Kombinatorikai fogalmak és kifejezések szótára

Ábel azonosság: lásd 1.44.

Ág: *a G gráfban az x ponthoz tartozó ág* az a részgráf, mely a $G - x$ gráf egy G_1 komponenséből, az x pontból és az x-et G_1-hez kötő élekből áll.

Átmérő *(G gráfé)*: a pontok között előforduló maximális távolság.

Automorfizmus *([irányított] gráfé)*: a $V(G)$ olyan α permutációja, melyben az (x, y)-élek száma azonos az $(\alpha(x), \alpha(y))$-élek számával $(x, y \in V(G))$. Beszélhetünk egy színezett élű G gráf automorfizmusáról. Ez olyan α permutációt jelent, hogy az (x, y)-élek száma azonos az $(\alpha(x), \alpha(y))$-élek számával bármilyen adott színre. Egy [irányított] gráf összes automorfizmusainak halmaza egy $A(G)$ permutációs csoportot alkot.

Azonosítás: *a G [irányított] gráfban az x, y pontok azonosítása* olyan G' [irányított] gráfot eredményez, melyre $V(G') = V(G) - \{x, y\} \cup \{\overline{xy}\}$, ahol $z = \overline{xy}$ egy új pontot jelöl, $E(G') = E(G)$, és minden $e \in E(G)$ él végpontjai azonosak G'-ben és G-ben, kivéve, ha valamelyik végpontja x vagy y volt, ekkor helyette $\overline{xy}$ lesz. Ily módon minden (x, y)-él $\overline{xy}$-hoz illeszkedő hurokká válik.

Bell szám: lásd *partíció.*

Binomiális együttható $\binom{n}{k}$: ahányféleképpen n elemből k-t kiválaszthatunk. Ezt a számot az alábbi formula adja meg:

$$(1) \qquad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}, \qquad (0 \le k \le n)$$

és definíció szerint

$$\binom{k}{0} = 1 \quad (k = 0, 1, \dots).$$

Az (1) formula megadja $\binom{n}{k}$-t bármely valós (vagy komplex) n értékre.

Brooks tétele: lásd 9.13.

Brun szita: lásd 2.13.

Burnside lemma: lásd 3.23.

Catalan számok: lásd 1.33, 1.37–40.

Cayley formula: lásd 4.2.

Ciklikus permutáció: azonosítsuk ugyanazon S halmaz két $(x_1, \ldots, x_n)$, $(y_1, \ldots \ldots, y_n)$ rendezését, ha $y_1 = x_{k+1}, \ldots, y_{n-k} = x_n$, $y_{n-k+1} = x_1, \ldots, y_n = x_k$ valamely $1 \le k \le n$-re. Az így definiált ekvivalencia-reláció egy osztálya ciklikus permutációt alkot.

Ciklusszámláló polinom *(Γ permutációs csoporté)*: A

$$p_\Gamma(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{|\Gamma|} \sum_{\pi \in \Gamma} x_1^{k_1(\pi)} \ldots x_n^{k_n(\pi)}$$

polinom, ahol n azon elemek száma, melyeken Γ fut és $k_i(\pi)$ a π permutáció ciklus-felbontásában az i hosszúságú ciklusok száma.

Csillag: olyan fa, melyben egyetlen pont van minden más ponttal összekötve. *Egy pont csillaga*: lásd *gráf*.

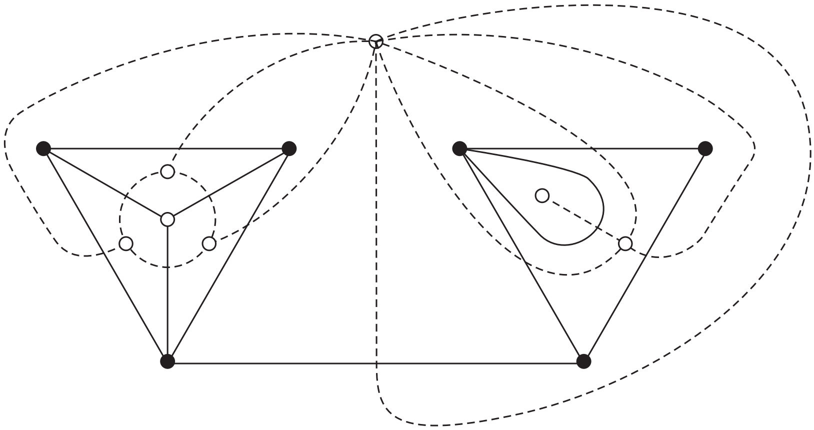
Csúcs: lásd gráf.

Csúcsmátrix (G gráfé): az $A_G = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ mátrix, ahol $V(G) = \{v_1, \ldots, v_n\}$, és A_{ij} a (v_i, v_j)-élek száma.

Duális síkgráf: *egy összefüggő G síkgráf duálisa* a következők szerint konstruált G^* síkgráf. Kiválasztunk egy x_F pontot a G minden F lapján; ezek lesznek G^* pontjai. Kiválasztunk még egy p_e pontot is G minden e élén. Minden p_e pontot összekötünk az x_F és $x_{F'}$ pontokkal az F ill. F' belsejében haladó J_e, J_e' Jordan-görbékkel, ahol F, F' az e-vel szomszédos két lap. Ha $F = F'$ (azaz G azonos lapja határolja e-t mindkét oldalról), akkor J_e-nek és J_e'-nek úgy kell p_e-t x_F-fel összekötnie, hogy p_e-t e különböző oldalán hagyják el (ez akkor fordul elő, ha e elvágó-él). Továbbá válasszuk J_e, J_e'-t úgy, hogy az x_F-et F határán lévő p_e pontokhoz kötő J_e íveknek ne legyen x_F-től különböző közös pontjuk. Legyen $e^* = J_e \cup J_e'$ és $E(G^*) = \{e^* : e \in E(G)\}$. Ekkor G^* szintén síkbarajzolható gráf. Ha G-t és G^*-ot gömbfelületbe ágyazottnak tekintjük, akkor a duális síkgráf szükségképpen egyértelműen meg van határozva, azaz ha $\hat{G}^*$ a G egy másik duális síkgráfja, akkor létezik a gömbfelületnek egy saját magára történő φ homeomorfizmusa, melyre $\varphi(x) = x$ minden $x \in V(G)$ esetén, $\varphi(e) = e$ minden $e \in E(G)$ esetén, $\varphi(V(G^*)) = V(\hat{G}^*)$, és ha $\hat{e}^*$ az e^*-nak megfelelő él $\hat{G}^*$-ban, akkor $\varphi(e^*) = \hat{e}^*$. G^* duálisa G. A fenti konstrukció és az utolsó állítások sokmindent felhasználnak a síktopológiából, amit mi itt bizonyítás nélkül elfogadunk (120. ábra).

