Tartalom

Előszó a magyar kiadáshoz

*A pi történeté*t megpillantva, a könyvesbolt kínálatában válogató vásárló joggal teheti fel a kérdést: ugyan miért lenne érdemes egy ötvenéves könyvet forgatnom, amely ráadásul egyetlen számról szól? A *Wikipédia* mindent elmond róla, amit tudnom érdemes.

A matematika története során gyakran fordul elő, hogy egy-egy megoldatlan probléma tartósan a figyelem középpontjában marad – gyakran évszázadokon át. Ezek a „sűrűsödési pontok” aztán új megoldásokat, új szemléletmódot, sőt néha teljesen új matematikai szakterületek létrehozását kényszerítik ki. Ilyen probléma volt a π szám is. Évezredeket, kiváló matematikusok sorát és a matematika különféle területeit összekapcsoló probléma. Történetének megismerése egyet jelent a matematikai módszer lényegének, fejlődési módjának megismerésével.

A II. világháborút követő évtizedekben – részben a fizikusoknak az atombomba előállításában játszott szerepe következtében – a tudomány korabeli képviselői sokkal gyakrabban és erőteljesebben nyilvánultak meg társadalmi és politikai kérdésekben. Ez a szemléletmód közelebb hozta egymáshoz a tudomány és az átlagember világát, s talán abban is szerepet játszott, hogy sikerült elkerülni az akkoriban reális fenyegetésnek látszó nukleáris háborút.

Petr Beckmann ennek a kornak a képviselője. Villamosmérnökként írt matematikatörténetet, vállalva, hogy a matematikusok és a történészek haragját is magára zúdítja. Mert matematikatörténeti felfogása nem szokványos, a bizonyításokkal meglehetősen nagyvonalúan bánik, viszont érthető, olvasmányos könyvet írt. Történészek és filozófusok nemtetszését, talán dühét kelti fel azzal, ahogy az ókori Róma tudományos, kulturális és erkölcsi színvonalát értékeli, azzal, amit Arisztotelészről, Julius Caesarról vagy a katolikus egyházról gondol és ír. Ugyanakkor minden lehetséges alkalommal szót emel a zsarnokság bármely formája ellen – legyen az a nácizmus vagy a kommunista diktatúra –, és kiáll a szabadságjogok mellett.

A π számértékének meghatározására – amint arra lehetőség adódott – természetesen igénybe vették a számítógépeket. Az erről szóló fejezeteket rágta meg leginkább az idő vasfoga. Már nem aktuális, mégis érdekes arról olvasni, milyen volt a számítástechnika akkor, amikor laptop, mobiltelefon, wifi még a képzeletben sem létezett.

A könyv kuriózum. Egyediségét a sokszínűsége adja: fontos matematikai ismeretek tárháza és a matematika történetének egy speciális szelete; a fogalmak, a tételek és a személyek összekapcsolásával a matematikát élővé teszi az olvasó számára; kordokumentum és történelemismeret egy kívülálló felfogásában; nagyon szimpatikus, követésre méltó emberi és kutatói viselkedési minta.

Töprengést, tűnődést és rugalmasságot kíván, emellett az érvek és ellenérvek felsorakoztatását és megértését igényli. Ezért olvasását nem ajánljuk sem a teljes igazságot birtokló véleményvezéreknek, sem a social media függők lelkes és egyre növekvő táborának.

A fordító

Előszó

A π története az emberi történelem furcsa kistükre. Olyan emberek históriája, mint például a szürakuszai Arkhimédész, akinek a π kiszámítására adott módszerén lényegesen javítani nagyjából 1900 évig nem tudtak; vagy egy clevelandi üzletemberé, aki egy 1931-ben kiadott könyvben azt a remek felfedezést közölte, hogy a π értéke pontosan 256/81, vagyis az egyiptomiak által már 4000 évvel korábban használt érték. Az i. e. 3. századi Alexandria nagyszerű tudományos teljesítménye mellett az emberi butaságnak is krónikája ez a történelem, mely a középkori püspököket és keresztes lovagokat a tudományos könyvtárak felgyújtására késztette, mivel azok anyagát az ördög művének tartották.

