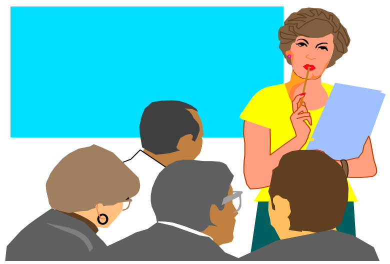
A szimplex módszer

Összefoglaló

Készítette: Dr. Ábrahám István

I. A modell felírása (szövegből)

Példa: Egy üzem háromféle terméket készít, három erőforrás felhasználásával, amelyek az egyes termékekbe 2, 2, 1; 1, 2, 1, illetve 0, 4, 1 mennyiségben épülnek be. Az első erőforrásból 100 egység áll rendelkezésre, ezt teljes egészében fel kell használni. A második erőforrásból legalább 200 egységet, a harmadikból legfeljebb 200 egységet használunk fel. Az egyes termékek eladási árai: 2, 1, 1 pénzegység. Határozzuk meg a maximális árbevételt biztosító termelési programot!



Készítsünk táblázatot!

		Termékek:			**Kapacitás**:
Erőforrások:		I.	II.	III.	
	A	2	1	0	100
Beépülés:	B	2	2	4	200
	C	1	1	1	200
	Ár:	2	1	1	

Cél: max. árbevétel

Táblázat:

E.f.	I	II	III	Kap.
A	2	1	0	100
B	2	2	4	200
C	1	1	1	200
Ár	2	1	1	max

Az I. termékből x_1 darabot, a II.-ból x_2-t, a III.-ból x_3 darabot gyártunk.

A matematikai modell:

a.) $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

b.) $2x_1 + x_2 = 100$

$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 200$

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 200$

----

c.) $z = 2x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$

II. A modell előkészítése

A jobboldalon nem lehet negatív szám. Ha van negatív:…

Szorozni kell -1-gyel.

A célfüggvény$\rightarrow$max legyen. Ha nem:…

Szorozni kell -1-gyel.

A kanonikus alak (egyenletrendszerre átírás; eltérésváltozók jelentése):

Ha az egyenlőtlenség baloldala kisebb: u_i eltérésváltozót hozzáadunk.

Ha az egyenlőtlenség jobboldala kisebb: v_i eltérésváltozót elveszünk.

Ha egyenlőség volt: „kalapos” változót vezetünk be.

A kanonikus alak:

A feltételi relációk:

$2x_1 + x_2 = 100$

$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 200$

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 200$

$z = 2x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$

Egyenlet alakban:

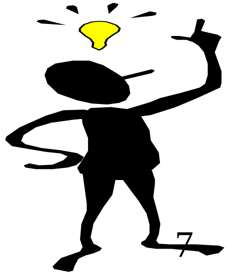
$2x_1 + x_2 + \hat{u}_1 = 100$

$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - v_2 + \hat{u}_2 = 200$

$x_1 + x_2 + x_3 + u_3 = 200$

$-z + 2x_1 + x_2 + x_3 = 0$

A szimplex indulótáblát a kanonikus egyenletrendszerből írjuk fel.



III. A szimplex induló tábla

Oszlopfőkre: x_i és v_i kerül. **Sorkezdők: u_i és a célfüggvény(ek).**

Beírjuk a megfelelő számokat:

B_0	x_1	x_2	x_3	v_2	b
$\hat{u}_1$					
$\hat{u}_2$					
u_3					
$-z$					
$-\hat{z}$					

B_0	x_1	x_2	x_3	v_2	b
$\hat{u}_1$	2	1	0	0	100
$\hat{u}_2$	2	2	4	–1	200
u_3	1	1	1	0	200
$-z$	2	1	1	0	0
$-\hat{z}$	4	3	4	–1	300

A másodlagos célfüggvény sorába kerülő számok:...

A „kalapos” sorokban lévő számokat összeadtuk.

IV. A szimplex algoritmus

A.) Generáló elem választás

1.) Abban az oszlopban lehet, ahol a...

