

Gyurkovics Éva

# Optimális irányítások

2011

Ismertető

Tartalomjegyzék

Pályázati támogatás

Gondozó

Szakmai vezető

Lektor

Technikai szerkesztő

Copyright

A jegyzet az alkalmazott matematikus, továbbá a mechatronikai mérnök hallgatók MSC képzéséhez készült oktatási segédletként. Az alapfogalmakat ismertető és néhány alkalmazási példa modelljét bemutató bevezető fejezet után a második fejezet a lineáris rendszerek néhány alapvető tulajdonságát tárgyalja. A harmadik fejezet az optimális vezérlések létezésével és az optimum szükséges feltételével foglalkozik. A negyedik fejezet tárgya a dinamikus programozás, megadva az optimumnak mind a szükséges, mind az elégséges feltételeit. A jegyzet az optimalitás és stabilitás kapcsolatának tárgyalásával zárul, kitérve a csúszó időhorizont módszer, valamint a mintavételezett rendszerek néhány eredményére. Minden fejezet végén az alkalmazási készséget és a téma megértését elősegítő feladatok találhatók.

**Kulcsszavak:** Irányítási rendszerek, lineáris rendszerek, irányíthatóság, megfigyelhetőség, stabilizálhatóság, kanonikus alakok, állapotmegfigyelő, realizáció, optimális vezérlés, Pontrjagin-féle maximumelv, dinamikus programozás, Hamilton–Jacobi–Bellman-egyenlet, Lineáris kvadratikus feladat, stabilitás, csúszó időhorizont módszer, mintavételezett rendszerek.

*Támogatás:*

Készült a TÁMOP-4.1.2-08/2/A/KMR-2009-0027 számú, a „Természettudományos (matematika és fizika) képzés a műszaki és informatikai felsőoktatásban” című projekt keretében.



*Készült:*

a BME TTK Matematika Intézet gondozásában

*Szakmai felelős vezető:*

Ferenczi Miklós

*Lektorálta:*

Takács Tibor

*Az elektronikus kiadást előkészítette:*

Busai Ágota

*Címlap grafikai terve:*

Csépány Gergely László, Tóth Norbert

ISBN: 978-963-279-455-6

Copyright: © 2011–2016, Gyurkovics Éva, BME

„A © terminusai: A szerző nevének feltüntetése mellett nem kereskedelmi céllal szabadon másolható, terjeszthető, megjelentethető és előadható, de nem módosítható.”



# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>7</b>
1.1. Alapfogalmak . . . . .	7
1.2. Példák . . . . .	12
1.2.1. Fordított inga . . . . .	12
1.2.2. Merev test szögsebessége . . . . .	14
1.2.3. Elektromos RLC áramkör . . . . .	15
1.2.4. A nemzetgazdaság egy egyszerű modellje . . . . .	16
1.2.5. Egyszerűsített készletgazdálkodási modell . . . . .	17
1.2.6. Zárt gazdaság egy modellje . . . . .	18
1.3. Statikus optimalizálás . . . . .	20
1.4. Feladatok az 1. fejezethez . . . . .	27
<b>2. Lineáris rendszerek</b>	<b>29</b>
2.1. Linearizálás . . . . .	29
2.2. Differenciál- és differenciaegyenlet rendszerek . . . . .	33
2.3. Lineáris rendszerek irányíthatósága . . . . .	35
2.4. Ekvivalenciák és kanonikus alakok . . . . .	42
2.4.1. Lineárisan ekvivalens rendszerek . . . . .	42
2.4.2. Feedback ekvivalens rendszerek . . . . .	45
2.5. Stabilizálhatóság, póluselhelyezés . . . . .	52
2.6. Lineáris rendszerek megfigyelhetősége . . . . .	57
2.7. Állapotmegfigyelők, szeparációs elv . . . . .	61
2.8. Lineáris rendszerek struktúrája . . . . .	67
2.9. Realizáció, minimális realizáció . . . . .	71
2.10. Feladatok a 2. fejezethez . . . . .	80
<b>3. Optimális vezérlések</b>	<b>87</b>
3.1. Optimális vezérlések létezése . . . . .	88
3.1.1. A célfüggvény korlátossága alulról . . . . .	88
3.1.2. Egzisztencia tétel speciális vezérlési osztályokra . . . . .	90
3.1.3. Egzisztencia tétel konvexitási feltétel mellett . . . . .	90

3.2.	A Pontrjagin-féle maximumelv . . . . .	96
3.3.	A transzverzálítási feltétel . . . . .	107
3.4.	Feladatok a 3. fejezethez . . . . .	113
<b>4.</b>	<b>Dinamikus programozás</b>	<b>119</b>
4.1.	Az optimális irányítási feladat . . . . .	119
4.2.	Véges rendszerek . . . . .	121
4.3.	Általános rendszerek . . . . .	124
4.4.	Dinamikus programozási- és HJB egyenlet . . . . .	127
4.5.	Az optimalitás szükséges feltétele . . . . .	129
4.6.	Az optimalitás elegendő feltétele . . . . .	130
4.7.	Diszkrét idejű feladatok . . . . .	134
4.8.	Lineáris kvadratikus feladatok . . . . .	135
4.9.	Pályakövetés . . . . .	140
4.10.	Feladatok a 4. fejezethez . . . . .	144
<b>5.</b>	<b>Optimalitás és stabilitás kapcsolata</b>	<b>147</b>
5.1.	Stabilitás és Ljapunov direkt módszere . . . . .	147
5.2.	Stabilitás és optimalitás . . . . .	153
5.3.	LQ feladatok - végtelen intervallum . . . . .	155
5.4.	A csúszó időhorizont módszer . . . . .	166
5.5.	Mintavételezett rendszerek . . . . .	173
5.5.1.	KDE kezdetiérték feladatainak numerikus megoldása . . . . .	175
5.5.2.	Egzakt és közelítő diszkrét idejű modell meghatározása . . . . .	175
5.5.3.	Többszörös mintavételezett rendszerek késleltetéssel . . . . .	178
5.6.	Feladatok a 5. fejezethez . . . . .	180
<b>6.</b>	<b>Függelék</b>	<b>183</b>