

Tartalomjegyzék

Előszó	1
I. Bevezetés a funkcionálanalízisbe	5
1. Normált terek	7
1.1. Normált terek, Banach-terek és alaptulajdonságaik	7
1.2. Véges dimenziós normált terek	12
1.3. Nevezetes Banach-terek, függvényterek	14
1.4. Lineáris leképezések alaptulajdonságai. A $B(X, Y)$ tér	23
2. Hilbert-terek	29
2.1. Hilbert-terek értelmezése	29
2.2. Ortogonalitási tulajdonságok Hilbert-térben	33
2.3. Fourier-sorok Hilbert-térben	36
3. Folytonos lineáris funkcionálok normált térben	45
3.1. Normált tér duálisa	45
3.2. Folytonos lineáris funkcionálok kiterjesztése	47
3.3. Reflexív Banach-terek	50
4. Folytonos lineáris operátorok normált térben	53
4.1. A Banach–Steinhaus-tételkör	53
4.2. A Banach-féle nyíltleképezés-tételkör	58
5. Folytonos lineáris funkcionálok Hilbert-térben	65
5.1. Riesz reprezentációs tétele	65
5.2. Gyenge konvergencia Hilbert-térben	67
6. Folytonos lineáris operátorok Hilbert-térben	69
6.1. Adjungált operátor, speciális operátortípusok	70

6.2. Önadjungált operátorok	72
6.3. Projektorok	77
6.4. Izometrikus és unitér operátorok	77
6.5. Sajátérték és spektrum	79
6.6. Kompakt operátorok	88
6.7. Operátorok spektrális előállítás, operátorfüggvények	99

II. Lineáris operátoregyenletek elmélete Hilbert-térben 109

7. Operátoregyenletek megoldhatósága korlátos operátor esetén	111
7.1. Egyenletek koercivitási feltételek mellett	112
7.2. Bilineáris formák, Lax–Milgram-tételkör	117
7.3. Nyeregpont-feladatok megoldhatósága, inf-sup-feltétel	120
8. Nem korlátos operátorok	127
8.1. Nem korlátos operátorok alaptulajdonságai	127
8.2. Energiatér és gyenge megoldás szimmetrikus operátor esetén .	136
8.3. Gyenge megoldás nem szimmetrikus operátor vagy nyeregpont-feladat esetén	140
9. Operátor-differenciálegyenletek	145
9.1. Félcsoportok és operátor-differenciálegyenletek	146
9.2. Két megoldhatósági eredmény	148
10.A megoldhatósági tételek alkalmazásai	155
10.1. Integrálegyenletek	155
10.2. Peremértékfeladatok gyenge megoldása	157
10.3. A Stokes-feladat	166
10.4. A Maxwell-egyenletek időharmonikus esetének megoldása . .	168
10.5. Parabolikus Cauchy-feladat	171

III. Nemlineáris operátoregyenletek elmélete 173

11.Nemlineáris operátorok alaptulajdonságai	175
11.1. Egy elliptikus operátor	175
11.2. Gâteaux-derivált	178
11.3. Monoton operátorok és konvex funkcionálok	183
12.Potenciáloperátorok	185

12.1. A potenciál fogalma és létezése	185
12.2. Funkcionálok minimumhelye	188
13. Nemlineáris operátoregyenletek megoldhatósága	189
13.1. A variációs elv	189
13.2. Monoton operátoregyenletek potenciáloperátorral	190
13.3. Operátoregyenletek nem potenciálos operátorral	192
13.4. Alkalmazások nemlineáris elliptikus peremértékfeladatokra	194
IV. Közelítő módszerek normált terekben	203
14. Közelítő módszerek és a variációs elv	205
14.1. Lineáris egyenletek és kvadratikus funkcionál	205
14.2. Nemlineáris egyenletek minimalizáló funkcionáljai	208
15. Ritz–Galjorkin-féle projekciós módszerek	211
15.1. Ritz–Galjorkin-módszer szimmetrikus lineáris egyenletekre	211
15.2. Ritz–Galjorkin-módszer nem szimmetrikus lineáris egyenletekre, Céa-lemma	216
15.3. Ritz–Galjorkin-módszer bilineáris formával megfogalmazott feladatokra	217
15.4. Ritz–Galjorkin-módszer nemlineáris egyenletekre	220
15.5. A végeelem-módszer elméleti háttere	222
16. Iterációs módszerek lineáris operátoregyenletekre	227
16.1. A gradiens-módszer korlátos önadjungált operátorra	227
16.2. A konjugált gradiens-módszer korlátos önadjungált operátorra	232
16.3. A konjugált gradiens-módszer korlátos, nem önadjungált operátorra	241
16.4. Iterációs módszerek nyeregpon-t-feladatokra	242
16.5. Iterációs módszerek és prekondicionálás	246
17. Néhány további módszer lineáris operátoregyenletekre	251
17.1. Közelítő operátorsorozatok	251
17.2. Regularizáció nem koercív feladatokra	252
17.3. Operátor-differenciálegyenletek diszkretizációja	254
18. Iterációs módszerek nemlineáris operátoregyenletekre	261
18.1. Egyszerű iteráció monoton operátorokra	261
18.2. A Newton–Kantorovics-módszer	265
18.3. Newton-típusú módszerek	269
18.4. Külső-belső iterációk	273

19. Iterációs módszerek Ritz–Galjorkin-diszkrétizációkra	277
19.1. Rácsfüggetlenség lineáris egyenletek esetén	277
19.2. Rácsfüggetlenség lineáris nyeregpont-feladatok esetén	281
19.3. Rácsfüggetlenség nemlineáris egyenletek esetén	283
19.4. Alkalmazások elliptikus peremértékfeladatokra	286
Irodalomjegyzék	296