

# Valószínűségi döntéstámogató rendszerek

Antos András – Antal Péter – Hullám Gábor  
– Millinghoffer András – Hajós Gergely

## Kulcsszavak:

döntés, becslés, költségfüggvény, kockázat, a priori és a posteriori valószínűség, Bayes-döntés és -becslés, Bayes-statisztika, valószínűségi gráf alapú modellek, Bayes-háló, rejtett Markov modell, emberi becslési heurisztikák, valószínűségi következtetés, bayesi döntésemélet, optimális döntés, információ értéke, többkarú rabló probléma, QUALY, költség-haszon elemzés, döntési hálók

## Összefoglalás:

A jegyzetben ismertetjük a döntés- és becslésemélet alapfogalmait és a leggyakoribb költségfüggvényeket. Megvizsgáljuk a Bayes-döntést, maximum a posteriori és maximum likelihood döntést és a Bayes-döntés közelítését több példán keresztül. Kitérünk a Bayes-becslésre, maximum likelihood becslésre és regressziós becslésre részletesen megvizsgálva a lineáris regresszió esetét. Ezt követően a valószínűségi eloszlások strukturális jellemzőit vizsgáljuk meg. A valószínűségi gráfos modellosztályon belül elsőként az egyszerű Naív Bayes-háló, Markov-lánc és rejtett Markov modell modell típusokat foglaljuk össze, majd a Bayes-hálókat és a Markov-hálókat tekintjük át.

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Semmelweis Egyetem



Typotex Kiadó  
2014

© Antos András, Antal Péter, Hullám Gábor, Millinghoffer András, Hajós Gergely

Creative Commons NonCommercial-NoDerivs 3.0 (CC BY-NC-ND 3.0)

A szerző nevének feltüntetése mellett nem kereskedelmi céllal szabadon másolható, terjeszthető, megjelentethető és előadható, de nem módosítható.

Szerkesztette: Antal Péter

Szakmai lektor: Kovács András

ISBN 978 963 279 184 5

Készült a Typotex Kiadó (<http://www.typotex.hu>) gondozásában

Felelős vezető: Votisky Zsuzsa

Készült a TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0079 számú, „Konzorcium a biotechnológia és bioinformatika aktív tanulásáért” című projekt keretében

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség  
[www.ujszachenyiterv.gov.hu](http://www.ujszachenyiterv.gov.hu)  
06 40 638 638



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Valószínűségi becslés- és döntéelmélet</b>	<b>1</b>
1.1. Bevezetés . . . . .	1
1.2. Definíciók . . . . .	1
1.2.1. Gyakori költségfüggvények és tulajdonságaik . . . . .	2
1.3. Bayes-döntés . . . . .	4
1.4. Bayes-döntés ismételt megfigyelés alapján . . . . .	9
1.5. Bayes-döntés közelítése . . . . .	10
1.6. Bayes-becslés . . . . .	12
1.7. Maximum likelihood becslés . . . . .	13
1.8. Regresszióbecslés; négyzetes középhiba minimalizálás . . . . .	14
1.8.1. Lineáris becslés . . . . .	15
<b>2. Valószínűségi gráfos modellek</b>	<b>23</b>
2.1. Bevezetés . . . . .	23
2.1.1. Racionális bizonytalanságoktól a valószínűség szubjektív értelmezéséig . . . . .	23
2.1.2. Felcserélhetőségtől a bayesi modellátlagolásig . . . . .	25
2.2. A Bayes-statisztikai keretrendszer általános sémája . . . . .	27
2.2.1. A modell specifikálása a bayesi keretben . . . . .	28
2.2.2. A prediktív következtetés . . . . .	28
2.2.3. A parametrikus következtetés és a Bayes-szabály . . . . .	29
2.3. Valószínűségi eloszlások függetlenségeinek rendszere . . . . .	30
2.3.1. A függetlenség és feltételes függetlenség fogalmai . . . . .	30
2.3.2. Egyéb valószínűségszámítási alapfogalmak . . . . .	31
2.3.3. A Markov-takaró, Markov-határ és közvetlen függés fogalmai . . . . .	32
2.3.4. A grafoid axiómák . . . . .	32
2.4. Valószínűségi gráfos modellek . . . . .	35
2.4.1. Bayes-háló kutatásának áttekintése . . . . .	35
2.4.2. Irányított elválasztás, és egyéb gráfelméleti fogalmak . . . . .	37
2.4.3. Bayes-háló definíciók . . . . .	39
2.4.4. Markov-háló . . . . .	40
2.4.5. Markov-feltételek irányítatlan gráfokban . . . . .	40
2.4.6. Bayes-háló és Markov-háló reprezentációs képessége . . . . .	42
2.5. Egyszerű Bayes-háló . . . . .	42
2.5.1. Naiv Bayes-háló . . . . .	42

