

Függelék: Fordulópontok a modernkori matematikaoktatás történetében

Akademizáció

*A kommunizmus nagyszerű elmélet.
Csak egy gond van vele
– ki lehet próbálni a gyakorlatban.*

Az elmúlt ötven évben az oktatás számos átalakuláson ment át. Csak kevés átlagember tud róla, milyen új eredmények születtek ezen a téren, holott a legtöbbszörnek messze ható következményei vannak gyermekeink, így a mi jövőnk szempontjából is. Az, hogy gyermekeink miként töltik el napjaik meghatározó részét, nemcsak az életminőségükre van hatással, de arra is, milyen társadalomban fogunk mindannyian élni néhány év múlva.

Hogy segíteni tudjunk gyermekeinknek, ismernünk kell azokat az elméleteket, amelyek a mai pedagógiai módszereket formálták. Tudnunk kell, miért olyan a tankönyvek felépítése, amilyen, és hogy milyen alapelvek szerint tanítják a mai iskolásokat. Ez a fejezet a legfrissebb oktatási trendek közül mutat be néhányat.

A fordulópont az ötvenes-hatvanas években következett be. A II. világháború után nagy költségvetési összegeket különítettek el az oktatás számára Nyugaton, és az átalakításhoz irányelvekre volt szükség. Ezek kidolgozását az egyetemek pedagógiai karára bízták. „Majd mi segítünk” – mondták akkor, és mondják azóta is ezeken a karokon. A forradalmárok lelkesedésével és hitével vágta bele a feladatba, és sokszor nemcsak tanítási módszereket dolgoztak ki, de tartalmi kérdésekbe is beleszóltak.

Az egyik legkomolyabb változás a tanárképzésben történt, mert ennek irányítása az iskolai tanárok kezéből átkerült az egyetem falai közé. Fontos alapszabály, hogy a tanár azt tanítja, amit tud, nem pedig azt, ami-re a diáknak szüksége van. Egy egyetemi tanár, aki magasabb szintű matematikai képzettséggel rendelkezik, meg fogja győzni magát, hogy a jövőbeni tanárnak is szüksége van a magas matematikára. Az az oktató, aki egyetemi kutatásaiban statisztikát használ, szilárdan fogja hinni, hogy az általános iskolai tanárnak is tudnia kell a statisztikát. Mindez természetesen az általános iskolában tanított elemi matematika kárára fog menni – holott ennek a tudására van a tanároknak a legnagyobb szüksége. Ezzel párhuzamosan más típusú fejlesztések is történtek.

A pedagógiai tanszékek kutatói hirtelen ráébredtek, milyen óriási hatalmat és szabadságot kaptak az oktatás széleskörű reformjához. Ezek a tudósok az azóta eltelt évtizedekben számos forradalmi újítást javasoltak és vezettek be. A gond csak az, hogy az oktatásban az újító ötleteket viszonylag hamar be lehet vezetni, bármilyen komolyabb előtanulmány nélkül. A visszajelzés sem egyértelmű: a diákoknak nincs beleszólásuk a rajtuk kikísérletezett módszerekbe, és ezek

hatékonyságát csupán utólag, olykor túl későn lehet megállapítani, illetve túl sok egyéb tényező is befolyásolhatja az eredményességüket.

Ez természetesen nem csak a matematikaoktatásra igaz. Például az olvasás tanításában is újító ötleteket vezettek be, ami az Egyesült Államokban hatalmas vitát gerjesztett. (Izraelben ugyanezek a reformok sokkal kisebb közfelháborodást keltettek.) Az újítások közül talán két ötletet kell leginkább kiemelni, amelyek a tanítás alapelveit forradalmasítják. Az egyik az ún. „személyre szabott tanítás” elmélete, a másik pedig az osztályterem ültetési rendjére vonatkozik.

A „személyre szabott tanítás” azt jelenti, hogy minden diáknak a saját tempója szerint kell haladnia, és a saját képességeinek megfelelően. Ebből következik, hogy minden diák más-más témakört dolgoz fel, tehát a tanár nem foglalkozhat egyszerre az egész osztállyal. Az iskolai tanítás magántanítássá változik, és a tanítás egyik leghasznosabb eszköze elvész: az osztállyal folytatott közös diskurzus.

A másik, ezzel szorosan összefüggő változás az osztály ültetési rendjére vonatkozik. Tradicionálisan a diákok a tanár felé fordulva ülnek, ezt kell felváltani a csoportos ültetési renddel, ahol a kör alakú asztaloknál helyet foglaló diákok fele így hátat fordít a tanárnak. Az ültetési rend meghatározó szerepet játszik abban, milyen órát lehet tartani, és milyen lesz a tanár-diák viszony. Egy tényezőt azonban aligha vizsgáltak meg: ez pedig mindennek a tanárra gyakorolt hatása – a diákok hátához beszélni ugyanis igencsak frusztráló lehet. És természetesen ez az ültetés teljesen megváltoztatja a tanár státuszát is.

Ebben a függelékben azonban inkább a matematikaoktatás reformjaira fogunk koncentrálni. A forrada-

lom itt az 1950-es években kezdődött, és az Egyesült Államokból indult el.

