzással, jóformán minden szóba jöhető számrendszer felbukkan a számok képzése során, és ezek a nyelvtani alakok, mint valami őskori lenyomat, mind a mai napig megmaradtak. Az archaikus franciából származó 20-as számrendszer maradványai keverednek a mai francia nyelvben a 16-os, a 60-as és a később megjelent 10-es számrendszerrel. Az a fordulópont, ami a többi latin nyelvben a 10-nél, a germán nyelvekben pedig a 12-nél van, a francia nyelv esetében a 16-nál figyelhető meg. De ami még ennél is furcsább, hogy 60-nál ismét van egy fordulópont, innentől a számok képzése $60 + 1$, aztán $60 + 2$, egészen $60 + 16$ -ig, majd utána $60 + 10 + 7$, ami a 16-os és a 60-as számrendszerek különös keveredése a 10-es számrendszerrel. A teljes képet aztán a 80-nál kapjuk meg, amelyet $4 \cdot 20$ -ként nevez meg a nyelv, a 80 utáni számokat pedig $4 \cdot 20 + 1$, aztán $4 \cdot 20 + 2$ formában, ami a 20-as számrendszer nyomaira utal. Ez megy egészen $4 \cdot 20 + 16$ -ig, ahol a 16-os számrendszer maradványai ismét felbukkannak a 10-es számrendszerrel ötvözve, a 97 ugyanis egészen egyszerűen $4 \cdot 20 + 10 + 7$, vagyis quatre-vingt-dix-sept.

Persze nem mindenki bonyolította túl a dolgokat annyira, ahogyan a franciák tették. Egy dél-amerikai népcsoport, a vadász-gyűjtögető életmódot folytató pirahák sokkal egyszerűbben oldották meg a 97-es szám képzési szabályát. Ők úgy vágták át a gordiuszi csomót, hogy nem létezik náluk a 97-es szám. Sőt nemcsak a 97-es szám nem létezik, hanem egyáltalán semmilyen szám. Az antropológusok és a kognitív képességekkel foglalkozó tudományok vizsgálatainak reflektorfényébe kerülő ama-

zóniai népcsoport nem ismeri a számokat. A számolásra vonatkozóan mindössze négy szavuk van: az egy, a kettő, a néhány és a sok. De nem pusztán arról van szó, hogy nem alakultak ki a nyelvükben olyan szavak, amelyek nagyobb mennyiségeket tudnának kifejezni, hanem egyáltalán nincsenek is tisztában a nagyobb mennyiségek jelentésével. Egy 2004-ben publikált és nagy szenzációt kiváltó tanulmány szerint, amikor kísérletek során arra kérték a pirahákat, hogy tegyenek le a földre annyi kavicsot, ahányan éppen jelen vannak a törzs tagjai közül, akkor 4-5 résztvevő esetén még sikerült végrehajtaniuk a feladatot, de 8-10 résztvevőnél a teljesítményük már jelentősen romlott. A kutatások kimutatták, hogy a törzs tagjai szellemileg nem visszamaradtak, életmódjuk és nyelvük nagyfokú kreativitásra utal. A piraha törzs tehát teljesen normálisan működő, komoly vadászati stratégiák kialakítására képes népcsoport, mindössze arról van szó, hogy nincs igényük arra, hogy komolyabb számításokat végezzenek. De nem csak a számolással kapcsolatban adódnak náluk furcsaságok. Nincs jelen az életükben a művészetnek semmilyen formája, nem készítenek dísz tárgyakat, rajzokat. Amikor a felkeresésükre érkező kutatók repülőgépeit meglátták, néhány napon át repülőre emlékeztető modelleket készítettek ágakból, de távozásuk után pár nappal ez a szokás megszűnt. Nem rendelkeznek semmilyen eredettörténettel sem. Törzsük történéseit csak néhány generációra tudják visszavezetni, annál tovább nem. Mezőgazdaságuk sem tervez egy-két napnál tovább előre. A pirahák a jelenben élnek, és gondolkodásuk is mindig a jelenben lévő dolgok konkrét szintjén zajlik. Végző soron kijelenthetjük, hogy a pirahák azért nem rendelkeznek a számok absztrakt fogalmával, mert sosem volt rá szükségük. Életmódjuk során megvoltak a szervezett mezőgazdaság és

állattartás nélkül is, szokásaikra nem igazán gyakorol hatást az évszakok váltakozása, az évek múlása.

A számfogalom kialakulása, úgy tűnik, elsősorban tehát két dologhoz köthető. Az egyik az idő múlásának és ciklikusságának kimutatására alkalmas órák és naptárak készítése, a másik pedig a különböző javak nyilvántartása. És ez utóbbi vezetett el minden jel szerint a mennyiségeket leíró számjegyek feltalálásához és az absztrakt számfogalom megszületéséhez is.