Edmonds párosítási algoritmusa: lásd 7.34.

Egyszerű *gráf, irányított gráf, hipergráf*: lásd *gráf, irányított gráf, hipergráf*.



120. ÁBRA

Él: lásd *gráf, irányított gráf, hipergráf.*

Elemi páros gráf: lásd 7.7.

Elérési idő: lásd *véletlen séta.*

Élgráf *(G [hiper]gráfé)*: a következőképpen definiált $L(G)$ egyszerű gráf:

$$V(L(G)) = E(G),$$
$$(E(L(G)) = \{(e, f) : \ e, f \in E(G), \ e\text{-nek és } f\text{-nek van közös végpontja}\}.$$

(G irányított gráf élgráfja): a következőképpen definiált $L(G)$ egyszerű irányított gráf:

$$V(L(G)) = E(G)$$
$$E(L(G)) = \{(e, f) : e, f \in E(G), \ e \text{ végpontja az } f \text{ kezdőpontja}\}.$$

Elhagyás: *egy $X \subseteq V(G)$ halmaz elhagyása egy G [hiper-, irányított] gráfból* az X összes pontjának elhagyása az összes hozzájuk illeszkedő éllel együtt. A kapott [hiper-, irányított] gráf jelölése $G - X$; ha $X = \{x\}$, jelölése egyszerűen $G - x$.

Élösszefüggés: egy gráf k-szorosan élösszefüggő (k-élösszefüggő) az a és b pontjai között, ha bárhogyan is hagyunk el legfeljebb $k-1$ élét, a kapott [irányított] gráf tartalmaz (a, b)-utat. Egy [irányított] gráf *k-szorosan élösszefüggő*, ha bármely két pontja között az. Ekvivalens megfogalmazásban: ha bárhogyan is hagyunk el legfeljebb $k-1$ élét, a kapott [irányított] gráf [erősen] összefüggő.

Elvágó halmaz: olyan ponthalmaz [élhalmaz] egy összefüggő gráfban, melynek elhagyásával a gráf nem-összefüggővé válik. *Elvágó-pont* [*elvágó-él*]: olyan pont [él], mely önmagában elvágó halmazt alkot.

Elválasztás: egy pontokból és élekből álló X halmaz elválasztja (A, B)-t $(A, B \subseteq \subseteq V(G))$, ha reprezentálja (lefogja) az összes (A, B)-utat (vö. *elvágó-halmaz*).

Endomorfizmus: *a G [irányított]gráf endomorfizmusa* egy saját magába történő homomorfizmusa. A G összes endomorfizmusa a kompozícióval mint szorzással félcsoportot alkot, ennek jelölése $\mathrm{End}(G)$.

Erdő: körmentes gráf. Az erdő komponensei fák.

Erdős–de Bruijn tétel: lásd 8.14.

Erdős–Ko–Rado tétel: lásd 13.28.

Erdős–Stone tétel: lásd 10.38.

Euler-vonal: a(z) [irányított] gráf minden élét tartalmazó zárt vonal.

Euler-féle *[irányított]gráf*: van benne Euler-vonal.

Euler formula: lásd 5.24.

Fa: körmentes összefüggő gráf. Úgy is definiálható, mint olyan összefüggő gráf, mely bármely éle elhagyásával nem-összefüggővé válik; vagy mint olyan körmentes gráf, melyben tetszőleges él felvételével kör keletkezik. Egy n pontú fának pontosan $n-1$ éle van és mindig tartalmaz legalább 2 elsőfokú pontot, feltéve, hogy $|V(G)| \geq 2$. *Gyökeres fa* az olyan fa, melyben kitüntettünk egy pontot, az un. *gyökeret*. *Gyökeres d-edfokú fa* olyan gyökeres fa, melyben a gyökér foka d és minden más pont foka $d+1$ vagy 1. Egy gyökeres d-edfokú fa *teljes*, ha minden végpontja a gyökértől azonos távolságra van.

Faktor: a G gráf f-faktora (ahol f egy $V(G)$-n értelmezett függvény) olyan G' részgráf, melyre $V(G') = V(G)$ és $d_{G'}(x) = f(x)$ minden x pontra. Tehát az *1-faktor* egy minden pontot lefogó független élhalmaz.

Félig reguláris *csoport*: lásd *permutációcsoport*.

Felhasítás: a G gráf egy x pontjának *felhasítása $x_1, \dots, x_k$ pontokra* az x elhagyásával, $x_1, \dots, x_k$ új pontok felvételével és minden (x, y)-élnek $(y \in V(G) - \{x\})$ pontosan egy i-re $(1 \leq i \leq k)$ egy új (x_i, y)-éllel való helyettesítésével előálló gráf.

Felosztás *(G gráfé)*: A G-ből oly módon előálló G' gráf, hogy minden e élt egy e végpontjait összekötő és más G-beli pontot nem tartalmazó P_e (legalább 1 hosszú) úttal helyettesítünk úgy, hogy a P_e utak $(e \in E(G))$ függetlenek legyenek. A G pontjait a G' *főpontjainak* nevezzük.

Fenyő: egy irányított G gráf egy kitüntetett a ponttal, *gyökérrel*, melyben minden $x \neq a$ pont befoka 1 és minden x ponthoz vezet egy egyértelmű (a, x)-út. Fenyőt kaphatunk úgy, hogy egy fában megjelölünk egy a pontot, majd minden e élt úgy irányítunk, hogy az a-t és e-t összekötő egyértelmű út e kezdőpontjában végződjön. *Inverz fenyő* az az irányított gráf, melyet egy fenyőből az élek irányításának megfordításával kapunk.

Ferrers diagram: lásd 1.16.

Feszített részgráf: lásd *részgráf*.

Feszítő részgráf *(G gráfé)*: olyan G' részgráf, melyre $V(G') = V(G)$.

Fokszám: *egy x pont foka egy G [hiper]gráfban* az x-et tartalmazó élek száma (gráfok esetén a hurokél kétszer számolandó). x fokszámát $d_G(x)$ jelöli. $d(G)$ a G-beli maximális fokszámot jelöli. Egy gráf *k-reguláris*, ha minden pont foka k. Egy x pont *befoka* [*kifoka*] a G irányított gráfban azon élek számával egyenlő, melyek végpontja [kezdőpontja] x-ben van; jelölése $d_G^-(x)$ [$d_G^+(x)$].