2.5.2.	Markov-láncok és rejtett Markov modellek . . . . .	43
2.6.	Parametrizáció, priorok definiálása és tudásmérnöki kérdések . . . . .	44
<b>3.</b>	<b>Oksági modellek: reprezentációk és következtetések</b>	<b>49</b>
3.1.	Bevezető . . . . .	49
3.2.	Bayes-hálók ekvivalencia-osztályai . . . . .	51
3.3.	Oksági Bayes-hálók . . . . .	53
3.4.	Az oksági értelmezés nehézségei . . . . .	55
3.4.1.	Tisztán magasabbrendű függések . . . . .	55
3.4.2.	Intranszitiv függések . . . . .	55
3.4.3.	Simpson paradoxona . . . . .	56
3.4.4.	Ellenérvek . . . . .	56
3.5.	Bayes-hálók a Bayes-statisztikai keretben . . . . .	56
3.5.1.	Paraméter priorok Bayes-hálókhoz . . . . .	57
3.5.2.	Struktúra priorok Bayes-hálókhoz . . . . .	59
3.6.	Megfigyelés, beavatkozás, spekuláció . . . . .	60
3.7.	Tudásmérnökség . . . . .	60
3.8.	Bayes-háló kiterjesztések . . . . .	61
<b>4.</b>	<b>Tudásmérnökség, biasok és heurisztikák becsléseknél és döntéseknél</b>	<b>65</b>
4.1.	Valószínűségi ítéletalkotás és a bayesi paradigma . . . . .	65
4.2.	Statisztikák becslése . . . . .	66
4.2.1.	Elemi események becslése . . . . .	66
4.2.2.	Az eloszlás becslése . . . . .	67
4.2.3.	A variancia becslése . . . . .	67
4.2.4.	A függetlenségre vonatkozó ítéletek . . . . .	68
4.3.	Heurisztikák . . . . .	68
4.3.1.	Reprezentativitás . . . . .	69
4.3.2.	Hozzáférhetőség . . . . .	70
4.3.3.	Rögzítés és igazítás . . . . .	71
4.4.	Torzítások a kockázat észlelésében . . . . .	73
4.4.1.	Perspektíva-hatás . . . . .	73
4.4.2.	Egyenletesség . . . . .	73
4.4.3.	Arányosság . . . . .	74
4.5.	Funkcionális referenciák . . . . .	74
4.6.	A kauzalitás szerepe . . . . .	76
4.7.	A valószínűségi ítéletalkotás mint összetett szabályozó rendszer . . . . .	78
4.8.	A torzítások hatása és azok kezelése . . . . .	80
4.9.	Összegzés . . . . .	82
	<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>84</b>
<b>5.</b>	<b>Egzakt, optimalizációs és Monte-Carlo-következtetések VGM-ben</b>	<b>86</b>
5.1.	Prediktív következtetés Bayes-hálókban . . . . .	86
5.2.	A következtetési eljárások áttekintése . . . . .	87
5.2.1.	A következtetési algoritmus . . . . .	88
5.2.2.	A következtetés komplexitása . . . . .	89

