

23

Táblázatok

Az I–IV. táblázatokat olyan számítások megkönnyítésére állítottuk össze, amelyek az általánosan használt egyszerűbb zsebszámológép segítségével csak hosszabban vagy nehezebben végezhetők el. Ezeknek a táblázatoknak az alkalmazásához fűzünk néhány megjegyzést.

Az I. táblázat a 11 657-nél nem nagyobb prímszámokat tartalmazza. Segítségével bizonyos képet kaphatunk a prímszámok eloszlásáról, és némi számolással még a 11 657-nél nagyobb számokról is eldönthetjük, hogy prímszámok-e.

A II. táblázat lehetővé teszi, hogy a 2500-nál nem nagyobb pozitív egészek prímtényezősbontását előállítsuk. Ennek módszere a következő:

Ha a szóban forgó számot a táblázat tartalmazza, készen vagyunk; ha nem, először az I. táblázatban megnézzük, hogy prímszám-e. Ha nem prímszám, akkor megkeressük a „nyilvánvaló” prímosztóit, ez a 2, 3, 5, 11, az ezekkel való oszthatóság a 4.1. szakaszban közölt módszerrel könnyen ellenőrizhető. A nyilvánvaló prímtényezőkkel való osztás hányadosaként kapott számnak vagy az I. vagy pedig a II. táblázatban szerepelnie kell.

Pl. határozzuk meg 7161 prímtényezősbontását.

A számjegyek összege 15, ezért a szám osztható 3-mal; a páros és páratlan sorrendű helyeken álló jegyek összegének különbsége $13 - 2 = 11$, ezért 11-gyel is osztható, végeredményben tehát $3 \cdot 11 = 33$ -mal is. Mivel $7161 : 33 = 217$, most már csak 217 felbontására van szükség, ez a II. táblázat szerint $217 = 7 \cdot 31$, ezért 7161 prímtényezősbontása:

$$7161 = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 31.$$

Ha a szám nagyobb 2500-nál, akkor először a nyilvánvaló prímtényezőket választjuk le a számról, ha a kapott hányados nem nagyobb 2500-nál, az előbbi módszer szerint járunk el.

A nyilvánvaló prímtényezőt nem tartalmazó szám felbontásakor a következőket kell figyelembe vennünk: ha n összetett pozitív egész, akkor kell lennie olyan prímosztójának, amely nem nagyobb \sqrt{n} -nél. Ha ui. ilyen nem létezne, akkor kell lennie legalább két \sqrt{n} -nél nagyobb prímtényezőjének, de ez lehetetlen, mert a szám nagyobb lenne $\sqrt{n} \cdot \sqrt{n} = n$ -nél. Ezért, ha el akarjuk dönteni, hogy n -nek mik a prímtényezői, akkor csak a \sqrt{n} -ig terjedő prímtényezőket kell megvizsgálnunk, majd ha ezt megtaláltuk, leválasztjuk n -ről, és újakezddjük az eljárást.

Pl. állítsuk elő 12 641 prímtényező felbontását. Ennek a számnak nincs nyilvánvaló prímtényezője, négyzetgyöke 112,4, ezért elegendő a 112-nél kisebb prímekeket megvizsgálnunk, ha van prímosztója, egyikük feltétlenül ezek közül kerül ki. Az I. táblázat 109-ig terjedő prímszámjai (összesen 29 darab) közül egy sem osztója 12 641-nek, ezért ez prímszám.