Folyam: Egy (a, b)-folyam az irányított G gráf élein értelmezett nemnegatív valós f függvény, melyre

$$\sum_{e=(x_0,y)\in E(G)} f(e) = \sum_{e=(y,x_0)\in E(G)} f(e)$$

minden $x_0 \neq a, b$ pontra (vagyis az x_0-ba befolyó „víz” mennyisége azonos az onnan kifolyó mennyiséggel; „Kirchhoff törvénye”). Egy (a, b)-folyam f *értéke* a „nettó nyereség” az a forrásnál, azaz

$$w(f) = \sum_{e=(a,x)} f(e) - \sum_{e=(x,a)} f(e).$$

Frucht tétele: lásd 12.5.

Független élek *egy [irányított] gráfban*: semelyik kettőnek nincs közös végpontja. A G-beli független élek maximális számát $\nu(G)$ jelöli. Egy független élhalmazt *párosításnak* is nevezünk.

Független pontok *egy [irányított] gráfban*: semelyik kettő között nem megy él. A G-beli független pontok maximális számát $\alpha(G)$ jelöli.

Független utak *egy [irányított] gráfban*: olyan utak, melyeknek nincsen közös pontjuk, esetleg a végpontoktól eltekintve.

Gallai–Edmonds struktúra tétel: lásd 7.32.

Generátorfüggvény: *egy $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ sorozat generátorfüggvénye* az

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

függvény. *Exponenciális generátorfüggvény*: $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n/n!)x^n$.

Geometriai háló: egy atomjai által generált L háló, melyben ha x fedi $x \wedge y$-t, akkor $x \vee y$ fedi y-t. Az x elem $r(x)$ *rangja* a $(0, x)$-sorozatok maximális hossza mínusz 1. Ez a függvény eleget tesz a következőknek: $r(x) \geq 0$; $x > x' \Rightarrow r(x) \geq$ $\geq r(x')$; ha x fedi y-t, akkor $r(y) \leq r(x) \leq r(y) + 1$; és $r(x \vee y) + r(x \wedge y) \leq r(x) +$

$+\ r(y)$. Ilyen hálóra példát szolgáltat egy affin vagy projektív tér tetszőleges S ponthalmaza: a háló elemei a tér altereinek S-sel vett metszetei.

Gráf: a G gráf *pontok (csúcsok)* egy véges $V(G)$ halmazából és *élek* egy véges $E(G)$ halmazából, valamint egy hozzárendelésből áll, mely minden $e \in E(G)$ élhez a $V(G)$ rendezetlen elem-párjait, e *végpontjait* rendeli. Jelölés: $G = (V(G), E(G))$. Azt mondjuk, hogy egy él *összeköti*, vagy *összekapcsolja* a végpontjait. Ha e összeköti x-et és y-t, akkor e-t (x, y)*-élnek* nevezzük. Az olyan élt, melynek két végpontja azonos, *hurokélnek* hívjuk. Két azonos végpont-párral rendelkező él *párhuzamos*, vagy *többszörös*. A gráf *egyszerű*, ha nincs hurokéle, és nincsenek párhuzamos élei. Ebben az esetben tekinthetjük $E(G)$-t a $V(G)$ két elemű részhalmazainak halmazaként. Egy él és egy pont *szomszédos* (*illeszkednek*), ha a pont az él egyik végpontja. Két él *szomszédos*, ha van közös végpontjuk. Két pont *szomszédos*, ha él köti össze őket. Egy ponthoz illeszkedő élek halmaza a pont *csillaga*. A $X \subseteq V(G)$-vel szomszédos pontok halmazát $\Gamma_G(X)$-szel, vagy egyszerűen $\Gamma(X)$-szel jelöljük, ha a szóban forgó gráfot a szövegkörnyezet egyértelművé teszi. A hurok nélküli gráfok speciális hipergráfok (vö. még *irányított gráf*).

Hajós konstrukció: lásd 8.16.

Háló: olyan részben rendezett halmaz, melyben bármely két x, y elemnek egyértelmű $x \vee y$ legkisebb felső korlátja (*egyesítése*) és egyértelmű $x \wedge y$ legnagyobb alsó korlátja (*metszete*) van. Minden itt tárgyalt háló véges. Minden véges hálónak van egy egyértelmű legkisebb eleme, 0, és egyértelmű legnagyobb eleme, 1. Egy legkisebb nem-nulla elemet *atomnak* nevezünk.

Hamilton kör [*út*]: egy [irányított] gráf minden pontját tartalmazó [irányított] kör [út].

Hamilton-féle *gráf*: van Hamilton-köre.

Háromszögelés *(C köré)*: olyan gráf, mely ebből a körből és ennek $n - 3$ nem kereszteződő átlójából áll (n a C hossza).

Háromszögelt *síkgráf*: olyan síkgráf, melynek minden lapja háromszög.

Helyettesítés: *a H gráf egy x pontjának a G gráffal való helyettesítését* úgy kapjuk, hogy az x pontot elhagyjuk H-ból, és minden (x, y)-él fejében $(y \in V(H) - \{x\})$ behúzunk $|V(G)|$ számú y-t G pontjaival összekötő élt (feltesszük, hogy G és H pont-diszjunktak).

Híd: *egy G_1 részgráfhoz tartozó híd* egy olyan (összefüggő) B részgráf, hogy B vagy egyetlen él, melynek mindkét végpontja G_1-beli, vagy a $G - V(G_1)$ egy összefüggő komponense azon G_1 végpontú élekkel együtt, melyek ezt a komponenst G_1-hez kötik. G_1 hídjai particionálják $E(G) - E(G_1)$-et, azaz úgy is lehetne definiálni őket, mint a következő ekvivalencia-reláció osztályai: „$e_1 = e_2$ vagy van e_1-et és e_2-t összekötő G_1-től diszjunkt út”.

Hipergráf (*halmaz-rendszer*): A H hipergráf *pontok* egy véges $V(H)$ halmazából, élek egy véges $E(G)$ halmazából és egy hozzárendelésből áll, mely minden E élhez hozzárendeli $V(H)$ egy részhalmazát, E *végpontjait* (*elemeit*). Jelölése: $H = (V(H), E(H))$. Azonos végpontokkal rendelkező két él *párhuzamos*. A hipergráf *egyszerű*, ha nem tartalmaz párhuzamos éleket. Ebben az esetben $E(H)$-t tekinthetjük úgy, mint $V(H)$ részhalmazainak egy halmazát. Egy él *illeszkedik* egy ponthoz, ha a pont az él egyik végpontja. A hipergráf r-*uniform*, ha minden élnek r végpontja van. A 2-uniform hipergráfokat azonosíthatjuk a hurokmentes gráfokkal. Az n pontú *teljes* r-*uniform hipergráf* egy olyan egyszerű hipergráf, mely a pontjainak minden r elemű részhalmazát tartalmazza élként. Jelölése K_n^r.

