

Előszó

Az analízis nélkülözhetetlen alapját képezi mind a matematika egészének, mind pedig a természettudományoknak, sőt egyre inkább a társadalomtudományoknak is. Az analízis elméletét (a differenciál- és integrálszámítást) éppen az az igény hozta létre, hogy – Galilei meglátását követve – a világegyetemet a matematika nyelvén írhasuk le. A precíz elmélet kidolgozása csaknem 300 évet vett igénybe, elsősorban a határérték és a folytonosság lényegét megragadó alapfogalmak kialakítása miatt. E fogalmak elsajátítása általában komoly nehézségekkel járhat; ez is oka annak, hogy az analízis a középiskolai anyagban alig szerepel.

Ugyanakkor a felsőoktatásban, mindazokon a szakokon, ahol a matematika része a tantervnek – így az egyetemeken különböző irányú (egy- vagy többszakos, alkalmazott stb.) matematika tanári és matematikus képzéseiben –, az analízis alapozó tárgyként, illetve törzsanyagként jelenik meg. Könyvünket elsősorban a fenti szakok bevezető analízis tankönyvének szánjuk. Ezen felül, elképzelésünk szerint a könyv mindazonokon a szakokon is hasznos lehet, amelyekben az analízis a tanterv szerves része, így a műszaki és közgazdasági egyetemeken, illetve a főiskolákon. A könyv megírásában felhasználtuk mindazokat a tapasztalatokat, amelyeket az ELTE-n több évtizeden át tartott előadásaink során gyűjtöttünk.

Nagy súlyt helyeztünk az analízis alapjainak tárgyalására: mielőtt rátérnénk a tulajdonképpeni analízis témájára, összefoglaljuk mindazt, amire az elmélet épül (logikai alapok, halmazok, valós számok), bár ezek egy része ismerős lehet a középiskolai tanulmányokból. Meggyőződésünk, hogy a szilárd alapokra nemcsak azoknak van szükségük, akik az analízis magasabb fejezeteit akarják elsajátítani, de azoknak is, akik alkalmazzák, és nem utolsósorban azoknak, akik az analízist – bármilyen szinten – tanítani fogják.

Az analízis centrális fogalmai a határérték, a folytonosság, a differenciálhányados és az integrál. Elsődleges célunk volt ezeknek a fogalmaknak a fokozatos, a szemléletre is támaszkodó kialakítása. A rájuk épülő elmélet tárgyalásában igyekeztünk

szem előtt tartani és minél gyakrabban bemutatni a lehetséges alkalmazásokat, arra is figyelve, hogy e nehéz anyag megértését és elsajátítását a lehető legjobban elősegítsük. Többek között ezért sem követtük az absztrakt vagy általános (topológiai alapú, illetve többváltozós) felépítést.

A tárgyalt anyag egyes fejezetei lehetőséget adnak mélyebb és nehezebb eredmények bemutatására, amelyek nemegyszer átvezetnek a matematika egyéb területeire (differenciálgeometria, topológia, mértékelmélet stb.).

Hangsúlyozni szeretnénk, hogy az itt tárgyalt – klasszikus, zömében több mint 100 éves – eredmények is inspirálnak ma is intenzíven kutatott, számos nyitott kérdést tartalmazó témaköröket. A könyv jellegéből adódóan ennek bemutatására nem vállalkozhattunk, csupán egy-két megoldatlan probléma említésére szorítkoztunk.

Az anyag alapos elsajátítása csak sok, különböző szintű feladat megoldásával lehetséges. Könyvünkben több mint 500 feladatot tűztünk ki, de ezek között viszonylag kevés az ún. gyakorló- vagy típusfeladat. Ilyenek számos példatárban megtalálhatók (lásd például [5]), ezért nem tekintettük célunknak nagy számú gyakorlófeladat kitűzését. Azonban fontosnak láttuk a gondolkodtató, a fogalmak, eredmények, módszerek mélyebb megértését segítő feladatok szerepeltetését. Ezek között jó néhány nehezebb, invenciót igénylő feladat is van, amelyeket (*) jelöl. A feladatok egy részéhez megoldási ötleteket, illetve teljes megoldásokat is adunk: ezt (Ö), illetve (M) jelekkel jelöljük.

E könyv előzményeihez tartoznak T. Sós Vera *Analízis* című egyetemi jegyzete, amely több, mint 30 éven át került kiadásra, valamint Laczkovich Miklós analízis tárgyú előadásainak jegyzetei. Ez a könyv, amely *Analízis I–II.* címmel 2005-ben és 2007-ben a Nemzeti Tankönyvkiadónál megjelent könyv átdolgozott, bővített kiadása, természetesen számos vonatkozásban eltér a forrásaitól mind anyagában, mind pedig felépítésében.

A könyv jóval nagyobb anyagot tárgyal annál, mint ami a legtöbb tanterv számára feltétlenül szükséges, és a könyvben olyan témakörök is szerepelnek, amelyek eddig magyar nyelven csak korlátozott mértékben voltak hozzáférhetők. A 2005-ben, illetve 2007-ben megjelent könyv az elmúlt években az ELTE többféle képzésében szolgált tankönyvként. Az átdolgozott kiadásban figyelembe vettük az oktatásban összegyűjtött tapasztalatokat is.

A számítógépek elterjedése lehetőséget teremtett arra, hogy az analízis fogalmainak elsajátításához a számítógépet és a számítógépes grafikát is igénybe vehessük.

A könyv függeléke, amely Simonovits Miklós munkája, a számítástechnika analízisbeli alkalmazásaiból nyújt ízelítőt anélkül, hogy előzetes számítástechnikai ismereteket igényelne.

retekre támaszkodna. Itt példákat láthatunk egyes analízisbeli jelenségek (pl. függvények és sorozatok viselkedésének) illusztrálására, illetve az ezekkel való kísérletezésre. Köszönet illeti Gémes Margitot a függelék gondos lektorálásáért.

Szomorú kötelességünk megemlékezni a 2008-ban elhunyt Elekes Györgyről, aki a könyvünk előzményét képező 2005-ben és 2007-ben megjelent két kötet lektora volt. Amint azt e kötetek előszavában írtuk, Elekes György mindenre kiterjedő figyelme, lelkes, odaadó és hozzáértő munkája felbecsülhetetlen segítséget nyújtott számunkra.

Köszönetet mondunk Fried Katalinnak, a könyv tördelőjének és az ábrák készítőjének azért az áldozatos és nagyszerű munkáért, amellyel a könyv elkészítéséhez hozzájárult.

A szerzők

2012. április 21.