

Tóth János - Simon L. Péter -
Csikja Rudolf

Differenciálegyenletek feladatgyűjtemény

2011

Támogatás:

Készült a TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0064 számú, a „Természettudományos (matematika és fizika) képzés a műszaki és informatikai felsőoktatásban” című projekt keretében.




Készült:

a BME TTK Matematikai Intézet gondozásában

Szakmai felelős vezető:

Ferenczi Miklós

Copyright: © 2013–2019, Tóth János, Simon L. Péter, Csikja Rudolf, BME

A  terminusai: A szerző nevének feltüntetése mellett nem kereskedelmi céllal szabadon másolható, terjeszthető, megjelentethető és előadható, de nem módosítható.

Tartalomjegyzék

Előszó	1
Jelölések	2
1. Bevezető feladatok	5
2. Alapok	10
2.1. Elemi kvalitatív vizsgálat	10
2.2. Elemi kvantitatív vizsgálat	11
2.3. Alapfogalmak	11
3. Néhány egyszerű típus	13
3.1. Közvetlenül integrálható egyenletek	13
3.2. Autonóm egyenletek	14
3.3. Szétválasztható változójú egyenletek	15
3.4. Elsőrendű lineáris egyenletek	15
4. Lineáris differenciálegyenletek	17
5. Magasabbrendű egyenletek	19
5.1. Kezdetiérték-feladatok	19
5.2. Lineáris peremérték-feladatok	22
6. Laplace-transzformáció	23
7. A stabilitás elmélet elemei	25
7.1. Lineáris rendszerek	25
7.1.1. Elmélet	25
7.1.2. Feladatok	29
8. Nemlineáris rendszerek	32
8.1. Lokális vizsgálat az egyensúlyi pontok körül	32

TARTALOMJEGYZÉK	2
8.1.1. Elmélet	32
8.1.2. Feladatok	36
8.2. Globális vizsgálat a síkon	39
8.2.1. Elmélet	39
8.2.2. Feladatok	44
9. Parciális differenciálegyenletek	46
10. Variációszámítás	50
11. Közelítő megoldások	52
12. Bevezető feladatok	54
13. Alapok	69
13.1. Elemi kvalitatív vizsgálat	69
13.2. Elemi kvantitatív vizsgálat	71
13.3. Alapfogalmak	72
14. Néhány egyszerű típus	76
14.1. Közvetlenül integrálható egyenletek	76
14.2. Autonóm egyenletek	79
14.3. Szétválasztható változójú egyenletek	84
14.4. Elsőrendű lineáris egyenletek	88
15. Lineáris differenciálegyenletek	92
16. Magasabbrendű egyenletek	101
16.1. Kezdetiérték-feladatok	101
16.2. Lineáris peremérték-feladatok	109
17. Laplace-transzformáció	111
18. A stabilitás elmélet elemei	116
18.1. Lineáris rendszerek	116
19. Nemlineáris rendszerek	130
19.1. Lokális vizsgálat az egyensúlyi pontok körül	130
19.2. Globális vizsgálat a síkon	152
20. Parciális differenciálegyenletek	178
21. Variációszámítás	190

TARTALOMJEGYZÉK	3
22.Közelítő megoldások	196
Irodalomjegyzék	210

Előszó

A jelen feladatgyűjtemény célja, hogy a Tóth–Simon könyv [26] használói számára gyakorlási lehetőséget nyújtson. Hosszú idő óta mindössze három, sok oktató által ismert és kedvelt példatár van forgalomban: Bege Antal [1], Farkas Miklós [2] és Filippov [4] gyűjteménye, ezek azonban korlátozott körben érhetők csak el.

Itt arra törekedtünk, hogy rutinfeladatok tömege helyett minél több (akár könnyű) gondolkodtató feladatot adjunk, mert egyrészt ezeket fontosabbnak tartjuk, másrészt pedig a számolásokat ma már (szimbolikusan vagy numerikusan) matematikai programcsomagokkal (amilyen például a Mathematica vagy a Maple) szokás elvégeztetni. Az így kapott eredmények értelmezéséhez és diszkussziójához azonban a fogalmak világos ismeretére van szükség.

Igyekezünk néhány ábrát is készíteni, ezek sokszor segítik a megértést. Adtunk alkalmazási feladatokat is.

A feladatok összeállításához az Irodalomjegyzékben felsorolt könyvekre és jegyzetekre erősen támaszkodtunk. Köszönettel tartozunk azoknak a kollégáinknak is, akik velünk együtt részt vettek a témakör oktatásában, ők: Karátson János, Kovács Ervin, Kupai József Attila, Mayer Zsuzsa, Nagy Ilona, illetve korábbi munkatársaink, akiket a tankönyv előszavában említettünk meg. Végül, de nem utolsó sorban megemlíjtjük, hogy lektorunk, Székely László számos hibát segített kiküszöbölni, a fennmaradókért természetesen mi vagyunk a felelősek. Kérjük az Olvasót, segítsen ezeket megtalálni, s egyéb megjegyzéseivel is járuljon hozzá a feladatgyűjtemény javításához és bővítéséhez.

Budapest, 2013. ősz

Tóth János, Simon L. Péter, Csikja Rudolf