5.3.	Egyszerűbb egzakt következtető eljárások . . . . .	90
5.3.1.	Következtetés felsorolással . . . . .	90
5.3.2.	Következtetés változó eliminációval . . . . .	91
5.3.3.	Következtetés polifákban . . . . .	94
5.3.4.	Következtetés nem fa gráfokban . . . . .	96
5.4.	A PPTC-következtetés . . . . .	98
5.4.1.	Klikkfa konstruálása . . . . .	98
5.4.2.	Valószínűségek terjesztése a klikkfában . . . . .	100
5.4.3.	Következtetési esetek . . . . .	103
5.5.	Közelítő következtetés sztochasztikus szimulációval . . . . .	103
5.5.1.	Mintagenerálás „üres” hálóból . . . . .	104
5.5.2.	Elutasító mintavételezés . . . . .	104
5.5.3.	Valószínűségi súlyozás . . . . .	104
5.6.	A Monte-Carlo-eljárások áttekintése . . . . .	105
5.6.1.	Fontossági mintavételezés . . . . .	106
5.6.2.	Markov-láncok . . . . .	106
5.6.3.	A Metropolis-Hastings-algoritmus . . . . .	108
5.6.4.	Következtetés Bayes-hálókbán Gibbs-mintavételezéssel . . . . .	109
5.7.	Függelék: A következtetés komplexitása Bayes-hálókbán . . . . .	109
5.7.1.	A 3SAT probléma visszavezetése a Bayes-hálóban való következtetésre . . . . .	110
<b>Irodalomjegyzék</b>		<b>112</b>
<b>6. Döntéstámogatás: optimális döntés, szekvenciális döntések, az információ értéke</b>		<b>113</b>
6.1.	Szekvenciális döntési folyamatok . . . . .	113
6.1.1.	Optimális döntés . . . . .	113
6.1.2.	Szekvenciális döntés . . . . .	114
6.1.3.	Az információ értéke . . . . .	116
6.2.	Megállási feladatok . . . . .	120
6.2.1.	Titkár nő probléma . . . . .	120
6.2.2.	A Googol játék . . . . .	123
6.2.3.	Odds algoritmus . . . . .	123
6.2.4.	Az odds algoritmus egy folytonos kiterjesztése . . . . .	124
6.3.	Többkarú rabló feladatok . . . . .	125
6.3.1.	Alkalmazási területek . . . . .	125
6.3.2.	Az optimális megoldás, előrefele következtetés . . . . .	126
6.3.3.	Gittins index . . . . .	127
<b>7. Orvosi döntéstámogatás</b>		<b>128</b>
7.1.	Egészségügyi adatok és nyilvántartó rendszerek . . . . .	128
7.2.	A mesterséges intelligencia szerepe az orvosi döntéstámogatásban . . . . .	130
7.2.1.	Tudás alapú következtető rendszerek . . . . .	130
7.2.2.	Gépi tanulás . . . . .	131
7.2.3.	Orvosi döntéstámogató rendszerek . . . . .	132
7.2.4.	Személyre szabott gyógyászat . . . . .	132

7.3.	Bináris döntések kiértékelése . . . . .	135
7.4.	Hasznosságelmélet . . . . .	138
7.5.	Hasznosságfüggvények . . . . .	140
7.5.1.	Hasznosságfüggvények alaptípusai . . . . .	141
7.5.2.	QUALY . . . . .	143
7.5.3.	Micromort . . . . .	144
7.6.	Többváltozós hasznosságfüggvények . . . . .	144
7.6.1.	A preferenciák strukturáltsága . . . . .	145
7.7.	Döntési hálók . . . . .	147
7.7.1.	Döntési hálók kialakítása és kiértékelése . . . . .	148
7.7.2.	Döntési hálók tulajdonságai . . . . .	149
7.8.	Költség-haszon elemzés . . . . .	153
7.8.1.	A hatékonyság mérése . . . . .	153
7.8.2.	A költség és a hatékonyság viszonya . . . . .	154
7.8.3.	Költség-haszon elemzés mintapélda . . . . .	156
	<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>163</b>