Sem történész, sem matematikus nem lévén, messzemenően alkalmasnak érzem magam ennek a történetnek a megírására.

Ezt szarkasztikus megjegyzésnek szántam, de van igazságmagja. Nem vagyok történész, így nem kell felvennem a szenvtelen tartózkodás álarcát. A történelem emberekhez és intézményekhez kapcsolódik – némelyüket csodálom, némelyüket gyűlölöm; akárhogy is van, nem kell azon töprengenem, hogy utat engedjek-e meggyőződéseimnek. Ám hiszem, hogy tény és meggyőződés a továbbiakban élesen különválik, így az olvasónak nem kell attól tartania, hogy ízlésem és előítéleteim túlságosan befolyásolnák.

Nem lévén matematikus, nem vagyok köteles fejtegetéseimet túlzott matematikai szigorral bonyolítani. Abban bízom, hogy ez a kis könyv a matematika iránti érdeklődésre sarkallja nem matematikus olvasóit, mint ahogy abban is reménykedem, hogy a fizikus- és mérnökhallgatók figyelmét a munkájukban használt eszközök története felé tereli. A matematika iránti ellenszenv kialakításának ugyanakkor van két biztos és túl sokszor kipróbált módja: az egyik, hogy az olvasót bizonyítatlan kinyilatkoztatásokkal kínozzuk; a másik, hogy epszilonozással, egzisztencia- és unicitásbizonyításokkal verjük fejbe. Én igyekszem a középutat járni.

Meglehetősen unalmas lenne egy olyan történet, amely a ki mikor mit tett a π meghatározásáért folyamatában csupán tényeket és adatokat tartalmazna, ezért úgy gondoltam, jobb, ha a tényeket beágyazom abba az időszakba, ahol egy-egy előrelépés történt. Olykor messzire elkalandoztam, például a Római Birodalomról vagy a középkorról írva; mert úgy vélem, fontos azoknak az időknek és okoknak a bemutatása is, amikor és amelyek miatt a π történetében *nem* történt haladás.

A könyv matematikai színvonala rugalmas kezelést tesz lehetővé. Ha az olvasó egyes helyeken túl nehéznek találja a matematikát, tegye azt, amit a matematikus a számára magától értetődő helyeken tesz: ugorja át!

Könyvem, bármilyen rövid is, nem jöhetett volna létre a Golem Press lelkes támogatása nélkül, s most élek a lehetőséggel, hogy kifejezzem hálámat valamennyi munkatársuknak. Adósa vagyok az Archives Division of the Indiana State Librarynak, mert elérhetővé tette számomra az 1897-es Indianai Közgyűlés 246. törvényjavaslatának fénymásolatát, a Cambridge University Pressnek, a Dover Publicationsnak és a Litton Industriesnek, mert nagyvonalúan engedélyezték, hogy jogdíjas anyagokat térítésmentesen közöljek.

Nagy élvezettel írtam ezt a könyvet, és őszintén remélem, hogy leendő olvasóinak is örömet okoz.

Boulder, Colorado, 1970 augusztusa

Petr Beckmann

Előszó a második kiadáshoz

Miután Arisztotelészt tökfilkónak neveztem, köptem a Római Birodalomra, és nagy tiszteletnek örvendő intézmények dolgába ütöttem az orrom, fel voltam készülve rá, hogy a kritikák majd egy arcátlan és műveletlen szerző beteges szüleményének fogják tartani könyvemet. Meglepetésként ért hát, s kellemes érzéssel töltött el, hogy a kritikák nagyon kedvezőek voltak, és az első kiadás kevesebb mint egy év alatt elfogyott.

Hálás vagyok olvasóimnak, akik jelezték a nyomdahibákat és a tévedéseimet, különösen pedig azoknak, akik (teljesen jogosan) kérdőre vontak: miért nem foglalkoztam a π számértéke meghatározásának jelenkori történetével. Ezt a hiányosságot próbálom most orvosolni egy új fejezettel, amely *A számítógépek kora* címet viseli.