Homomorfizmus: *egy* G_1 [*irányított*] *gráf homomorfizmusa egy* G_2 [*irányított*] *gráfba*: egy olyan $\varphi : V(G_1) \to V(G_2)$ leképezés, hogy ha $(x, y) \in E(G_1)$, akkor $(\varphi(x), \varphi(y)) \in E(G_2)$.

Húr: *egy* $G_1 \subseteq G$ *részgráf húrja* egy $e \in E(G) - E(G_1)$ él, mely G_1 két pontját köti össze.

Hurokél: lásd *gráf*.

Illeszkedési mátrix (G *gráfé*): A $B_G = (b_{ij})_{i=1}^{n}{}_{j=1}^{m}$ mátrix, ahol $V(G) = \{v_1, \dots$ $\dots, v_n\}$, $E(G) = \{e_1, \dots, e_m\}$, és $b_{ij} = 1$, ha v_i és e_j illeszkednek, különben 0.

Intervallumgráf: olyan egyszerű gráf, melynek pontjai egy egyenes intervallumai, és két pontja akkor és csak akkor szomszédos, ha a megfelelő intervallumok metszik egymást.

Irányítás: lásd *irányított gráf*.

Irányított gráf: egy $V(G)$ *ponthalmaz*, egy $E(G)$ *élhalmaz* és rendezett pontpárok hozzárendelése minden élhez; ezen rendezett pár első eleme az él *kezdőpontja*, második eleme az él *végpontja*. Két élt *párhuzamosnak* nevezünk, ha kezdő- és végpontjuk azonos. Az irányított gráf egyszerű, ha nem tartalmaz párhuzamos éleket. Ebben az esetben $E(G)$ tekinthető $V(G) \times V(G)$ egy részhalmazának. Ha G gráf és minden éléhez tartozó egyik pontot kinevezzük kezdőpontnak, a másikat pedig végpontnak, akkor egy irányított gráfot kapunk, amit G egy *irányításának* nevezünk. Ha $e = (x, y) \in E(G)$, a következő kifejezések bármelyikét használhatjuk: e x-ből y-ba mutat; y elérhető x-ből e-n; e elhagyja x-et és eléri y-t; e *végpontja* y és *kezdőpontja* x. Vö. *gráf*.

Irányított kör: lásd kör.

Izolált pont *egy gráfban*: olyan pont, mely nem illeszkedik élhez.

Izomorfizmus *a* G_1 *és* G_2 *gráfok között*: $V(G_1)$-nek a $V(G_2)$-re való kölcsönösen egyértelmű φ leképezése és az $E(G_1)$-nek az $E(G_2)$-re való kölcsönösen egyértelmű $\tilde{\varphi}$ leképezése, melyek során ha x végpontja [kezdőpontja] e-nek, akkor $\varphi(x)$ végpontja [kezdőpontja] $\tilde{\varphi}(e)$-nek. Ha G_1 és G_2 egyszerűek, akkor $\tilde{\varphi}$ nem játszik fontos szerepet és az izomorfizmust úgy definiáljuk, mint a $V(G_1)$ és $V(G_2)$ közötti

φ kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést, melyre $(x, y) \in E(G_1) \Leftrightarrow (\varphi(x), \varphi(y) \in \in E(G_2)$.

Karakterisztikus polinom *(G gráfé)*: a $p_G(\lambda) = \det(\lambda I - A_G)$ polinom, ahol A_G a G csúcsmátrixa. Ez nem függ a pontok számozásától. A karakterisztikus polinom gyökeit, azaz A_G sajátértékeit a G gráf *sajátértékeinek* nevezzük.

Kerék: olyan gráf, melyet egy kör minden pontjának egy új ponttal (a kerék „középpontjával") való összekötésével kapunk.

Kerület *(G gráfé)*: a legrövidebb kör hossza. A kerület akkor és csak akkor 1, ha G-ben van hurokél, és akkor és csak akkor 2, ha G-ben van többszörös él.

Kiegyensúlyozott kör *hipergráfban*: olyan $(x_1, E_1, \ldots, x_k, E_k)$ kör, melyre vagy $k = 2$, vagy van egy $x_i \in E_j$ illeszkedés, ahol $j \neq i$, $i - 1$ és $(i, j) \neq (1, k)$. Egy hipergráf *kiegyensúlyozott*, ha minden páratlan hosszú köre kiegyensúlyozott, és *teljesen kiegyensúlyozott*, ha minden köre kiegyensúlyozott.

Kiterjedési ráta: lásd *konduktancia.*

Klikk: egy gráf maximális (nem bővíthető) teljes részgráfja.

Kollekció: egy S halmaz, melynek minden eleméhez egy pozitív egész *multiplicitás* is meg van adva. Bármely nem S-beli elem multiplicitását 0-nak tekintjük.

Komplementer (*egyszerű G gráfé)*: az az egyszerű $\overline{G}$ gráf, melyre

$$V(\overline{G}) = V(G), \quad E(\overline{G}) = \{(x, y) : \ x, y \in V(G),\ x \neq y, (x, y) \notin E(G)\}.$$

Nyilvánvaló, hogy $\overline{(\overline{G})} = G$.

(egyszerű irányított G gráfé): az az egyszerű irányított $\overline{G}$ gráf, melyre

$$V(\overline{G}) = V(G), \quad E(\overline{G}) = V(G) \times V(G) - E(G).$$

Komponens: Egy G gráf *komponense* (vagy *összefüggő komponense*) minden maximális (nem bővíthető) összefüggő részgráfja. G bármely két összefüggő komponense pont-diszjunkt, és minden pont (és él) pontosan egy komponensbe tartozik. A komponensek számát $c(G)$-vel jelöljük ; $c_1(G)$ jelöli a páratlan sok pontot tartalmazó komponensek számát. Egy irányított gráf *erős komponense* minden maximális (nem bővíthető) erősen összefüggő részgráfja.

Konduktancia *(egy G gráfé)*: Az

$$\frac{n^2}{m} \cdot \frac{e(S, V \setminus S)}{|S| \cdot |V \setminus S|}$$

kifejezés minimuma minden nem-üres $S \subset V$ halmazra, ahol $e(S, V \setminus S)$ az S és $V \setminus S$ közti elemek számát jelöli. A *kiterjedési ráta* a pontokra vonatkozó analóg fogalom: a $\frac{|\Gamma(S) \setminus S|}{|S|}$ kifejezés minimuma minden olyan nem-üres $S \subset V$ halmazra, melyre $|S| \leq |V|/2$.

