Bessenyei Mihály – Páles Zsolt

Fixponttételek és alkalmazásaik

Bessenyei Mihály
Páles Zsolt

Fixponttételek és alkalmazásaik

TYPOTEX

A kötet megjelenését a Magyar Tudományos Akadémia támogatta.

Szakmailag lektorálta
Komornik Vilmos és Lovas Rezső

ISBN 978 963 493 230 7

Typotex Kiadó
Alapította Votisky Zsuzsa, 1989
A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.
Felelős kiadó: Németh Kinga
Felelős szerkesztő: Gerner József
A borítót készítette: Szalay Éva
Nyomdai kivitelezés: Séd Nyomda, Szekszárd

Tartalom

Előszó

Ha valaki nem hiszi, hogy a matematika egyszerű, az azért van, mert még nem jött rá, hogy milyen bonyolult az élet.
Neumann János (1903–1957)

A fixponttételek elmélete a matematika viszonylag fiatal szülötte. Ennek ellenére, köszönhetően a hatékony és fontos alkalmazási lehetőségeinek, napjainkban is aktívan kutatott tudományterület, dinamikusan fejlődő irányzatokkal. Azonban kétségkívül beszélhetünk olyan lezárt fejezetekről, kikristályosodott módszerekről, amelyek haladottabb egyetemi kurzusok anyagaként szolgálhatnak. Legjobb tudomásunk szerint e diszciplína didaktikus igényű tárgyalása nehezen hozzáférhető. A rendelkezésre álló monográfiák legtöbbje nem egyetemi jegyzetnek vagy tankönyvnek íródott; Smart [65] vagy Shapiro [64] könyvei pedig nem magyar nyelvűek.

Jelen könyv legfontosabb célja ezt a hiányt pótolni. A fixponttételek elmélete a Debreceni Egyetem képzésében (beleértve jogelőd intézményét, a Kossuth Lajos Tudományegyetemet is) több évtizedes hagyományra tekint vissza. Az eredetileg heti háromórás kurzust később két független, heti kétórás sorozat váltotta fel, az elmélet egymástól jól elváló iteratív és topologikus részeihez igazodva. Könyvünk ugyanezt a felépítést követi. Az anyag összeállításakor igyekeztünk figyelembe venni és hasznosítani az időközben összegyűlt oktatási tapasztalatokat. Törekedtünk arra, hogy az ismereteken túl látásmódot adjunk, sőt reményeink szerint: látásmódot formáljunk.

A téma iránt érdeklődők figyelmébe ajánljuk Shapiro [64], Granas és Dugundji [26], valamint Zeidler [71] nagyszerű monográfiáit. Az újabb kutatási eredmények áttekintése megtalálható a [4] és [61] művekben. Remek elméleti összefoglalót és kiegészítést nyújt könyvünkhöz Losonczi funkcionálanalízis jegyzete [43], Járai mértékelméleti munkája [32], valamint Massey algebrai topológia könyve [46].

A matematika mostanra önállósodott, mondhatjuk: nagykorúvá vált. Az egykori szolgálóleányból csodálatos hercegnő lett, akinek teljes szépségét fölfogni manapság senki nem képes. A legtöbb amit várhatunk tőle, talán csak egy mosoly. Gazdag személyiségének egyetlen vonása is egész életre szóló élményt jelenthet. Ilyen csodálatos vonás a most bemutani kívánt elmélet. Őszintén reméljük, sikerül erről meggyőznünk a tisztelt Olvasót.

Végezetül, de nem utolsósorban szeretnénk kifejezni köszönetünket azoknak, akik munkájukkal hozzájárultak könyvünk szakmai tartalmának fejlesztéséhez: lektorainknak, Komornik Vilmosnak és Lovas Rezsőnek; ajánlónknak, Totik Vilmosnak; kollégáinknak, Fazekas Borbálának és Kertész Dávidnak.

Dr. Páles Zsolt
egyetemi tanár

Dr. Bessenyei Mihály
egyetemi docens

Debrecen, 2022. november 22.

Könyvünkben a következő megállapodásokat és jelöléseket fogjuk használni:

- $\mathbb{N}$ jelöli a természetes számok, azaz a pozitív egészek halmazát;
- $\mathbb{R}_+$ a nemnegatív valós számok $[0, +\infty[$ halmaza;
- $\overline{\mathbb{R}}$ a bővített valós számok halmaza;
- H° egy topologikus tér H részhalmazának belseje;
- $\overline{H}$ egy topologikus tér H részhalmazának lezártja;
- ∂H egy topologikus tér H részhalmazának határa;
- $U(p, r)$ egy metrikus tér p középpontú, r sugarú nyílt gömbje;
- $\overline{U}(p, r)$ egy metrikus tér p középpontú, r sugarú zárt gömbje;
- $\operatorname{diam}(H)$ egy metrikus tér H részhalmazának átmérője;
- $\operatorname{lin}(H)$ egy vektortér H részhalmazának lineáris burka;
- $\operatorname{conv}(H)$ egy vektortér H részhalmazának konvex burka;
- sign az előjel- (szignum-) függvény;
- det a determinánsfüggvény;
- id egy adott halmaz identikus leképezése.