A Golem Pressnél D. S. Candelaber ragyogó ötlete volt, hogy a könyv utolsó lapjain adjuk meg a π első tízezer tizedesjegyét, az American Mathematical Society pedig engedélyt adott, hogy közöljünk két oldalt Shanks és Wrench 1962-ben megjelent cikkéből, a szerzők által számítógépről kinyomtatott π-érték másolatát. A cikk egy példányát az egyik szerző, dr. John W. Wrench, Jr. bocsátotta rendelkezésünkre. Mindanynyiuknak őszinte köszönetemet szeretném kifejezni. Nagyon hálás vagyok mindazoknak az olvasóimnak is, akik megjegyzéseikkel segítettek. Lekötelezettje vagyok Mr. Craige Schenstednek és M. Jean Meeusnek, akik elkészítették az első kiadás részletes hibajegyzékét.

Boulder, Colorado, 1971 májusa

Petr Beckmann

Előszó a harmadik kiadáshoz

Kijavítottunk néhány hibát, és a harmadik kiadás újra lett szedve.

1973-ban megjelent a könyv japán fordítása.

Időközben kialakult egy nyugtalanító áramlat, amely a tudománytól az irracionális felé visz. Az űripart szinte teljesen lebontották. Az egyetemi beiratkozások a tudományos szakokra és a mérnöki tudományokra jelentősen csökkentek. A hiszékeny és dezorientált tömeg nyájként hömpölyög a halandzsázó maharadzsák felé. Az ökológia, ez az egykor respektált tudomány a megváltóként tetszelgő frusztrált háziasszonyok hívószavává vált. A technológia vérig sértette a tehetős entellektüeleket azzal, hogy többé már nem képesek megérteni.

A tudatlanság, a tudomány- és technológiaellenes felfogás mindig is jó táptalaja volt a zsarnokságnak. Az ókori császárok, a középkori egyház, a napkirályok, az elnyomó államok hatalma mindig az elnyomottak tudatlanságában gyökeredzett. A tudomány- és technológiaellenesség az egyéni szabadságjogok megnyirbálásának melegágya. Új zsarnokság van a láthatáron. „Társadalomnak” álcázza magát.

Azok, akik nem tanulják meg a történelem leckéjét, arra vannak kárhoztatva, hogy újraéljék!

Az utódainkra is ez vár?

Boulder, Colorado, 1974 karácsonya

Petr Beckmann

1
HAJNAL

A történelem megörökíti a gazember királyok neveit, de képtelen számot adni a búza eredetéről.

Jean Henry Fabre
(1823–1915)

Vagy egymillió év telt el azóta, hogy az embernek nevezett, eszközhasználó állat feltűnt ezen a bolygón. Ez alatt az idő alatt megtanulta felismerni a formákat és irányokat, megragadni a mennyiség és a szám fogalmát, megtanult mérni, és rájött, hogy bizonyos mennyiségek között valamiféle rokonság áll fenn.

Ennek a folyamatnak a részleteit nem ismerjük. A sötétséget megtörő derengő fényjel a kőkorba nyúlik vissza – ez egy rováspálcát formázó, bemetszéseket tartalmazó, farkastól származó csont (lásd a képet a következő oldalon). Ezek a jelek az idő előrehaladtával gyakoribbá és erősebbé váltak, de közvetlenül dokumentált tényekké csak körülbelül i. e. 2000 évvel álltak össze – ez előtt inkább csak másodlagos bizonyítékokról beszélhetünk. E tények egyike a következő: időszámításunk kezdete előtt 2000 évvel az ember felfogta annak az állandónak a jelentőségét, amit ma π-vel jelölünk, és értékére egy durva közelítést is talált.