König tétele: lásd 7.2.

Kör *egy gráfban*: olyan $(x_1, e_1, \ldots, x_k, e_k, x_{k+1})$ séta, melyben $x_1, \ldots, x_k$ különböző pontok, $e_1, \ldots, e_k$ különböző élek és $x_1 = x_{k+1}$. Ha a gráf egyszerű, ezt a kört $(x_1, \ldots, x_k)$-val jelöljük.

irányított gráfban: olyan részhalmaz, hogy ha az irányított gráf éleit azonos végpontú irányítatlan élekre cseréljük, ez kört alkot az így kapott irányítatlan gráfban. *irányított kör*: olyan $(x_1, e_1, \ldots, e_k, x_{k+1})$ séta, melyben $x_1, \ldots, x_k$ különbözőek és $x_{k+1} = x_1$.

hipergráfban: egy $(x_1, E_1, \ldots, x_k, E_k)$ sorozat, ahol $x_1, \ldots, x_k$ különböző pontok, $E_1, \ldots, E_k$ különböző élek és $x_i \in E_i$ $(i = 1, \ldots, k)$, $x_{i+1} \in E_i$ $(i = 1, \ldots, k-1)$, $x_1 \in E_k$. k a kör *hossza*.

Kritikus: egy G gráf (*él-*)*kritikus* egy P tulajdonságra vonatkozóan, vagy *kritikusan rendelkezik* a P tulajdonsággal, ha G igen, de bármely él elhagyása után a kapott gráf már nem rendelkezik a P tulajdonsággal. *Pont-kritikus* ezzel analóg módon definiálható.

α-kritikus: $\alpha(G - \{e\}) > \alpha(G)$ minden e élre.

χ-kritikus: $\chi(G - \{e\}) < \chi(G)$ minden e élre.

τ-kritikus: $\tau(G - \{e\}) < \tau(G)$ minden e élre.

ν-kritikus hipergráf: $\nu(H - x) = \nu(H)$ minden $x \in V(G)$-re (vö. 7.26 feladattal az elnevezés magyarázatához).

faktor-kritikus gráf: G-ben nincsen 1-faktor, de $G - x$-ben van 1-faktor minden x pontra.

Kromatikus index *(G [hiper]gráfé)*: az a legkisebb k egész, melyre G élei k-színezhetők úgy, hogy szomszédos élek színe különböző. Jelölése: $q(G)$. Nyilvánvaló, hogy $q(G) = \chi(L(G))$.

Kromatikus szám *(G [irányított] gráfé, hipergráfé)*: az a legkisebb k egész, melyre G „jól k-színezhető” (lásd *színezés*). Ezt a számot $\chi(G)$-vel jelöljük. Nyilvánvaló, hogy $\chi(G) > 0$, ha G nem üres; $\chi(G) > 1$, ha $E(G)$ nem üres. $\chi(G) = \infty$, ha G-ben van hurokél [vagy hipergráfra, ha van 2-nél kevesebb végpontú éle].

Kromatikus polinom: *(G gráfé)*: $P_G(\lambda)$ a $G(\lambda = 0, 1, \ldots)$ jó λ-színezéseinek száma. Ez (rögzített G esetén) λ polinomja, így a definíció kiterjeszthető minden valós (vagy komplex) λ értékre. Jegyezzük meg, hogy a színek jelölésében eltérő két színezés különbözőnek számít.

Kuratowski tétele: lásd 5.38.

Lap: lásd *síkgráf.*

Laplace mátrix: a $v_1, \ldots, v_n$ pontokon értelmezett G gráfra az $L_G = (\ell_{ij})_{i,j=1}^n$ mátrix, ahol ℓ_{ij} a (v_i, v_j)-élek számának ellentettje, ha $i \neq j$, és ℓ_{ii} az i-edik pont fokszáma. d-reguláris gráfra $L_G = dI - A_G$.

Lefedési idő: lásd *véletlen séta*.

k-**lefogás** *(G [hiper]gráfban)*: pontok olyan kollekciója, melyből minden él legalább k-t tartalmaz. A *(pont-)lefogás* azonos az 1-lefogással; a minimális méretű pontlefogást $\tau(G)$ jelöli. A k-lefogást tekinthetjük egy olyan $t : V(G) \to \{0, 1, \ldots\}$ leképezésként is, melyben $\sum_{x \in E} t(x) \geq k$ minden E élre.

Lefogó élhalmaz *([hiper]gráfé]*: olyan élhalmaz, mely minden pontot tartalmaz.

Legszűkebb keresztmetszet tétele: lásd 6.71.

Mag: egy irányított gráf pontjainak olyan S független halmaza, melyre minden $x \in V(G) - S$-hez létezik olyan $y \in S$, melyre $(y, x) \in E(G)$.

Maximális folyam–minimális vágás tétel: lásd 6.74.

Megszorítás: *egy H hipergráf $X \subseteq V(H)$-ra vonatkozó megszorítása*: a H_X hipergráf az X halmazon, melyre $E(H_X)$ az $E \cap X (E \in E(H))$ halmazok kollekciója. Ha $X = V(H) - Y$, akkor további jelöléseket vezetünk be: $H_X = H \setminus Y$ és $H_X = H - y$, ha $Y = \{y\}$.

Menger tétel: lásd 6.39.

Menettérti idő: lásd *véletlen séta.*

Merev *gráf*: nincs valódi endomorfizmusa.

Minimális út–maximális potenciál tétel: lásd 6.72.

Möbius függvény: lásd 2.22.

Möbius megfordítási formula: lásd 2.26.

Összefüggő *gráf*: olyan gráf, mely nem reprezentálható $G_1 \cup G_2$ alakban, ahol G_1 és G_2 pont-diszjunkt, nem üres gráfok. Vagy ezzel ekvivalens megfogalmazásban: a gráf bármely két pontját út köti össze. Egy irányított G gráf *gyengén összefüggő*, ha nem reprezentálható $G_1 \cup G_2$ alakban, ahol G_1 és G_2 pont-diszjunkt nem üres irányított gráfok; *erősen összefüggő*, ha bármely két pontot (irányított) út köt össze. Egy H hipergráf *összefüggő*, ha nem reprezentálható $H_1 \cup H_2$ alakban, ahol H_1, H_2 pont-diszjunkt, nem üres hipergráfok. Vegyük észre, hogy ha $\emptyset \in E(H)$, akkor H nem összefüggő.