Vagy: állítsuk elő 3 244 494 prímtényező felbontását. Könnyen ellenőrizhetjük, hogy osztható 2-vel, 3-mal és 11-gyel, tehát $2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$ -tal is. A számot 66-tal elosztva 49 159-et kapunk; ennek is osztója a 11, mert $49\ 159 = 11 \cdot 4469$. A 4469 nem prímszám (I. táblázat); négyzetgyöke 66,9, ezért a 66-nál kisebb prímekek közül keressünk osztót, ezt a 41-ben találjuk meg, $4469 = 41 \cdot 109$. Mivel 109 prímszám (I. táblázat), a keresett prímfelbontás:

$$3\ 244\ 494 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 49\ 159 = 2 \cdot 3 \cdot 11^2 \cdot 4469 = 2 \cdot 3 \cdot 11^2 \cdot 41 \cdot 109.$$

A III. táblázat a faktoriálisokat tartalmazza 50!-ig, az értékek 13!-ig pontosak, a többi közelítő érték; a 10-es hatványszorzó előtti jegy kerekített.

A IV. táblázat a binomiális együtthatókat tartalmazza $n = 20$ -ig. Ez lényegében a Pascal-féle háromszög egy részlete. $n = 10$ -ig valamennyi binomiális együttható megtalálható benne, a többinél figyelembe kell venni,

$$\text{hogy } \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}, \text{ pl. } \binom{19}{16} = \binom{19}{3} = 969.$$

I. táblázat. Prímszámok 2-től 1811-ig

2	179	419	661	947	229	523
3	181	421	673	953	231	531
5	191	431	677	967	237	543
7	193	433	683	971	249	549
11	197	439	691	977	259	553
13	199	443	701	983	277	559
17	211	449	709	991	279	567
19	223	457	719	997	283	571
23	227	461	727	1009	289	579
29	229	463	733	13	291	583
31	233	467	739	19	297	597
37	239	479	743	21	301	601
41	241	487	751	31	303	607
43	251	491	757	33	307	609
47	257	499	761	39	319	613
53	263	503	769	49	321	619
59	269	509	773	51	327	621
61	271	521	787	61	361	627
67	277	523	797	63	367	637
71	281	541	809	69	373	657
73	283	547	811	87	381	663
79	293	557	821	91	399	667
83	307	563	823	93	409	669
89	311	569	827	97	423	693
97	313	571	829	103	427	697
101	317	577	839	109	429	699
103	331	587	853	117	433	709
107	337	593	857	123	439	721
109	347	599	859	129	447	723
113	349	601	863	151	451	733
127	353	607	877	153	453	741
131	359	613	881	163	459	747
137	367	617	883	171	471	753
139	373	619	887	181	481	759
149	379	631	907	187	483	777
151	383	641	911	193	487	783
157	389	643	919	201	489	787
163	397	647	929	213	493	789
167	401	653	937	217	499	801
173	409	659	941	223	511	811

Prímszámok 1823-tól 4057-ig

1823	131	437	749	83	433	733
831	137	441	753	89	449	739
847	141	447	767	109	457	761
861	143	459	777	119	461	767
867	153	467	789	121	463	769
871	161	473	791	137	467	779
873	179	477	797	163	469	793
877	203	503	801	167	491	797
879	207	521	803	169	499	803
889	213	531	819	181	511	821
901	221	539	833	187	517	823
907	237	543	837	191	527	833
913	239	549	843	203	529	847
931	243	551	851	209	533	851
933	251	557	857	217	539	853
949	267	579	861	221	541	863
951	269	591	879	229	547	877
973	273	593	887	251	557	881
979	281	609	897	253	559	889
987	287	617	903	257	571	907
993	293	621	909	259	581	911
997	297	633	917	271	583	917
999	309	647	927	299	593	919
2003	311	657	939	301	607	923
11	333	659	953	307	613	929
17	339	663	957	313	617	931
27	341	671	963	319	623	943
29	347	677	969	323	631	947
39	351	683	971	329	637	967
53	357	687	999	331	643	989
63	371	689	3001	343	659	4001
69	377	693	11	347	671	3
81	381	699	19	359	673	7
83	383	707	23	361	677	13
87	389	711	37	371	691	19
89	393	713	41	373	697	21
99	399	719	49	389	701	27
111	411	729	61	391	709	49
113	417	731	67	407	719	51
129	423	741	79	413	727	57