Különös agyaggömbök és bennük kis agyaggolyók kerültek elő az ősi sumer városok maradványait feltáró régészeti kutatások során. Az agyaggolyók egy precíz nyilvántartás részét képezték, és mindenféle javakat, például állatokat, gabonaegységeket vagy földterületek egységeit szimbolizálták. A sumer városok ugyanis komoly gazdasággal rendelkeztek, és mindenről precíz nyilvántartást vezettek. Az adásvételek, adók vagy más gazdasági tranzakciók során az agyaggömb belsejébe zárt kis golyócskák reprezentálták a valóságban gazdát cserélt portékát. A gömb belsejében lévő golyók számát csak úgy lehetett utólag megváltoztatni, ha ehhez magát a gömböt is összetörték, így ez a rendszer rendkívül megbízható volt, és kitűnő védelmet nyújtott az esetleges csalások ellen. Mindössze egyetlen probléma volt vele, amit a rendszer kitalálói is viszonylag hamar felismertek. Az, hogy miután bezárták a golyókat a gömb belsejébe, meglehetősen körülményessé vált annak tisztázása, hogy hány golyót is tartalmaz a gömb, és így például hány kecske cserélt gazdát valójában. Ha kíváncsiak voltak a pontos számra, ahhoz magát a gömböt össze kellett törniük, ezáltal viszont megszűnt a rendszer legfőbb erénye, a biztonság. Ezen a kis problémán úgy tették túl magukat, hogy miközben a golyókat behelyezték az agyaggömb belsejébe, finoman belenyomták őket az akkor még lágy agyagba, így

terület éghajlata akkoriban még teljesen más volt. Ennek oka az, hogy Földünk klímája bizonyos időközönként jelentősen változik. Vannak hosszú meleg periódusok, melyeket rövidebb hideg időszakok követnek. E rövid hideg ciklusok nagyjából 150 millió éves periódusokban érkeznek, és úgy 50-60 millió évig tartanak. Ezeket az időszakokat hívjuk jégkorszakoknak, és fő jellemzőjük, hogy ilyenkor jégsapka borítja a Föld pólusait. Ha picit elmélázunk azon, hogy jelenleg van-e jég az Antarktiszon, akkor arra az elsőre igencsak meglepő következtetésre jutunk, hogy a mai napon épp jégkorszak van. A megállapítás nagyon is helyes, mindjárt az is kiderül, hogy miért. A jégkorszakok ideje alatt a Föld klímája ugyanis szintén ingadozik. Ennek az ingadozásnak az az oka, hogy bolygónk tengelyének ferdesége és Nap körüli pályájának alakja is periodikusan változik. Amikor a Föld tengelye ferdebb, akkor a nyári időszakban erősebben süti a nap a pólusokat, télen pedig sokkal gyengébben. Így forró nyarak és hideg telek váltják egymást. Ha a tengely ferdesége kisebb, akkor hűvösebb nyarak és enyhébb telek váltakoznak. A hűvösebb nyarak kedveznek a télen esett hó felhalmozódásának, amely évről évre gyarapodva hatalmas hómezökké hízik, és a létrejövő hómezők a napfényt visszaverve az úgynevezett albedóhatásnak köszönhetően még jobban csökkentik a hőmérsékletet, ami egy önmagát gerjesztő folyamatként a jégsapkák jelentős növekedését okozza. Ezeket az időszakokat nevezi a köznyelv – némileg tévesen – jégkorszakoknak, a tudomány pedig glaciálisoknak. Amikor a Föld folyamatosan változó tengelyferdesége elkezd növekedni, melegebb nyarak köszöntenek be, aminek hatására a jégpáncél olvadni kezd. A földtörténeti értelemben pillanatok alatt elolvadó jég hatalmas áradásokat okozva formálja át bolygónk felszínét. A legutóbbi glaciális mintegy tízezer évvel ezelőtt ért

véget. Azóta egy interglaciális időszakban vagyunk. Amikor ez az utolsó glaciális időszak véget ért, a hirtelen elolvadó jég hatalmasra duzzasztott folyókon át tört magának utat dél felé, Észak-Amerikában létrehozva például a Grand Canyon általunk ismert mai képét. Európa és Ázsia északi területein is elképesztő mennyiségű jég kezdett olvadni, és az olvadás hatására bővizű folyamok indultak útnak dél felé. A jelenleg száraz és sivatagos iraki és iráni területeken két hatalmas folyam, a Tigris és az Eufrátesz szállította a gigászi jégsapkák olvadásával keletkező iszonyatos mennyiségű vizet. A folyók által közrefogott mocsaras területeken pedig bőségesen volt élelem.