Összefüggőség: Egy G gráf *k-szorosan összefüggő és b között*, ha k-nál kevesebb (a, b)-től különböző pontot és/vagy élt elhagyva, még mindig létezik (a, b)-út a(z) [irányított] gráfban (élek elhagyása csak akkor szükséges, ha a és b szomszédosak). Egy [irányított] G gráf *k-szorosan összefüggő*, ha legalább $k + 1$ pontja van, és k-szorosan összefüggő bármely két pontja között. Ekvivalens alakban: $|V(G)| \geq$

$\geq k+1$ és $G-X$ [erősen] összefüggő bármely $X \subset V(G)$, $|X| \leq k-1$ halmazra. Irányítatlan gráfra ez még úgy is mondható, hogy $|V(G)| \geq k+1$ és G nem reprezentálható $G_1 \cup G_2$ alakban, ahol $V(G_1), V(G_2) \neq V(G)$ és $|V(G_1) \cap V(G_2)| \leq$ $\leq k-1$. A teljes K_n gráf így $(n-1)$-szeresen összefüggő, de nem n-szeresen összefüggő. Összefüggő és 1-összefüggő ekvivalens a legalább két pontú gráfokra.

Összehúzás: *egy e él összehúzása egy* [*irányított*] *gráfban* az él elhagyását és a két végpontja azonosítását jelenti. Egy részgráf összehúzása minden élének összehúzását jelenti (az élek összehúzásának sorrendje nem számít). Vegyük észre, hogy összehúzással keletkezhetnek többszörös élek.

Párhuzamos élek: lásd *gráf*, *irányított gráf*, *hipergráf*.

Páros *(2-kromatikus) gráf*: Olyan G gráf, mely pontjain létezik egy $\{A, B\}$ *partíció*, vagy *2-színezés*, hogy minden él egy A-beli és egy B-beli pontot köt össze (vö. *kromatikus szám*).

Párosítás: egy *k-párosítás* a G [hiper]gráfban a G éleinek egy olyan részhalmaza, melyből minden ponthoz legfeljebb k illeszkedik (az élek ismétlése meg van engedve). Az 1-párosításokat egyszerűen *párosításnak* nevezzük. A G-beli legnagyobb párosítás elemszáma $\nu(G)$; legyen $\nu(G)=\infty$, ha $\emptyset \in G$. A k-párosítást tekinthetjük egy olyan $w : E(G) \to \{0,1,\ldots\}$ leképezésnek, melyre $\sum_{E \ni x} w(E) \leq k$ minden x pontra ($w(E)$ az E multiplicitása a párosításban). A *teljes k-párosítás* olyan k-párosítás, melynek minden pont pontosan k eleméhez tartozik (vegyük észre a különbséget ez és egy k-faktor között: ott a G egy éle legfeljebb egyszer szerepelhet). *Törtpárosítás:* olyan nem-negatív valós $w(e)$ súlyok hozzárendelése minden e élhez, melyre $\sum_{E \ni x} w(e) \leq 1$ minden x pontra. A törtpárosítás *w mérete* a $\sum_{e \in E(G)} w(e)$ érték; a törtpárosítás minimális méretét $\nu^*(G)$ jelöli.

Partíció *(S halmazé)*: S nem-üres diszjunkt részhalmazinak $\{A_1, \ldots, A_k\}$ rendszere (ezek a partíció *osztályai*), melyre $A_1, \cup \ldots \cup A_k = S$. Egy n-elemű halmaz partícióinak B_n számát *Bell számnak* hívjuk.

(n számé): pozitív egészek egy $\{a_, \ldots, a_k\}$ $(a_1 \geq \ldots \geq a_k)$ kollekciója, melyre $a_1 + \ldots + a_k = n$.

Perfekt gráf: olyan egyszerű G gráf, melynek minden feszített G' részgráfjára

$$\omega(G') = \chi(G').$$

Permanens *(egy $(a_{ij})_{i=1}^{n}{}_{j=1}^{n}$ mátrixé)*:

$$\mathrm{per} A = \sum_{\pi} a_{1,\pi(1)} \cdots a_{n,\pi(n)},$$

ahol π végigfut $\{1, \ldots, n\}$ összes permutációján.

Permutáció *(egy Ω halmazé)*: Ω egy saját magára történő kölcsönösen egyértelmű leképezése. Egy n-elemű halmaz permutációinak száma $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$. A minden elemet helybenhagyó permutációt 1 jelöli. Ha γ az Ω egy permutációja, $x \in \Omega$, és $\gamma(x) = x$, akkor x a γ egy *fixpontja*.

Permutációcsoport: olyan Γ csoport, melynek minden γ eleméhez hozzá van rendelve egy véges Ω halmaz egy $\tilde{\gamma} \in \Gamma$ permutációja úgy, hogy $\widetilde{\gamma\delta(x)} = \tilde{\delta}(\tilde{\gamma}(x))$ $(\gamma, \delta \in \Gamma)$. Ha ebből félreértés nem származhat, fel fogjuk tenni, hogy Γ elemei maguk is permutációk, és esetleg ismétlődhetnek is. Ha $\tilde{\gamma} = \tilde{\delta}$-ból $\gamma = \delta$ következik, vagy ezzel ekvivalensen $\gamma \neq 1$-re $\tilde{\gamma} \neq 1$, akkor a permutációcsoport *effektív*. Ha bármely x, $y \in \Omega$ párhoz legfeljebb egy olyan $\gamma \in \Gamma$ létezik, melyre $\gamma(x) = y$, akkor a csoport *tranzitív*. Ha bármely x, $y \in \Omega$ párhoz legfeljebb egy $\gamma \in \Gamma$ létezik, melyre $\gamma(x) = y$, vagy (ekvivalens alakban) egyetlen $\gamma \in \Gamma$, $\gamma \neq 1$-ben sincsen fixpont, akkor a permutációcsoport *félig reguláris*. Ha félig reguláris és tranzitív is egyben, akkor *regulárisnak* nevezzük. Ebben az esetben $|\Gamma| = |\Omega|$ és Ω elemei azonosíthatók Γ elemeivel úgy, hogy $\gamma(\delta) = \delta\gamma$ minden γ, $\delta \in \Gamma$-ra.

Petersen gráf: lásd 9. ábra, XXX old.