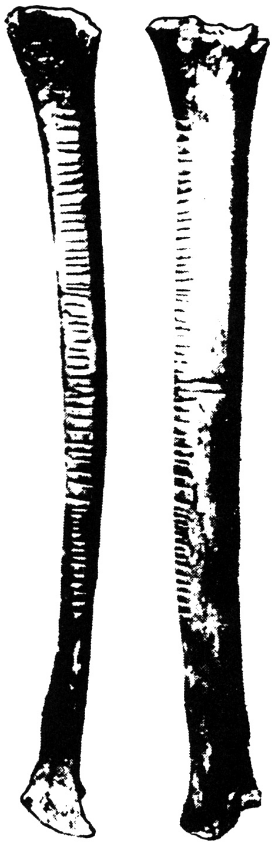
Hogy juthattak el erre a pontra? E kérdés megválaszolásához vissza kell mennünk a kőkorig, sőt azon is túl, a feltevések birodalmába.

Jóval azelőtt, hogy a kereket feltalálták, az embernek meg kellett tanulnia azonosítania a kör rendkívül szabályos alakját.

Szemébe nézett társainak és a korabeli állatoknak; rápillantott a holdkorongra, a napkorongra; látta azt vagy valami hasonlót egyes virágokban; és talán elbűvölte alakjának végtelen szimmetriája, amikor a homokban botjával megrajzolni igyekezett.

Aztán – tűnődhetünk tovább – elkezdte kapiskálni a mennyiség fogalmát – látott nagy köröket és kis köröket, magas fákat és alacsony fákat, nehéz köveket, nehezebb köveket és nagyon nehéz köveket. E kvalitatív állításoktól a kvantitatív mérésig vezető út volt a matematika hajnala. Hosszú és rögös út lehetett, azt azonban a tévedés veszélye nélkül feltételezhetjük, hogy az út bejárása először csak lényeges értékeket képviselő mennyiségek – állatok, emberek, fák, kövek, botok – mentén történt. A számolás mennyiségmérést jelentett: dolgok vagy élőlények sokaságának kvantitatív felmérését.

Először csak kettőig tanult meg számolni az ember, és hosszú idő telt el, míg a nagyobb számokkal való számolást is elsajátította. Erre megfelelő mennyiségű bizonyítékunk van,[1] de talán a leginkább lenyűgöző bizonyíték az, amit a nyelv őrzött meg számunkra. A középkorig a cseh nyelv még kétféle többes számot ismert – külön kezelte a kettőt és a sokat (a kettőnél többet) –, sőt a finn nyelvben ez még ma is így van. A (germán eredetű) *two* és *half* szavak között nyilvánvalóan nincs semmilyen kapcsolat; az újlatin nyelvekben sincs (a francia *deux* és a *moitié* között), a szláv nyelvekben sincs (az orosz *dva* és a *pol* között), sőt a nem indoeurópai magyar nyelvben sincs összefüggés a *kettő* és a *fél* szavak között. Viszont az összes európai nyelvben összekapcsolódik a 3 és az 1/3, a 4 és az 1/4 és a többi elnevezése. Mindez azt sugallja, hogy a tört fogalmát az ember csak azután ismerte fel, miután már kettőnél tovább tudott számolni.



Kőkorszaki rováspálca. Egy farkas lábszárcsontja középen két mély bevágással, 25, illetve 30 jelből álló rovássorozattal. Lelőhely: Véstonice, Morvaország, 1937[2]

A következő lépést a különféle mennyiségek közötti viszony felfedezése jelentette. Megint csak bizonyosnak látszik, hogy ezeket a viszonyokat kezdetben kvalitatív módon fejezték ki. Észre kellett venniük, hogy a nagyobb kövek nehezebbek, bonyolultabb megfogalmazásban: összefüggés van a kő térfogata és súlya között. Meg kellett figyelniük, hogy az idősebb fa magasabb, a gyorsabb futó messzebbre jut, több zsákmány több élelmet jelent, nagyobb föld több termést hoz. Az ilyen típusú összefüggések egyike – mert kivétel nélkül mindig igaz volt – aligha kerülhette el a figyelmet:

Minél szélesebb a kör „keresztben”, annál hosszabb „körben”.

