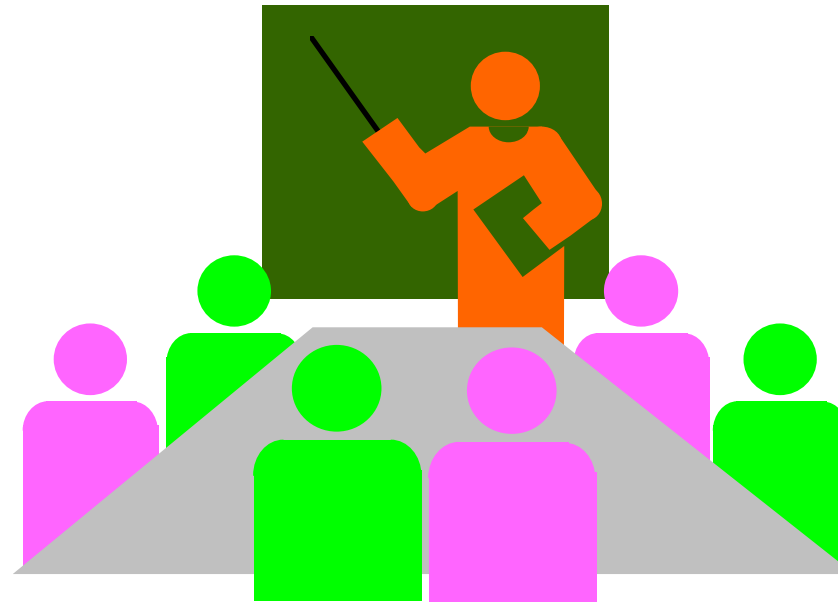


Esettanulmányok és modellek 3



Pénzügyek

Idegenforgalom

Készítette: Dr. Ábrahám István

Pénzügyi feladatok

1. (Kocsis Péter: Opt. döntések lin.pr. (23. oldal) nyomán): Adott négy részvény jelenlegi árfolyama és a tőzsde 2 hónappal későbbi árfolyamelhárásai:

	jelenlegi árfolyam	árfolyamelhárás (Ft/db)
A	13 800	16 600
B	14 600	15 500
C	2 800	3 100
D	3 800	4 200

Összesen legfeljebb 4 millió forintot akarunk befektetni.

Mindegyik részvényből legalább fél millió Ft értékben vásárolunk.

Az „A” részvényből legfeljebb 100 darabot vennénk.

A „C” részvényből legalább kétszer annyit veszünk, mint a „D”-ből.

Milyen portfólió esetén lenne az elvárt hozam maximális?

Megoldás: A döntési változó az egyes részvények darabszáma: x_i . $x_i \in \mathbb{N}^+$

Az egyes részvényekből legalább $\frac{500000}{13800} \approx 37$, ill. **35, 179, 132** darabot veszünk.

Így: $x_1 \geq 37$ $x_2 \geq 35$ $x_3 \geq 179$ $x_4 \geq 132$ A célfüggvény a hozamokra:

Továbbá: $x_1 \leq 100$ és: $x_3 - 2x_4 \geq 0$

$z = 2800x_1 + 900x_2 + 300x_3 + 400x_4 \rightarrow \max.$

Valamint: $138x_1 + 146x_2 + 28x_3 + 38x_4 \leq 40000$

2. 10 millió forintot elhelyezünk 3 alapba: 5 milliót részvénybe, 3 milliót államkötvénybe, 2 milliót lekötött betétbe fektetünk.

Négy társaságnál fektetjük be a tőkét: 4, 3, 2 és 1 millió forintot egyenként.

A társaságok az adott időszakra megadták a százalékos hozamokat :

	A	B	C	D	
I	19	17	20	16	5
II	9,4	9,8	8,9	9,2	3
III	7,8	8	7,2	6,6	2
	4	3	2	1	

Az „A” és „C” társaságnál legalább 3 millióért veszünk részvényt összesen. Lekötött betét csak a „B”-nél lesz.

Milyen bontásban helyezzük el a pénzünket, ha a **maximális hozam** elérése a célunk?

Megoldás: A döntési változó x_{ij} jelentse az egyes alapokba valamelyik társaságnál elhelyezett tőkét.

Az induló feltétel: $x_{ij} \geq 0$, ahol $1 \leq i \leq 3$ és $1 \leq j \leq 4$.

A feltételi relációk:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 5$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 3$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 2$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 4$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 3$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 2$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 1$$

Továbbá:

$$x_{11} + x_{13} \geq 3$$

$$x_{32} = 2$$

Az $x_{32}=2$ helyett lehetne: $x_{31}=x_{33}=x_{34}=0$ is. Ekkor a nulla értékű változókat a célfüggvényből kihagyjuk.