Pfaffian *(ferdén szimmetrikus mátrixé)*: Ha $A = (a_{ij})_{i=1}^{2n}{}_{j=1}^{2n}$ ferdén szimmetrikus (azaz $a_{ii} = 0$, $a_{ij} = -a_{ji}$), akkor

$$\mathrm{Pf}A = \sum \varepsilon_{i_1 j_1,\ldots,i_n j_n} a_{i_1 j_1}, \ldots, a_{i_n j_n},$$

ahol $\varepsilon_{i_1 j_1,\ldots,i_n j_n}$ a

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & 2n-1 & 2n \\ i_1 & j_1 & \ldots & i_n & j_n \end{pmatrix}$$

permutáció előjele, és a szummázás $\{1, \ldots, 2n\}$ minden $\{\{i_1, j_1\}, \ldots, \{i_n, j_n\}\}$ alakú partíciójára megy. Könnyen látható, hogy az $\{\{i_1, j_1\}, \ldots, \{i_n, j_n\}\}$ partícióhoz tartozó tag nem függ az osztályok sorrendjétől és egy osztályon belüli két elem sorrendjétől sem.

Pont: lásd *gráf*, *irányított gráf*, *hipergráf*.

Pólya leszámlálási módszere: lásd 3.26–30.

Prüfer kód: lásd 4.5.

Pszeudoszimmetrikus *irányított gráf*: lásd *szimmetrikus*.

Ramsey tétel: lásd 14. fejezet.

Reguláris *gráf*: lásd *fokszám*;

Reguláris *csoport*: lásd *permutációcsoport*.

Reprezentáns-rendszer *(H hipergráfé)*: olyan injektív ϱ: $E(H) \to V(H)$ leképezés, melyre $\varrho(E) \in E$ minden $E \in E(H)$-ra. Ha nem adódhat félreértés, szokás a $\varrho(E(H))$ értékkészletet is reprezentáns-rendszernek nevezni.

Részgráf *(G gráfé)*: olyan G' gráf, melyre $V(G') \subseteq V(G)$ és $E(G') \subseteq E(G)$. Jelölése: $G' \subseteq G$. *A G egy $X \subseteq V(G)$ halmaza által feszített részgráfja* az a $G[X]$ gráf, melyre $V(G[X]) = X$, $E(G[X]) = \{e \in E(G) : e \subseteq X\}$.

Rész-hipergráf *(H hipergráfé)*: olyan H' hipergráf, melyre $V(H') \subseteq V(H)$, $E(H') \subseteq E(H)$.

Selberg szita: lásd 2.14–17.

Séta *egy [irányított] gráfban*: olyan $(x_1, e_x, \ldots, x_k, e_k, x_{k+1})$ sorozat, melyre $x_1, \ldots, x_k$ a gráf pontjai és e_i egy (x_i, x_{i+1})-él $(i = 1, \ldots, k)$. Ha a(z) [irányított] gráf egyszerű, a sétát leírhatjuk az $(x_1, \ldots, x_{k+1})$ sorozattal is. A séta akkor és csak akkor *nyílt* [*zárt*], ha $x_{k+1} \neq x_1$ $[x_{k+1} = x_1]$. A séta *hossza* a fenti k. A séta egy *vonal*, ha egy élt sem használunk egynél többször.

Síkgráf: olyan gráf, melynek pontjai a sík pontjai, és élei (a végpontnak megfelelő síkbeli pontban végződő) síkbeli Jordan görbék, melyeknek a végpontokon kívül nincsen közös pontjuk. A halmaz egy összefüggő komponensét, melyet egy síkgráf éleinek és pontjainak a síkból való elhagyásával kapunk, *lapnak (országnak)* nevezünk. Egy lap határa mindig bizonyos élek uniója; ha a G síkgráf 2-összefüggő gráf, akkor minden lap határa a G egy körének éleiből álló zárt Jordan-görbe. Ha egy (absztrakt) G gráf izomorf egy G_0 síkgráffal, akkor *síkbarajzolhatónak* hívjuk. A G_0 síkgráfot a G egy síkba való *beágyazásának* nevezünk.

Szita formula: lásd 2. fejezet.

Szorzat: két egyszerű [irányított] G_1 és G_2 gráf szorzatát háromféleképpen értelmezzük:

(Gyenge) direkt szorzat $G_1 \times G_2$:

$$V(G_1 \times G_2) = V(G_1) \times V(G_2),$$
$$E(G_1 \times G_2) = \{((x_1, x_2), (y_1, y_2)) : (x_1, x_2) \in E(G_1), (x_2, y_2) \in E(G_2)\}.$$

Erős direkt szorzat $G_1 \cdot G_2$:

$$\begin{gathered} V(G_1 \cdot G_2) = V(G_1) \times V(G_2), \\ E(G_1 \cdot G_2) = \{((x_1, x_2), (y_1, y_2) : (x_1, x_2) \in E(G_1) \text{ és } (x_2, y_2) \in E(G_2), \\ \text{vagy } x_1 = y_1 \text{ és } (x_2, y_2) \in E(G_2) \text{ vagy } (x_1, y_1) \in E(G_1) \text{ és } x_2 = y_2\}. \end{gathered}$$

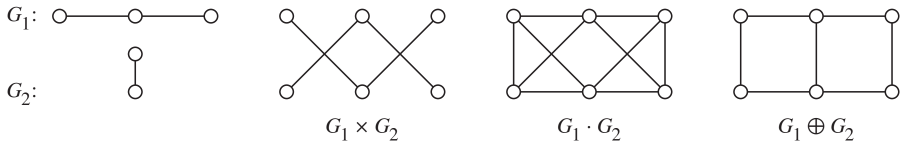
Descartes szorzat $G_1 \oplus G_2$:

$$\begin{aligned} V(G_1 \oplus G_2) &= V(G_1) \times V(G_2), \\ E(G_1 \oplus G_2) &= \{((x_1, x_2), (y_1, y_2) : x_1 = y_1 \text{ és } (x_2, y_2) \in E(G_2); \\ &\qquad\qquad \text{vagy } (x_1, y_1) \in E(G_1) \text{ és } x_2 = y_2)\}. \end{aligned}$$

Tehát $G_1 \cdot G_2 = (G_1 \times G_2) \cup (G_1 \oplus G_2)$ (lásd 121. ábra).

két hipergráf, H_1, H_2 direkt szorzata: a következők szerint definiált $H_1 \times H_2$ hipergráf:

$$V(H_1 \times H_2) = V(H_1) \times V(H_2),$$
$$E(H_1 \times H_2) = \{E_1 \times E_2 : E_1 \in E(H_1), E_2 \in E(H_2)\}.$$



121. ÁBRA

Spektrum: *egy G gráf spektruma* a G A_G szomszédossági mátrixának spektruma (sajátértékeinek összessége). Mivel A_G szimmetrikus, G *sajátértékei* (a spektruma elemei) valósak.

Sperner lemma: lásd 5.29.

Sperner tétel: lásd 13.21.

Sperner-rendszer: olyan hipergráf, melyben egyetlen él sem tartalmaz másik élt.