És megint, a kvalitatív érveléseknek ezt a vonalát kvantitatív meggondolásoknak kellett követniük. Ha megduplázod a kő térfogatát, a súlya is megkétszereződik; ha kétszer olyan gyorsan futsz, kétszer akkora távolságot teszel meg; ha megtriplázod a vetésterületet, háromszor akkora termést takaríthatsz be; ha megkétszerezed a kör átmérőjét, megkétszerezed a kerületét is. A szabály természetesen nem mindig működik: a kétszer olyan idős fa nem kétszer olyan magas. A „több... több” kapcsolat nem mindig jelent arányosságot, vagy nagyképű megfogalmazásban: nem minden függvény lineáris.

Az újkőkorszakbeli embert aligha érdekelték a lineáris függvények; de bizonyos, hogy ez az ember – tudatosan vagy öntudatlanul, tapasztalatok alapján, ösztönösen, gondolkodás révén vagy mindezek együttes alkalmazásával – felismerte az arányosság fogalmát, azaz felismert olyan mennyiségpárokat, amelyek egyikét kétszerezve, háromszorozva, négyszerezve, felezve vagy változatlanul hagyva a másik mennyiség is kétszereződött, háromszorozódott, négyszereződött, feleződött, vagy változatlan maradt.

És aztán jött a nagy felfedezés! Bizonyos specifikus tulajdonságok felismerésével és leírásával még vajmi keveset érünk el. (Ezért olyan sivár a régi, leíró jellegű biológia.) A nagy tudományos felfedezés ideje akkor jön el, amikor a megfigyeléseket olyan módon általánosítják, hogy kimondhatnak egy általánosan érvényes szabályt. Minél szélesebb körben érvényes, annál nagyobb a szabály jelentősége. Ha azt mondjuk, hogy egy parcella fél, két parcella egy, három parcella másfél törzset lát el élelemmel – mindez csak bizonyos parcellákra és bizonyos törzsekre igaz. Ha azt mondjuk, hogy egy méhnek hat lába van, három méhnek tizennyolc lába stb., akkor ez az állítás legjobb esetben is csak a rovarok osztályára alkalmazható. De valahol az idő fonalán kíváncsi és okos egyedeknek meg kellett látniuk a közöset az ilyen és ehhez hasonló mennyiségek viselkedésében:

Akárhogy is változtatunk két arányos mennyiséget, hányadosuk állandó marad.

A parcellák esetében ez az állandó: $1 : \frac{1}{2} = 2 : 1 = 3 : 1\frac{1}{2} = 2$. A méhekre $1 : 6 = 3 : 18 = 1/6$. És ez, ahogy azt az ember felfedezte, általánosan, nem csupán specifikusan igaz.

A hányados állandóságára nem számok osztásával következtettek (és bizonyosan nem arab számok osztásával, ahogy azt fentebb felírtuk), inkább geometriai formában fejezték ki az arányt, mert a geometriai volt az első olyan matematikai tudományág, amelyben lényeges előrelépés történt. Az arányos mennyiségek hányadosa állandóságának felismerése szempontjából nem az aktuális technika a döntő.

Közbenső lépések is voltak természetesen, például az összeadás, kivonás, szorzás, osztás felfedezése; és az absztrakció – ahogy azt a „két madár meg két madár egyenlő négy madár” típusú kijelentésekről a „kettő meg kettő az négy” kijelentésre történő áttérés példázza. A π felé vezető úton mégis az jelentette a döntő, óriási lépést, amikor felismerték, hogy az arányos mennyiségeket egy állandó kapcsolja össze.

Innen már csak egy aprócska lépés a π. Ha a „körben” (kerület) és a „keresztben” (átmérő) mennyiségek arányosságát felismerték, ami könnyen előfordulhatott, abból azonnal következik, hogy

kerület : átmérő = állandó minden körre.