A célfüggvény: $z = 0,19x_{11} + 0,17x_{12} + \dots + 0,066x_{34} \rightarrow \max.$



3. Bérköltség optimalizálás (Sz. Zs. főiskolai hallgató esettanulmánya nyomán)

Szobafestő kisvállalkozásnak jelenleg 3 megrendelése van. Az adatok:

	I	II	III
munkaigény (nap)	27	13	56
hengerezés (nap)	6	2	15
határidő (nap)	8	5	20
terület (m ²)	1200	600	2400

A munkák a II. megrendeléssel kezdődnek hétfőn, utána szerdán az I. indul, a III. a következő hétfőn. Így összesen 27 nap alatt végezni kell a munkákkal.

Folyamatos munka esetén az I-be 2 nap, a III-ba 5 nap hétvége esik.

A cég 4 alkalmazottjának napidíjai: **A: 5200 Ft**, **B: 6000 Ft**, **C és D: 7200 Ft**.

A hétvégi pótdíj egységesen 1200 Ft naponta.

Hengerezni a dolgozók közül csak „D” tud, de ő hétvégén nem dolgozik.

Az „A” előkészítő, neki minden munkahelyen legalább 1 napot dolgoznia kell.

A csapat bármilyen összetételben dolgozhat együtt.

A dolgozóknak fejenként minimum 3 szabadnap jár, ebből legalább 1 hétvégén.

Cél: melyik munkásnak melyik megrendelésen hány napot kell dolgoznia ahhoz, hogy a feltételek teljesülésével a bérköltség minimális legyen?

Megoldás: A döntési változónál figyelembe kell venni az **egyes munkásoknak az adott munkahelyeken eltöltött idejét és azt is, hogy az hétköznap, vagy hétvégi nap volt.**

Így a döntési változó „háromindexes”.

x_{ijk} jelentése: az i -edik munkás a j -edik munkahelyen hány napot dolgozott. A k értéke legyen 1, ha ez a nap munkanap volt és 2, ha hétvégi nap.

Induló feltétel: $x_{ijk} \in \mathbb{N}$.

Az „A” munkás legalább 1 napot minden munkahelyen dolgozik:

$$x_{111} \geq 1$$

$$x_{121} \geq 1$$

$$x_{131} \geq 1$$

Az I. munka teljes munkaigénye 27 nap, ez kevesebb, mint $4 \cdot 8 = 32$ nap:

$$x_{111} + x_{112} \leq 8$$

$$x_{211} + x_{212} \leq 8$$

$$x_{311} + x_{312} \leq 8$$

$$x_{411} + x_{412} \leq 8$$

A II. munka teljes munkaigénye 13 nap, ez kevesebb, mint $4 \cdot 5$ nap:

$$x_{121} + x_{122} \leq 5$$

$$x_{221} + x_{222} \leq 5$$

$$x_{321} + x_{322} \leq 5$$

$$x_{421} + x_{422} \leq 5$$

A III. munka teljes munkaigénye 56 nap, de 1 héttel később kezdtek, így:

$$x_{131} + x_{132} \leq 20$$

$$x_{231} + x_{232} \leq 20$$

$$x_{331} + x_{332} \leq 20$$

$$x_{431} + x_{432} \leq 20$$

A 4. munkás („D”) a hétvégeken nem vállal munkát:

$$x_{411} + x_{412} \geq 6$$

$$x_{421} + x_{422} \geq 2$$

$$x_{431} + x_{432} \geq 15$$

$$x_{412} + x_{422} + x_{432} = 0$$

A munkaigény feltételei:

$$x_{111} + x_{112} + x_{211} + x_{212} + x_{311} + x_{312} + x_{411} + x_{412} = 27$$

$$x_{121} + x_{122} + x_{221} + x_{222} + x_{321} + x_{322} + x_{421} + x_{422} = 13$$

$$x_{131} + x_{132} + x_{231} + x_{232} + x_{331} + x_{332} + x_{431} + x_{432} = 56$$



A három munka összmunkaideje $27+13+56=96$, azaz munkásonként 24 nap:

$$x_{111}+x_{112}+x_{121}+x_{122}+x_{131}+x_{132} \leq 24$$

$$x_{211}+x_{212}+x_{221}+x_{222}+x_{231}+x_{232} \leq 24$$

$$x_{311}+x_{312}+x_{321}+x_{322}+x_{331}+x_{332} \leq 24$$

$$x_{411}+x_{412}+x_{421}+x_{422}+x_{431}+x_{432} \leq 24$$

Hétféteken egyik munkásnak sem kell 5 napnál többet dolgoznia és legalább egy nap hétfégén legyen szabad:

$$x_{112}+x_{122}+x_{132} \leq 5$$

$$x_{212}+x_{222}+x_{232} \leq 5$$

$$x_{312}+x_{322}+x_{332} \leq 5$$

$$x_{112}+x_{122}+x_{132} \geq 1$$

$$x_{212}+x_{222}+x_{232} \geq 1$$

$$x_{312}+x_{322}+x_{332} \geq 1$$

A célfüggvény a napi bérekből (százás mértékegységben):

$$z = 52x_{111} + 64x_{112} + 52x_{121} + 64x_{122} + 52x_{131} + 64x_{132} + 60x_{211} + 72x_{212} + 60x_{221} + 72x_{222} + 60x_{231} + 72x_{232} + 72x_{311} + 84x_{312} + 72x_{321} + 84x_{322} + 72x_{331} + 84x_{332} + 72x_{411} + 84x_{412} + 72x_{421} + 84x_{422} + 72x_{431} + 84x_{432} \rightarrow \min.$$

Az eredményt géppel számolva az adatbevitel igényel figyelmet, türelmet.