Stacionárius eloszlás: *(egy gráfon tett véletlen sétáé)*: lásd 11.35.

Stirling ciklusszám $\left[{n \atop k}\right]$: egy n-elemű, pontosan k ciklusú halmaz permutációinak száma. A $(-1)^{n-k}\left[{n \atop k}\right]$ számokat szokás *elsőfajú Stirling számoknak* nevezni, és $s(n,k)$-val jelölni.

Stirling partíciószám $\left\{{n \atop k}\right\}$: n dolog pontosan k osztályba particionálásainak száma. Ezeket a számokat szokás *másodfajú Stirling számoknak nevezni*, és $S(n,k)$-val jelölni.

Szimmetrikus *irányított gráf*: olyan egyszerű irányított gráf, melyben minden $(x,y) \in E(G)$ élhez van egy $(y,x) \in E(G)$ él. *Pszeudoszimmetrikus*: $d^+(x) = d^-$ $-(x)$ minden pontban.

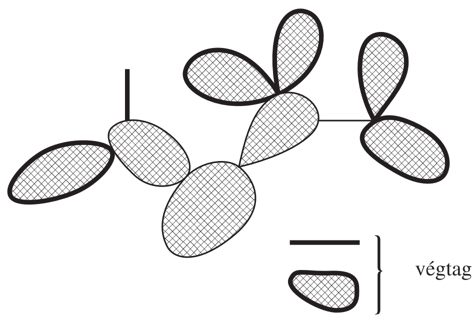
Színezés: egy gráf [irányított gráf, hipergráf] (érvényes, jó) k-színezése „színek” (általában az $1,\dots,k$ egészek) hozzárendelése a pontokhoz oly módon, hogy minden él végpontjai különböző „színűek”.

k-**színezhető,** k **színnel színezhető** *gráf* [*irányított gráf, hipergráf*]: van jó k-színezése.

Szomszédos: lásd *gráf.*

Tag *egy G gráfban*: elvágóél vagy maximális 2-összefüggő részgráf. Minden élt egyetlen tag tartalmaz. A tagokat definiálhatjuk az $E(G)$-n értelmezett „e és f

egy körön van vagy $e = f$" ekvivalencia-reláció osztályaiként is. Egy gráf tagjai „kaktusz-szerű" struktúrát adnak; minden egynél több tagba tartozó pont elvágópont, és bármely ponthoz tartozó ágak száma egyenlő a pontot tartalmazó tagok számával (122. ábra). Az egyetlen elvágópontot tartalmazó tagokat *végtagnak* hívjuk.



122. ÁBRA

Távolság: *a G gráfbeli x és y pontok közti távolság* az (x, y)-utak minimális hossza; ha nincsen G-ben x-et és y-t összekötő út, a távolságuk ∞. Jelölése $d_G(x, y)$, vagy röviden $d(x, y)$, ha egyértelmű, hogy melyik gráfról van szó.

Teljes gráf: egyszerű gráf, melyben bármely két különböző pont szomszédos. Az n pontú teljes gráfot K_n jelöli.

Teljes gyökeres d-edrendű fa: lásd *fa*.

Teljes páros gráf: olyan egyszerű gráf, melynek pontjai két U, W osztályba sorolhatók úgy, hogy két pont akkor és csak akkor szomszédos, ha egyik U-beli, a másik W-beli. Ha $|U| = n$ és $|W| = m$, akkor a teljes páros gráfot $K_{n,m}$ jelöli.

Törtlefogás *a G [hiper]gráfban*: egy nem-negatív valós $t(x)$ súly hozzárendelése minden x ponthoz úgy, hogy $\sum_{x\in E} t(x) \geq 1$ minden E élre. A törtlefogás *mérete* $\sum_{x\in V(G)} t(x)$. A minimális méretű törtlefogást $\tau^*(G)$ jelöli.

Tranzitív turnament: olyan T turnament, melyben $(x, y) \in E(T)$ és $(y, z) \in E(T)$-ból $(x, y) \in E(T)$ következik. Egy tranzitív turnament pontjai olyan $(x_1, \ldots, x_n)$ sorrendbe rendezhetők, hogy $(x_i, x_j) \in E(G) \leftrightarrow i < j$.

Tranzitív permutációcsoport: lásd *permutációcsoport*.

Turán tétel: lásd 10.34.

Turnament: olyan (egyszerű) irányított hurokmentes T gráf, melynek minden $x \neq$ $\neq y$, x, $y \in V(T)$ párra (x, y) és (y, x) közül pontosan az egyik éle.

Tutte tétele: lásd 7.27.

Uniform: lásd *hipergráf*.

Út *egy [irányított] gráfban*: Egy $(x_1, e_1, \dots, e_k, x_{k+1})$ séta, ahol $x_1, \dots, x_{k+1}$ különböző pontok. Jelölhetjük $(x_1, \dots, x_{k+1})$-gyel, ha a(z) [irányított] gráf egyszerű.

(X, Y)-**út**: olyan út a(z) [irányított] gráfban, mely az X egy pontját az Y egy pontjával köti össze, és nincsen más közös pontja $X \cup Y$-nal.

Üres *[hiper]gráf*: nincsen se éle, se pontja.

Vágás: (a, b)-**vágás** az olyan F élhalmaz, mely minden (a, b)-utat reprezentál (lefog). Az $S \subseteq V(G)$ által meghatározott vágás az S-t $V(G) - S$-hez kapcsoló élek halmaza. Ha C az S' által meghatározott vágás a G irányított gráfban, akkor C^* a $V(G) - S$ által meghatározott vágás.

Végpont *(G gráfé)*: elsőfokú pont. Él végpontja: lásd *gráf.*

Véletlen séta *egy G gráfon*: a v_0, v_1, $v_2, \dots$ véletlen pontok (végtelen) sorozata, ahol v_0-t valamely adott (gyakran egyetlen pontra koncentrált) kezdeti eloszlásból választjuk, és minden $i \geq 0$-ra v_{i+1}-et a v_i szomszédain vett egyenletes eloszlásból választjuk. Az u pontból a v pont *elérési ideje* az u pontból induló véletlen séta várható lépésszáma v érintéséig; jelölése: $H(u, v)$. Az u és v élek közötti *menettérti idő* az u pontból a v és a v pontból az u elérési idejének összege; jelölése: $\kappa(u, v)$. Az u pont *lefedési ideje* az u pontból induló véletlen séta várható lépésszáma addig, míg az összes pontot érinti. Egy gráf elérési [lefedési] ideje a maximális elérési [lefedési] idő minden u, v-re .

Vonal: lásd *séta.*

Θ-**gráf**: olyan gráf, mely két pontot összekötő három független útból áll.