Prímszámok 4073-tól 6473-ig

4073	421	759	99	449	801	143
79	423	783	101	471	807	151
91	441	787	107	477	813	163
93	447	789	113	479	821	173
99	451	793	119	483	827	197
111	457	799	147	501	839	199
127	463	801	153	503	843	203
129	481	813	167	507	849	211
133	483	817	171	519	851	217
139	493	831	179	521	857	221
153	507	861	189	527	861	229
157	513	871	197	531	867	247
159	517	877	209	557	869	257
177	519	889	227	563	879	263
201	523	903	231	569	881	269
211	547	909	233	573	897	271
217	549	919	237	581	903	277
219	561	931	261	591	923	287
229	567	933	273	623	927	299
231	583	937	279	639	939	301
241	591	943	281	641	953	311
243	597	951	297	647	981	317
253	603	957	303	651	987	323
259	621	967	309	653	6007	329
261	637	969	323	657	11	337
271	639	973	333	659	29	343
273	643	987	347	669	37	353
283	649	993	351	683	43	359
289	651	999	381	689	47	361
297	657	5003	387	693	53	367
327	663	9	393	701	67	373
337	673	11	399	711	73	379
339	679	21	407	717	79	389
349	691	23	413	737	89	397
357	703	39	417	741	91	421
363	721	51	419	743	101	427
373	723	59	431	749	113	449
391	729	77	437	779	121	451
397	733	81	441	783	131	469
409	751	87	443	791	133	473

Prímszámok 6481-től 9011-ig

6481	841	211	573	927	293	681
491	857	213	577	933	297	689
521	863	219	583	937	311	693
529	869	229	589	949	317	699
547	871	237	591	951	329	707
551	883	243	603	963	353	713
553	899	247	607	993	363	719
563	907	253	621	8009	369	731
569	911	283	639	11	377	737
571	917	297	643	17	387	741
577	947	307	649	39	389	747
581	949	309	669	53	419	753
599	959	321	673	59	423	761
607	961	331	681	69	429	779
619	967	333	687	81	431	783
637	971	349	691	87	443	803
653	977	351	699	89	447	807
659	983	369	703	93	461	819
661	991	393	717	101	467	821
673	997	411	723	111	501	831
679	7001	417	727	117	513	837
689	13	433	741	123	521	839
691	19	451	753	147	527	849
701	27	457	757	161	537	861
703	39	459	759	167	539	863
709	43	477	789	171	543	867
719	57	481	793	179	563	887
733	69	487	817	191	573	893
737	79	489	823	209	581	923
761	103	499	829	219	597	929
763	109	507	841	221	599	933
779	121	517	853	231	609	941
781	127	523	867	233	623	951
791	129	529	873	237	627	963
793	151	537	877	243	629	969
803	159	541	879	263	641	971
823	177	547	883	269	647	999
827	187	549	901	273	663	9001
829	193	559	907	287	669	7
833	207	561	919	291	677	11

Prímszámok 9013-tól 11 657-ig

9013	391	739	103	463	861	257
29	397	743	111	477	867	261
41	403	749	133	487	883	273
43	413	767	139	499	889	279
49	419	769	141	501	891	287
59	421	781	151	513	903	299
67	431	787	159	529	909	311
91	433	791	163	531	937	317
103	437	803	169	559	939	321
109	439	811	177	567	949	329
127	461	817	181	589	957	351
133	463	829	193	597	973	353
137	467	833	211	601	979	369
151	473	839	223	607	987	383
157	479	851	243	613	993	393
161	491	857	247	627	11 003	399
173	497	859	253	631	27	411
181	511	871	259	639	47	423
187	521	883	267	651	57	437
199	533	887	271	657	59	443
203	539	901	273	663	69	447
209	547	907	289	667	71	467
221	551	923	301	687	83	471
227	587	929	303	691	87	483
239	601	931	313	709	93	489
241	613	941	321	711	113	491
257	619	949	331	723	117	497
277	623	967	333	729	119	503
281	629	973	337	733	131	519
283	631	10 007	343	739	149	527
293	643	9	357	753	159	549
311	649	37	369	771	161	551
319	661	39	391	781	171	579
323	677	61	399	789	173	587
337	679	67	427	799	177	593
341	689	69	429	831	197	597
343	697	79	433	837	213	617
349	719	91	453	847	239	621
371	721	93	457	853	243	633
377	733	99	459	859	251	657