Az „új matematika”

*És réginél régibbet ehettek,
és az új elől is régít kell kihordanotok.*
Mózes III. könyve 26. fejezet 10. vers

1957-ben az oroszok pályára állították az első műholdat, a Szputnyik-1-et. Ez a hidegháború idején történt, és az amerikaiakat páni félelem fogta el: az oroszok megelőzték őket a természettudományokban. Nem sokkal később matematikusok és oktatási szakértők ültek össze, hogy megalkossák az új tantervet, amely a gyerekeket majd ifjú természettudósokká formálja. „Nem kell előlről kezdeni” – írta Sargent Shriver, Kennedy elnök sógora, a Békehadtest vezetője annak a könyvnek a bevezetőjében, amely az új oktatási programot ismertette. „A gyerekek kezdhetik onnan, ahol épp a tudósok tartanak.” Az alapötlet az volt, hogy a gyerekeknek nagyon fiatal kortól absztrakt matematikát kell tanítani. A programot „új matematikának” nevezték.

Az amerikai diákok matektudása pár éven belül hihetetlen mértékben visszaesett. Tom Lehrer, híres matematikus/költő/zeneszerző/énekes írt egy dalt arról, hogy a gyerekek ugyan tudják, hogy $2 + 3 = 3 + 2$, de fogalmuk sincs, mennyi ez az összeg. 1973-ban Morris Kline kiadott egy könyvet *Miért nem tud Johnny összeadni* címmel (utalva Rudolf Flesch ötvenes években kiadott, *Miért nem tud Johnny olvasni* című könyvére, amely az olvasástanításban bevezetett újítások hatásait vizsgálta). A nagyszabású terveket a hetvenes években végül teljesen ejtették. Ám azok mégsem

tűntek el nyomtalanul: eljutottak a kevésbé fejlett országokba, olyan diákok révén, akik az Egyesült Államokban végezték az egyetemet, és hazavitték hazájukba a reformok hírét.

A hatás talán sehol sem volt olyan elsöprő erejű, mint Izraelben. A hetvenes évek végén egy bőkezű Rotschild-adomány segítségével (a jó szándékú adakozók és a haladó szellemű oktatási reformerek összetalálkozása általában katasztrófába torkollik) egészen különös könyvek jelentek meg az izraeli matematika-oktatásban. A könyvek az „új matematika” elképzelésein alapultak, de annak ötleteit még tovább fejlesztették. Mindennek alapja az indirekt tanulás volt: mindent modellek révén kellett elsajátítani. A tárgyak megszámlálását nem támogatták, ugyanúgy az ujjakon való számolást sem. Ehelyett műanyag rudacskákat kellett használni, és ezeken modellezni a számtani műveleteket.

A „konstruktivizmus” és a matekos háború

Az Egyesült Államokban az „új matematika” körül kitört háború a hetvenes évek vége felé elcsitult. De alig ült el a csatazaj, már újabb viharfelhők gyülekeztek az égen. Az újítás neve ezúttal „konstruktivizmus” volt, vagyis a „fedezd fel magad” módszer, amely szerint a gyermeknek magának kell összeraknia, megkonstruálnia a tudást. A mozgalom hirdetői szerint a diák nem lehet többé csupán passzív befogadó, akibe beletöltik a tudást. Magának kell rájönnie a dolgokra a világ felfedezése által. A tanárnak csupán irányító és támogató szerepe van ebben a folyamatban.

Ezt a megközelítést minden tantárgyban alkalmazni kezdték, de a legjelentősebb hatást mégis a mate-

matika területén váltotta ki, a tárgy egymásra épülő, rétegezett ismeretanyaga miatt. A pontosság már nem számított fő erénynek, és ennek eredménye lett az ellenzők által „zavaros mateknak” nevezett jelenség. Például, mivel a törteket körszeletelés révén tanították, a gyerekek könnyen arra a téves elképzelésre jutottak, hogy $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

1989-ben a Matematikatanárok Országos Tanácsa (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM) kiadta *A szabvány* című könyvet, amely összefoglalja a reform alapelveit. A könyv újradefiniálja a matematikaoktatás fő célját. Ez nem a tudás – állítja a könyv –, sem pedig a számolási ismeretek. A tananyag nem számít. A legfőbb cél ugyanis a mélyebb megértés és az önálló felfedezésekre való képesség megtanítása, például hogy miként vonjunk le az adatokból helyes következtetéseket, vagy hogy miként gyűjtsünk és értelmezzünk adatsorokat. Magasztos szavak röpködtek itt: kreativitás, a diák középpontba helyezése, a tanítás mint a tanár és a diák közös élménye, önmagunk megismerése.

Az első állam, amely az új megközelítést alkalmazni kezdte, Kalifornia volt. A kaliforniai oktatási szakértők csalódására az eredmények közel sem voltak olyan nagyszerűek. Öt éven belül Kalifornia a 48. helyre zuhant az amerikai államok közti összehasonlítható matematikai felmérésben. Azoknak a diákoknak a száma, akik egyetem előtt matematikai előkészítő tanfolyamokra szorultak, két és félszeresére nőtt. A kaliforniai technológiai cégek azzal szembesültek, hogy nem találnak megfelelő helyi jelölteket az állások betöltésére.