Ennek a körállandónak a jelölésére csupán az i. sz. 18. században vezették be a π jelet, ahogy az egyenlőségjel (=) használata is csak az i. sz. 16. században vált általánossá. (Az egyenlőség jelölésére először Robert Recorde angol matematikus és fizikus használta a kettős vonalkát 1557-ben azzal a kedves megjegyzéssel, hogy „noe .2. thynges, can be moare equalle” [nincs két dolog, amely ezeknél egyenlőbb lehet].) Ám mi kezdettől fogva modern jelölést fogunk használni, melyben a π szám definíciója:

$$\pi = \frac{C}{D}, \tag{1.1}$$

ahol C egy tetszőleges kör kerületét, D az átmérőjét jelenti.

És ezzel képzeletbeli utunkon eljutottunk i. e. 2000 környékéhez, a matematika dokumentált történetének hajnalához. Ebből az időből származó írásos emlékek alapján nyilvánvaló, hogy (legalább) a babilóniaiak és az egyiptomiak akkoriban már tisztában voltak az (1.1) szerint értelmezett π állandó létezésével és jelentőségével.

* * *

De a babilóniaiak és az egyiptomiak a puszta létezésénél többet is tudtak a π-ről. Hozzávetőleges értékét is megtalálták. I. e. 2000 táján a babilóniaiak a

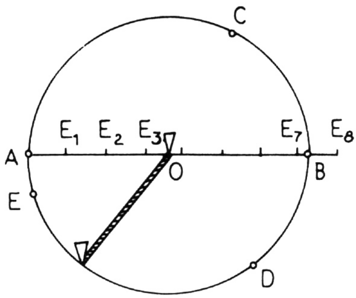
$$\pi = 3\frac{1}{8}, \tag{1.2}$$

az egyiptomiak a

$$\pi = 4\left(\frac{8}{9}\right)^2 \tag{1.3}$$

közelítésig jutottak el.

Hogyan jutott el az ókori ember ezekhez az értékekhez? Biztosan senki nem tudja, de ezúttal elég könnyű kitalálni.



Így mérték ki a π-t a Nílus homokjában

A legkönnyebb út nyilvánvalóan az, ha rajzolunk egy kört, megmérjük a kerületét és az átmérőjét, és vesszük a két mennyiség arányát. Próbáljuk megtenni mindezt az i. e. 3000-beli Egyiptomba képzelve magunkat. Nem létezik a Nemzeti Szabványügyi és Technológiai Intézet, nincs hitelesített mérőszalagunk. Nem használhatjuk a tízes számrendszert és az osztás műveletét. Nincs iránytű, nincs ceruza, nincs papír; csak cövekek, kötelek és homok áll rendelkezésünkre.

Keressünk hát egy nagyjából sima területet a Nílus mentén a nedves homokban, verjünk le egy rudat, kössünk rá egy kötéldarabot, a másik végét rögzítsük egy hegyes végű cövekhez, tartsuk feszesen a kötelet, és rajzoljunk vele egy kört a homokba. Húzzuk ki a homokból a központi rudat, ami egy O lyukat hagy maga után (lásd az ábrát). Most vegyünk egy hosszabb kötelet, válasszunk ki egy A pontot a körön, és feszítsük ki A-tól O-n keresztül a kötelet egészen a kötél és a kör B metszéspontjáig. Jelöljük be a kötélen (faszénnel) az AB távolságot; ez lesz az átmérő és a mi hosszegységünk. Fogjuk most a kötelet és fektessük bele a homokban kört alkotó barázdába, A-tól indulva. A szénjel a C pontba kerül; ezzel az átmérőt egyszer rámértük a kerületre. Mérjük rá másodszor is, C-től D-ig, majd harmadszor is, D-től E-ig, így az átmérő háromszor (és még egy kevésszer) fér rá a kerületre.