II. táblázat. A 2-vel, 3-mal, 5-tel, 11-gyel nem osztható
összetett számok prímtényezőzős bontása 2500-ig

$49 = 7^2$	$623 = 7 \cdot 89$	$1037 = 17 \cdot 61$	$1393 = 7 \cdot 199$
$91 = 7 \cdot 13$	$629 = 17 \cdot 37$	$1043 = 7 \cdot 149$	$1403 = 23 \cdot 61$
$119 = 7 \cdot 17$	$637 = 7^2 \cdot 13$	$1057 = 7 \cdot 151$	$1411 = 17 \cdot 83$
$133 = 7 \cdot 19$	$667 = 23 \cdot 29$	$1073 = 29 \cdot 37$	$1417 = 13 \cdot 109$
$161 = 7 \cdot 23$	$679 = 7 \cdot 97$	$1079 = 13 \cdot 83$	$1421 = 7^2 \cdot 29$
$169 = 13^2$	$689 = 13 \cdot 53$	$1081 = 23 \cdot 47$	$1457 = 31 \cdot 47$
$203 = 7 \cdot 29$	$697 = 17 \cdot 41$	$1099 = 7 \cdot 157$	$1469 = 13 \cdot 113$
$217 = 7 \cdot 31$	$703 = 19 \cdot 37$	$1121 = 19 \cdot 59$	$1477 = 7 \cdot 211$
$221 = 13 \cdot 17$	$707 = 7 \cdot 101$	$1127 = 7^2 \cdot 23$	$1501 = 19 \cdot 79$
$247 = 13 \cdot 19$	$713 = 23 \cdot 31$	$1139 = 17 \cdot 67$	$1513 = 17 \cdot 89$
$259 = 7 \cdot 37$	$721 = 7 \cdot 103$	$1141 = 7 \cdot 163$	$1517 = 37 \cdot 41$
$287 = 7 \cdot 41$	$731 = 17 \cdot 43$	$1147 = 31 \cdot 37$	$1519 = 7^2 \cdot 31$
$289 = 17^2$	$749 = 7 \cdot 107$	$1157 = 13 \cdot 89$	$1537 = 29 \cdot 53$
$299 = 13 \cdot 23$	$763 = 7 \cdot 109$	$1159 = 19 \cdot 61$	$1541 = 23 \cdot 67$
$301 = 7 \cdot 43$	$767 = 13 \cdot 59$	$1169 = 7 \cdot 167$	$1547 = 7 \cdot 13 \cdot 17$
$323 = 17 \cdot 19$	$779 = 19 \cdot 41$	$1183 = 7 \cdot 13^2$	$1561 = 7 \cdot 223$
$329 = 7 \cdot 47$	$791 = 7 \cdot 113$	$1189 = 29 \cdot 41$	$1577 = 19 \cdot 83$
$343 = 7^3$	$793 = 13 \cdot 61$	$1207 = 17 \cdot 71$	$1589 = 7 \cdot 227$
$361 = 19^2$	$799 = 17 \cdot 47$	$1211 = 7 \cdot 173$	$1591 = 37 \cdot 43$