Ahogy egyre több negatív jelentés látott napvilágot, hirtelen meglepő dolog történt: a tudományos

élet szereplői felébredtek álmukból. Közülük számosan már szembesültek a problémákkal saját gyermekeik révén, akik kísérleti nyulak voltak a rendszerben. Szülők, matematikusok és természettudósok együttes erővel szálltak harcba. Ez volt annak a „matek háborúnak” a kezdete, amely majd egy évtizedre felkavarta az amerikai oktatási rendszer állóvizét. Az oktatási miniszterhez intézett petícióban, amely fizetett hirdetésként jelent meg a *Washington Post*-ban 1998-ban, 220 közismert matematikus és természettudós követte új tanterv kidolgozását.

Kaliforniában, ahol a forradalom kitört, a „konstruktivizmus” ellenzői nyertek. 1997-ben egy matematikusokból álló gárdát bíztak meg az új tanterv kidolgozásával, amelyet 1998-ban kötelező érvénnyel vezettek be valamennyi iskolában. A tanterv a hagyományos felépítést követte: meghatározta, mit kell a gyerekeknek tudniuk, de azt nem, hogyan kell ezeket megtanítani nekik. Az új tanterv, legalábbis a felmérések tanúsága szerint, rövid időn belül hihetetlen eredményeket hozott.

A nyugati országok közül talán még Izrael az egyetlen, ahol ilyen egyértelműen sikerült a konstruktivizmust elfojtani. Néhány matematikus (köztük jómagam) és tanár elszánt kampányának köszönhetően megtudtuk győzni az oktatási minisztériumot arról, hogy vonja vissza a tervezett hiperkonstruktivista tantervet, és helyettesítse egy konzervatív, követelményeken alapuló változattal. Napjainkban a szervezet, melynek én is tagja vagyok, a héber tanítási nyelvű izraeli iskolák mintegy 10%-ában jelen van, és azon munkálkodik, hogy a matematikát az e könyvben leírtakhoz hasonló elvek szerint tanítsák. Szingapúrból átvett tankönyveket használunk, mert ezek direkt és szisz-

tematikus felépítése jól illik a mi elgondolásainkhoz. Továbbá megfigyeljük, miként szüremlenek be ezek az elvek lassan, de biztosan az izraeli matematikaoktatás egészébe.

Szisztematizálás kontra véletlenszerűség

Amikor Sólem Aléchem hazatért Svájból, megkérdezték tőle, valóban olyan szép-e az ország, mint mondani szokták. „A kilátás nem rossz – felelt Aléchem. – Csak az a baj, hogy eltakarják a hegyek.”

Aki felnőttként csak egyszer is átlépte egy általános iskola küszöbét, tudja, mennyire abszurd elképzelés, hogy a tanár tölcser módjára képes lenne a tudást a diákokba tölteni. Egy általános iskolában nem lehet előadást tartani – a gyerekek egy percig sem figyelnek oda. A tanításnak itt interaktívnek kell lennie, sok-sok kísérletezéssel és vitával. Akkor hát mi olyan rossz a „fedezd fel magad” megközelítéssel? A válasz a szisztematikusság és a véletlenszerűség ellentétében rejlik. A „fedezd fel magad”, azaz a konstruktivizmus elve azt jelenti, hogy minden rendszert elvetünk. A tudást nem az alapoktól építjük fel, a tanár vagy a tankönyv iránymutatása szerint, hanem véletlenszerű kísérleteket végzünk azzal a céllal, hogy a gyerekek majd egyedül felfedezik a matematikai rendszereket.

Hiszem, hogy ez a megközelítésmód abból ered, hogy félreértjük az elemi matematika természetét, és nem látjuk meg a mélységeit. Ebből a szempontból nem különbözik a középiskolás vagy az egyetemi matemtól – csupán abban, hogy alapelvei sokkal finomabbak és kevésbé megfoghatók. És ugyanúgy, ahogy az egyetemi hallgatóktól nem várjuk el, hogy mindenfajta irányítás nélkül fedezzék fel a magasabb matematika

alaptéziseit, nem várhatjuk el ezt az általános iskolásoktól sem.

A konstruktivista elmélet mögött megbújó másik elgondolás az, hogy a matematikában a szépséget próbáljuk meg felfedezni. A négy alpművelet – e megközelítés szerint – unalmas, csupán egy nehézség, amit le kell küzdeni ahhoz, hogy eljussunk az „igazi” matematikához. Ennek szépsége ugyanis a kreativitásában rejlik.

Ahogy a bevezetőben említettem, én is hasonló megközelítéssel álltam hozzá eleinte – és erre ma már nem vagyok büszke. Megtanultam, hogy a desszert nem helyettesítheti a főfogást, és hogy a szórakoztató matematika sohasem lesz elérhető azok számára, akik nem értik az alapokat. A négy alpművelet és a tízes számrendszer pedig nem hegyek, amelyek elrejtik a kilátást. Ők maguk a kilátás, és a szépség ott van bennük.