Később aztán, ahogy a jégsapkák jelentős része elolvadt, a folyók vízhozama csökkenni kezdett. Úgy 3-4 ezer évvel ezelőtt a terület elkezdett kiszáradni, és az ott élő népeknek azzal kellett szembesülniük, hogy a terület termékenységének megtartása érdekében mezőgazdasági és állattenyésztési munkálatokba kell fogniuk. A fokozatosan egyre szárazabbá váló területeket a földek öntözésére szolgáló csatornákkal látták el. A mocsarak visszaszorulásával nőtt a lakható területek mérete, a mezőgazdaság fejlődése pedig a népesség növekedését hozta. Az egyre gyarapodó városok közül az egyik legnagyobb volt Uruk, amely közel ötezer éven át lakott település volt. A népesség növekedése komoly szervezési feladatokat igényelt. A különböző adminisztrációs intézkedések, mint például az adók, szükségessé tették egy precíz könyvelési rendszer üzemeltetését, és ebben a rendszerben találták föl az írást és a számjegyeket. Vagyis kijelenthetjük, hogy az emberiség nem azért találta föl az írást, hogy a költők lejegyezhesék legszebb szerelmes verseiket, vagy a nagy hősök megírhasák regéiket. Az első igazi írásos emlékek adóbevallások és árunyilvántartások voltak.

A Plimpton 322

És mondá az Úr Mózesnek: vágj két kőtablát, hasonlókat az előbbiekhöz, hogy írjam fel azokra a trigonometrikus azonosságokat és a számok négyzeteit és köbeit... Hát, a táblák valójában nem kőből, hanem agyagból voltak, Mózes pedig akkor még nem is élt, amikor ezeket az agyagtáblákat megalkották. A táblák készítői a babilóniaiak voltak, akik ezekbe az agyagtáblákba sűrítették bele a kor matematikai tudásának legjavát. Babilónia híres volt elképesztő építészeti megoldásairól, a városokat körülvevő hihetetlen méretű öntözőrendszerek vagy épp a vallási és gazdasági központokként működő hatalmas lépcsős templomok, a zikkuratok megépítéséhez pedig komoly matematikai ismeretekre volt szükség. Ezeket az ismereteket gyűjtötték össze azokon az agyagtáblákon, melyeket az 1900-as évek elején induló régészeti ásatásokon kezdtek el feltárni. Az ásatások egyik vezetője egy bizonyos Edgar James Banks volt, a keleti nyelvek professzora, egyben régész, író és diplomata. Az izgalmas régészeti feltárásokban részt vevő Banks gyakran keveredett különböző kalandokba, és előszeretettel kereskedett az ásatásokon előkerülő kincsekkel. Olyan volt, mint a filmekből ismert Indiana Jones, ami nem is csoda, ugyanis Banksról mintázta Indiana Jones karakterét George Lucas. A legenda szerint az ásatások során előkerült számtalan agyagtábla közül Banks 10 dollárért adta el az egyiket George Arthur Plimptonnak, aki aztán később a Columbia Egyetemre bízta a tábla őrzését. A Columbia Egyetem gyűjteményében őrzött Plimpton 322 nevű babiloni agyagtáblát közelítőleg 1800 évvel időszámításunk előtt készítették, és a rajta látható táblázatok pitagoraszi számhármassokat tartalmaznak. Vagyis a Pitagorasz-tételt ismerték már több mint 1000 évvel Püthago-

rasz születése előtt. Előkerültek olyan táblák is, amelyeken a számok négyzeteit vagy köbeit tartalmazó listák szerepelnek, vannak terület és térfogat kiszámítására vonatkozó táblák, de találtak egyszerű szorzó- és osztótáblákat is. A babilóniaiak ismertek meglepően sok geometriai összefüggést is, például a hasonló háromszögek területeinek arányát vagy éppen az egységnyi hosszúságú négyzet átlójának hosszát. Egy 2017-es tanulmány szerint pedig a Plimpton 322 tábla a pitagoraszi számhármason kívül trigonometrikus értékeket, a szinuszhoz és koszinuszhoz hasonló mennyiségeket is tartalmazott. A babilóniaiak ezeket a matematikai ismereteiket civilizációjuk fejlesztésére használták, főként a bonyolultabb építkezésekhez, naptárakhoz, napórákhoz vagy éppen csillagászati méréseikhez. De néhány fennmaradt táblán olyan matematikai problémák is vannak, melyeket úgy tűnik, mintha csak pusztán szórakozásból fogalmaztak volna meg. A matematika tehát egyidős az emberiséggel, és története szétválaszthatatlanul összefonódott az emberiség sorsának fonalával. A Plimpton 322 agyagtábla idősebb Mózes kőtábláinál, a rajta szereplő trigonometrikus kifejezések pedig hamarabb hirdették a matematika törvényeit, mint Isten törvényeit a Tízparancsolat.