$371 = 7 \cdot 53$	$817 = 19 \cdot 43$	$1219 = 23 \cdot 53$	$1603 = 7 \cdot 229$
$377 = 13 \cdot 29$	$833 = 7^2 \cdot 17$	$1241 = 17 \cdot 73$	$1631 = 7 \cdot 233$
$391 = 17 \cdot 23$	$841 = 29^2$	$1247 = 29 \cdot 43$	$1633 = 23 \cdot 71$
$403 = 13 \cdot 31$	$851 = 23 \cdot 37$	$1253 = 7 \cdot 179$	$1643 = 31 \cdot 53$
$413 = 7 \cdot 59$	$871 = 13 \cdot 67$	$1261 = 13 \cdot 97$	$1649 = 17 \cdot 97$
$427 = 7 \cdot 61$	$889 = 7 \cdot 127$	$1267 = 7 \cdot 181$	$1651 = 13 \cdot 127$
$437 = 19 \cdot 23$	$893 = 19 \cdot 47$	$1271 = 31 \cdot 41$	$1673 = 7 \cdot 239$
$469 = 7 \cdot 67$	$899 = 29 \cdot 31$	$1273 = 19 \cdot 67$	$1679 = 23 \cdot 73$
$481 = 13 \cdot 37$	$901 = 17 \cdot 53$	$1313 = 13 \cdot 101$	$1681 = 41^2$
$493 = 17 \cdot 29$	$917 = 7 \cdot 131$	$1333 = 31 \cdot 43$	$1687 = 7 \cdot 241$
$497 = 7 \cdot 71$	$923 = 13 \cdot 71$	$1337 = 7 \cdot 191$	$1691 = 19 \cdot 89$
$511 = 7 \cdot 73$	$931 = 7^2 \cdot 19$	$1339 = 13 \cdot 103$	$1703 = 13 \cdot 131$
$527 = 17 \cdot 31$	$943 = 23 \cdot 41$	$1343 = 17 \cdot 79$	$1711 = 29 \cdot 59$
$529 = 23^2$	$949 = 13 \cdot 73$	$1349 = 19 \cdot 71$	$1717 = 17 \cdot 101$
$533 = 13 \cdot 41$	$959 = 7 \cdot 137$	$1351 = 7 \cdot 193$	$1729 = 7 \cdot 13 \cdot 19$
$551 = 19 \cdot 29$	$961 = 31^2$	$1357 = 23 \cdot 59$	$1739 = 37 \cdot 47$
$553 = 7 \cdot 79$	$973 = 7 \cdot 139$	$1363 = 29 \cdot 47$	$1751 = 17 \cdot 103$
$559 = 13 \cdot 43$	$989 = 23 \cdot 43$	$1369 = 37^2$	$1757 = 7 \cdot 251$
$581 = 7 \cdot 83$	$1003 = 17 \cdot 59$	$1379 = 7 \cdot 197$	$1763 = 41 \cdot 43$
$589 = 19 \cdot 31$	$1007 = 19 \cdot 53$	$1387 = 19 \cdot 73$	$1769 = 29 \cdot 61$
$611 = 13 \cdot 47$	$1027 = 13 \cdot 79$	$1391 = 13 \cdot 107$	$1781 = 13 \cdot 137$