(másodlagos) célfüggvény sorában <u>pozitív</u> szám van.

2.) Az illető oszlopban a generáló elem csak...**<u>pozitív</u> szám lehet.**

3.) A generáló elemet a...**<u>szűkkeresztmetszetnél</u>** kell választani!

B_0	x_1	x_2	x_3	v_2	b
$\hat{u}_1$	**2**	1	0	0	100
$\hat{u}_2$	2	2	4	-1	200
u_3	1	1	1	0	200
-z	2	1	1	0	0
$-\hat{z}$	4	3	4	-1	300

(Szűkkeresztmetszet:a <u>b</u> vektor elemeit osztjuk a kiválasztott oszlop megfelelő elemeivel és ezek közül a legkisebb a **szűkkeresztmetszet**.)

B.) Új tábla készítése

1.) Bázisvektor csere: ”betűcsere” a sor elején és az oszlopfőn.

B_0	$\hat{u}_1$	x_2	x_3	v_2	b
x_1	**1/2**	**1/2**	**0**	**0**	**50**
$\hat{u}_2$	**-1**				
u_3	**-1/2**				
-z	**-1**				
$-\hat{z}$	**-2**				

2.) A generáló elem helyére írjuk a reciprokát.

3.) A generáló elem oszlopát szorozzuk a... reciprok -1-szeresével.

4.) A generáló elem sorát szorozzuk a... reciprokkal.

Ezek a számok lesznek a q értékek.

5.) Az új koordináták kiszámítása:

Régi koordináta – q·(a gen. elem oszlopából a megfelelő régi koo.)

Például: az $\mathbf{x_2}$ második új koordinátája: 2 – 1/2 · 2 = 1

Az $\mathbf{x_2}$ harmadik új koordinátája: 1 – 1/2·1 = 1/2

A negyedik: 1 – 1/2· 2 = 0 (ez a szám a -z sorában van).

Az ötödik: 3 – 1/2·4 = 1 (a másodlagos célfüggvény sorában).

És így tovább:

B_1	$\hat{u}_1$	x_2	x_3	v_2	b
x_1	1/2	1/2	0	0	50
$\hat{u}_2$	-1	1	4	-1	100
u_3	-1/2	1/2	1	0	150
$-z$	-1	0	1	0	-100
$-\hat{z}$	-2	1	4	-1	100

Megjegyzések:

1.) Ha van másodlagos célfüggvény, akkor a generáló elem választásnál csak ennek a sorát kell tekintetbe vennünk.

2.) A generáló elemet úgy válasszuk, hogy minél gyorsabban végezzünk. A célfüggvény sorában célszerű a nagyobb pozitív szám felett válasz-tani generáló elemet.

3.) A „kalapos” változó oszlopa az új táblázatban elhagyható, ha csak az optimális megoldás leolvasása a célunk. Célszerű arra törekedni, hogy a (szabályosan kiválasztott) generáló elem a kalapos változó sorában legyen.

Tehát:

B_1		x_2	x_3	v_2	b
x_1					
$\hat{u}_2$					
u_3					
$-z$					
$-\hat{z}$					

Az első oszlopot el lehet hagyni.

V. Az eljárás befejezése

A.) Optimális táblát akkor kaphatunk az újabb táblázatok készí-tése után, ha:

1.) A másodlagos célfüggvény értéke 0 lesz és a sorában nincs pozitív elem.

Ha ezt nem lehet elérni:... akkor nincs **lehetséges** megoldás.

Ha ezt elértük, akkor befejeződik az első fázis és a másodlagos... célfüggvény sora **elhagyató**.

2.) Ha az elsődleges célfüggvény sorában még van pozitív elem, akkor...