Kezdetnek elhanyagoljuk a „kevésszert”, és a legközelebbi egész számot vesszük:

$$\pi = 3. \tag{1.4}$$

Közelítésünk javításához mérjük meg az EA maradékot, az AB távolságegységünk törtrészét. Megmérjük az íves EA távolságot, és bejelöljük a hosszát a kötél egy darabján. Kiegyenesítve a kötelet, ezt a hosszat, ahányszor csak lehet, rámérjük az AB-re. Az AB egységtávolságunkra ez hétszer-nyolcszor fér rá. (Ha csalunk egy kicsit, és bevetjük a 20. századi számtant, látni fogjuk, hogy a valódi érték jóval közelebb van a 7-hez, mint a 8-hoz, azaz az ábra E_7 pontja E_8-nál jóval közelebb van B-hez, $1/7 = 0{,}142857\ldots$, míg $1/8 = 0{,}125$, azaz az első közelebb van a $\pi - 3 = 0{,}141592\ldots$ értékhez. Vastag kötelet és szénjelet használva a mérés során nehéz lesz azonban ezt pontosan megállapítani az önkényesen sík felületnek tekintett homokba rajzolt, hozzávetőleges körről.)

Így hát megmértük, hogy az EA ív hossza az AB távolságegység 1/7-e és 1/8-a közé esik; második közelítésünk tehát

$$3\frac{1}{8} < \pi < 3\frac{1}{7}, \tag{1.5}$$

mert ezek az egyszerű törtek közelítik legjobban azt az értéket, ahányszor az egységnyi AB kötélhossz ráfér az $ABCD$ kerületre.

És valóban,

$$\pi = 3, \quad \pi = 3\frac{1}{7}, \quad \pi = 3\frac{1}{8}$$

azok az értékek, amelyekkel az ókorban leggyakrabban találkozunk.

23 וַיַּעַשׂ אֶת־הַיָּם מוּצָק עֶשֶׂר
בָּאַמָּה מִשְּׂפָתוֹ עַד־שְׂפָתוֹ עָגֹל ׀ סָבִיב וְחָמֵשׁ בָּאַמָּה
קוֹמָתוֹ וְקָוֹה שְׁלֹשִׁים בָּאַמָּה יָסֹב אֹתוֹ סָבִיב׃

23. και εποιησε την θαλασσαν δεκα εν πηχει απο του χειλους αυτης εως του ψειλους αυτης, στρογγυλον κυελω το αυτο. πεντε εν πηχει το υψος αυτης. και συνηγμενη τρεις και τριακοντα εν πιχει.

[23] Hizo asimismo un mar de fundición, de diez codos del uno al otro lado, redondo, y de cinco codos de alto, y ceñíalo en derredor un cordón de treinta codos.

23. Il fit aussi une mer de fonte, de dix coudées d'un bord jusqu'à l'autre, qui était toute ronde: elle avait cinq coudées de haut, et elle était environnée tout à l'entour d'un cordon de trente coudées.

23. Udělal též moře slité, desíti loket od jednoho kraje k druhému, okrouhlé vůkol, a pět loket byla vysokost jeho, a okolek jeho třicet loket vůkol.

23. Und er machte ein Meer, gegossen, von einem Rand zum andern zehn Ellen weit, rundumher, und fünf Ellen hoch, und eine Schnur dreißig Ellen lang war das Maß ringsum.

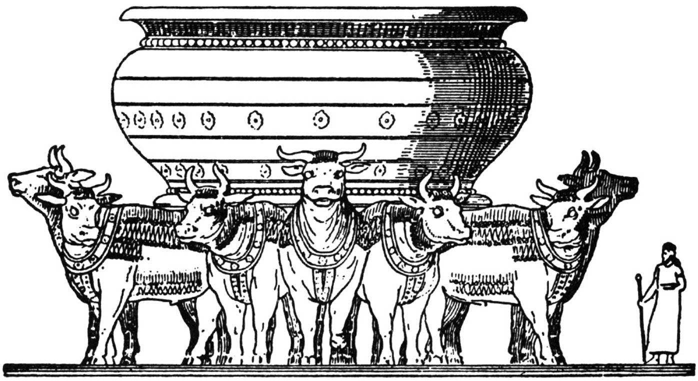
23. And he made a molten sea, ten cubits from the one brim to the other; it was round all about, and his height was five cubits: and a line of thirty cubits did compass it round about.