A 2-vel, 3-mal, 5-tel, 11-gyel nem osztható
összetett számok prímtényezői bontása 2500-ig

1799 = 7 · 257	1957 = 19 · 103	2149 = 7 · 307	2317 = 7 · 331
1807 = 13 · 139	1961 = 37 · 53	2159 = 17 · 127	2323 = 23 · 101
1813 = 7 ² · 37	1963 = 13 · 151	2171 = 13 · 167	2327 = 13 · 179
1817 = 23 · 79	1967 = 7 · 281	2173 = 41 · 53	2329 = 17 · 137
1819 = 17 · 107	1981 = 7 · 283	2177 = 7 · 311	2353 = 13 · 181
1829 = 31 · 59	2009 = 7 ² · 41	2183 = 37 · 59	2359 = 7 · 337
1841 = 7 · 263	2021 = 43 · 47	2191 = 7 · 313	2363 = 17 · 139
1843 = 19 · 97	2023 = 7 · 17 ²	2197 = 13 ³	2369 = 23 · 103
1849 = 43 ²	2033 = 19 · 107	2201 = 31 · 71	2401 = 7 ⁴
1853 = 17 · 109	2041 = 13 · 157	2209 = 47 ²	2407 = 29 · 83
1883 = 7 · 269	2047 = 23 · 89	2219 = 7 · 317	2413 = 19 · 127
1891 = 31 · 61	2051 = 7 · 293	2227 = 17 · 131	2419 = 41 · 59
1897 = 7 · 271	2059 = 29 · 71	2231 = 23 · 97	2429 = 7 · 347
1909 = 23 · 83	2071 = 19 · 109	2249 = 13 · 173	2443 = 7 · 349
1919 = 19 · 101	2077 = 31 · 67	2257 = 37 · 61	2449 = 31 · 79
1921 = 17 · 113	2093 = 7 · 13 · 23	2261 = 7 · 17 · 19	2461 = 23 · 107
1927 = 41 · 47	2107 = 7 ² · 43	2263 = 31 · 73	2471 = 7 · 353
1937 = 13 · 149	2117 = 29 · 73	2279 = 43 · 53	2479 = 37 · 67
1939 = 7 · 277	2119 = 13 · 163	2291 = 29 · 79	2483 = 13 · 191
1943 = 29 · 67	2147 = 19 · 113	2303 = 7 ² · 47	2489 = 19 · 131
			2491 = 47 · 53

III. táblázat. Faktoriálisok: $1! - 50!$

n	$n!$	n	$n!$
1	1	26	$4,0329146 \cdot 10^{26}$
2	2	27	$1,0888869 \cdot 10^{28}$
3	6	28	$3,0488834 \cdot 10^{29}$
4	24	29	$8,8417620 \cdot 10^{30}$
5	120	30	$2,6525286 \cdot 10^{32}$
6	720	31	$8,2228387 \cdot 10^{33}$
7	5040	32	$2,6313084 \cdot 10^{35}$
8	40 320	33	$8,6833176 \cdot 10^{36}$
9	362 880	34	$2,9523280 \cdot 10^{38}$
10	3 628 800	35	$1,0333148 \cdot 10^{40}$
11	39 916 800	36	$3,7199333 \cdot 10^{41}$
12	$4,7900160 \cdot 10^8$	37	$1,3763753 \cdot 10^{43}$
13	$6,2270208 \cdot 10^9$	38	$5,2302262 \cdot 10^{44}$
14	$8,7178291 \cdot 10^{10}$	39	$2,0397882 \cdot 10^{46}$
15	$1,3076744 \cdot 10^{12}$	40	$8,1591528 \cdot 10^{47}$
16	$2,0922790 \cdot 10^{13}$	41	$3,3452527 \cdot 10^{49}$
17	$3,5568743 \cdot 10^{14}$	42	$1,4050061 \cdot 10^{51}$
18	$6,4023737 \cdot 10^{15}$	43	$6,0415263 \cdot 10^{52}$
19	$1,2164510 \cdot 10^{17}$	44	$2,6582716 \cdot 10^{54}$
20	$2,4329020 \cdot 10^{18}$	45	$1,1962222 \cdot 10^{56}$
21	$5,1090942 \cdot 10^{19}$	46	$5,5026222 \cdot 10^{57}$
22	$1,1240007 \cdot 10^{21}$	47	$2,5862324 \cdot 10^{59}$
23	$2,5852017 \cdot 10^{22}$	48	$1,2413916 \cdot 10^{61}$
24	$6,2044840 \cdot 10^{23}$	49	$6,0828186 \cdot 10^{62}$
25	$1,5511210 \cdot 10^{25}$	50	$3,0414093 \cdot 10^{64}$

IV. táblázat. Binomiális együtthatók

n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758
19	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378
20	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756
n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$