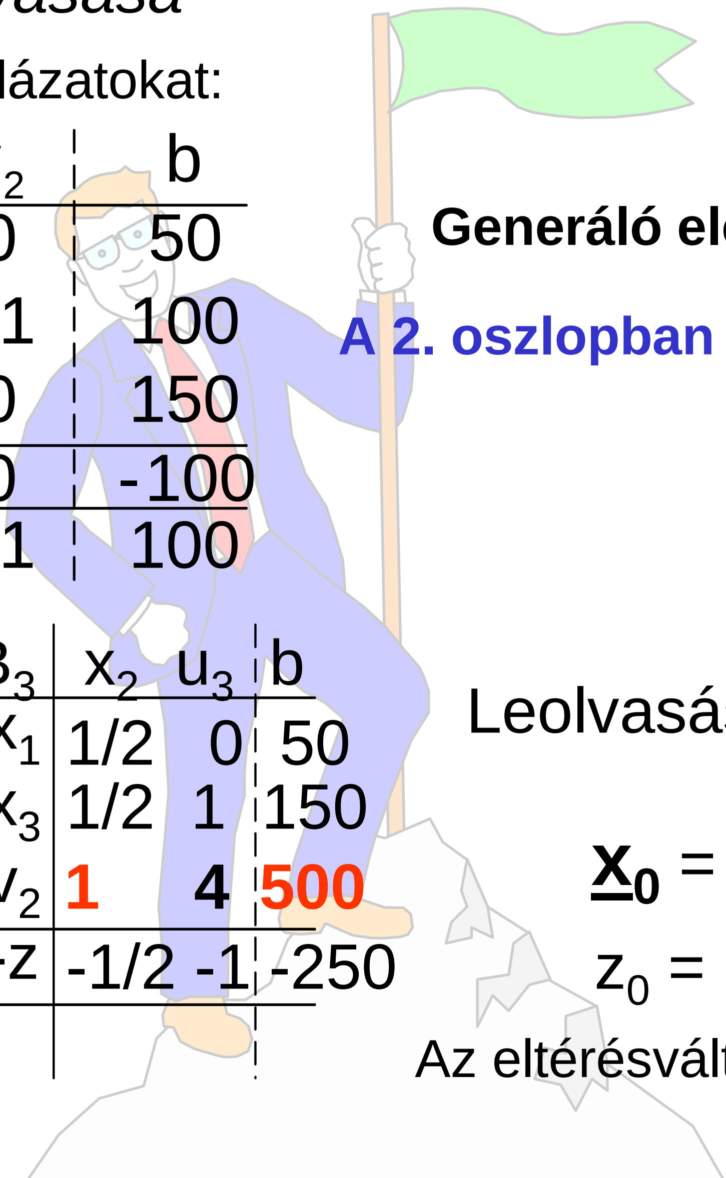
folytatjuk az eljárást mindaddig, amíg minden elem **0**, vagy **negatív** lesz.

Ha ezt nem lehet elérni:... akkor nincs **optimális** megoldás.

D o l g o z z u n k ! !

B.) Az optimum leolvasása

Készítjük az újabb táblázatokat:



B_1	x_2	x_3	v_2	b
x_1	1/2	0	0	50
$\hat{u}_2$	1	**4**	-1	100
u_3	1/2	1	0	150
$-z$	0	1	0	-100
$-\hat{z}$	1	4	-1	100

Generáló elem választás.

A 2. oszlopban (<u>szűkkeresztmetszet!</u>)

B_2	x_2	v_2	b
x_1	1/2	0	50
x_3	**1/4**	**-1/4**	**25**
u_3	1/4	1/4	125
$-z$	-1/4	1/4	-125
$-\hat{z}$	0	0	0

B_3	x_2	u_3	b
x_1	1/2	0	50
x_3	1/2	1	150
v_2	**1**	**4**	**500**
$-z$	-1/2	-1	-250

Leolvasás:(jobboldali oszlopból)

$\underline{\mathbf{x_0}} = [\ 50 \quad 0 \quad 150\ ]^*$

$z_0 = 250$

Az eltérésváltozók: $\underline{\mathbf{u_0}} = \underline{\mathbf{0}}$ és $v_2 = 500$

V É G E Z T Ü N K !