Például az Ószövetségben (Királyok I. könyve, 7. rész, 23.) a következő verset találjuk:

> És csinála egy öntött tengert, mely egyik szélétől fogva a másik széléig tíz sing volt, köröskörül kerek, és öt sing magas, és a kerületit harmincz sing zsinór érte vala körül.
>
> *Károli Gáspár fordítása*

Az öntött tenger, mint írja, kerek volt, 30 sing érte körül (ez a kerület), egyik szélétől a másikig 10 sing volt (ez az átmérő); azaz a π bibliai értéke $30/10 = 3$.

A Királyok könyvét az ókori zsidók i. e. 550 körül szerkesztették vallásos könyvként, de forrásai néhány évszázaddal korábbra nyúlnak vissza. Abban az időben a π-t már számottevően pontosabban ismerték, de a Biblia szerkesztői nyilvánvalóan nem. Még a Talmudban – ami lényegében az Ószövetség szövegmagyarázata, és i. sz. 500 körül tették közzé – is az áll, hogy „aminek a kerülete három ölnyi, az egy ölnyi”.



Az öntött tenger. A Királyok könyvének leírása alapján rekonstruálta Gressman[3]

A korai ókorban, Egyiptomban és másutt, a papok gyakran szoros kapcsolatban álltak a matematikával (a naptár felügyelőiként és további, később részletezendő okokból). A társadalom további szakosodásával azonban a tudomány és a vallás különvált. Az Ószövetség összeállításának idején ez a szétválás már megtörtént. A π bibliai értékének pontatlansága természetesen nem több mulatságos érdekességnél. Utólag visszatekintve arra, ami később történt, érdemes megjegyezni ezt az apró kis kavicsot a vallás és a tudomány konfrontációjához vezető úton, amely néhány alkalommal nyílt konfliktussá fajult, és amelyről később többet is fogunk mondani.

Visszatérve a π értékének primitív eszközökkel végzett közvetlen meghatározásához, bátran kijelenthetjük, hogy az az (1.5)-ben megadottnál pontosabb értékekre nem vezetett. Attól fogva az embernek madzag és homokba vert cövek helyett inkább az eszére kellett támaszkodnia. És inkább az eszének, mint a tapasztalati méréseknek köszönhetően talált rá a kör területére.

* * *

Az ókori népeknek voltak szabályaik a kör területének kiszámítására. Itt sem tudjuk, hogyan vezették le ezeket a szabályokat (az egyiptomiak által használt módszer kivételével, amelyről a következő fejezetben szó lesz), és hogy találgatni tudjunk, megint végig kell játszanunk a „hogyan csinálnánk az ő ismereteikkel” játékot. A kör területe, mint tudjuk,

$$A = \pi r^2, \tag{1.6}$$

ahol r a kör sugara. Legtöbbünk az iskolában ismerkedik meg ezzel a képlettel, melyet – tetszik vagy nem alapon – csak a tanár szava hitelesít, mi meg elfogadjuk és fejből megtanuljuk; a képlet valójában annak a brutalitásnak a mintapéldája, amellyel az ártatlanokat gyakran matematikára tanítják. Azok, akik később tanulnak integrálszámítást, megtudhatják, hogy (1.6) levezetése meglehetősen egyszerű (lásd az ábrát). De hogyan számolták ki az emberek a kör területét majd ötezer évvel az integrálszámítás feltalálása előtt?

Valószínűleg az átrendezés módszerét használták. A téglalap területét a hosszúság és a szélesség szorzataként számolták ki. A paralelogramma területének kiszámításához az ábra szerinti átrendezéssel készítettek egy a paralelogrammáéval azonos területű téglalapot, és így azt találták, hogy a paralelogramma területe egyenlő az alap és a magasság szorzatával.