Idegenforgalom

1. (R. E. főiskolai hallgató esettanulmánya nyomán): Egy utazási iroda repülő és buszos utazásokat szervez, 4 úticéllal. Adatok:

	Repülő (eFt)	Busz (eFt)	Szállás (eFt)	Utazási ár (eFt)	Preferáltság
Tunézia	100	0	50	230	6
Ibiza	120	0	100	280	2
Hawai	200	0	200	500	1
Malaga	120	50	80	250	3

A költségek és az árak értelemszerűen 1 főre, illetve 1 hétre vonatkoznak.

A preferáltsági mutatókat nyereségarányosan állapították meg.

A repülési árak akkor érvényesek, ha a repülési költség legalább 50 millió Ft.

A buszos árak akkor érvényesek, ha a busz költség legalább 3 millió Ft.

A szállás összköltség az előzetes foglalás miatt maximum 100 millió Ft lehet.

Tunéziában összesen 200 férőhely van, ebből 12-t már lefoglaltak.

Malagán 66, Hawaiban 12, Ibizán 80 férőhely van maximum.

Hawaira 4, Ibizára 20 férőhelyet legalább el kell adni a túra indításához.

Az iroda szeretné, hogy a preferáltsági mutatók átlaga legalább 4 legyen.

Cél a lehető legnagyobb árbevétel.



Megoldás: A döntési változó az egyes utakat választók száma: x_i .

$$x_i \in \mathbb{N}$$

Feltételek:

$100x_1 + 120x_2 + 200x_3 + 120x_4 \geq 50000$	<i>Repülő.</i>	
$50x_4 \geq 3000$	<i>Busz.</i>	
$50x_1 + 100x_2 + 200x_3 + 80x_4 \leq 100000$	<i>Szállás.</i>	
$6x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 \geq 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$	<i>Preferáció miatt.</i>	
$x_1 \geq 12$	$x_1 \leq 200$	<i>Tunézia.</i>
$x_3 \geq 4$	$x_3 \leq 12$	<i>Hawai.</i>
$x_2 \geq 20$	$x_2 \leq 80$	<i>Ibiza.</i>
$x_4 \leq 66$		<i>Malaga.</i>

A célfüggvény: $230x_1 + 280x_2 + 500x_3 + 250x_4 \rightarrow \max$

Ha az iroda a készkiadásokon ($50+3+100=153$ millió) kívül még az egyéb költségeire és a profitjára további legalább 50 milliót szeretne kapni, akkor lesz még egy feltétel:

$$230x_1 + 280x_2 + 500x_3 + 250x_4 \geq 203000$$

Az eredeti esettanulmányban további feltételek is szerepeltek.

2. (Kocsis Péter: Opt. döntések lin.pr. (35. oldal) nyomán): Egy légitársaság egyik járatán 1 jegy 60000 forintba kerül. Ha mind a 100 ülőhelyet kihasználják, akkor a jegyek árának 60%-a a cég haszna.

Üzletpolitikai megfontolásból a járatra legfeljebb 20%-kal több jegyet adnak el, mint az ülőhelyek száma, mert a tapasztalatok szerint:

- Legfeljebb négyen lekésik a járatot. Ők egy későbbi járatral repülhetnek és a nyereség ott kerül elszámolásra.
- Legfeljebb hárman a jegy kiállítása előtt visszamondják az utazást, nekik a pénzt visszaadják.
- Az utazás előtt legalább egy héttel legfeljebb hárman mondják le az utazást, nekik a pénz 80%-át visszaadják.
- Az utazás előtti egy héten belül legfeljebb ketten mondják le az utazást, így nekik a pénz 50%-át fizetik vissza.

Azok számára, akik a „túlbúkolás” miatt ülőhely hiányában nem tudnak a járatral elutazni, a cég 75000 Ft kárpótlást fizet és a következő járatán biztosítja az utazást. A nyereséget (veszteséget) az eredeti járatnál könnyvelik el.

Az adott feltételek mellett az utasok milyen megoszlásával lenne a szóban forgó járaton az elkönvyelt nyereség maximális?

Megoldás: A döntési változók:

Nyilván: $x_i \in \mathbb{N}$



x_1 az eladott jegyek száma

x_2 a járatot lekésők száma

x_3 a lemondók száma a jegykiállítás előtt

x_4 a lemondók száma 1 héttel utazás előtt

x_5 a lemondók száma 1 héten belül

x_6 a helyhiány miatt lemaradók száma

A feltételek: $x_1 \leq 120$ $x_2 \leq 4$ $x_3 \leq 3$ $x_4 \leq 3$ $x_5 \leq 2$

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 20$$

A „speciális” esetek.

$$x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 - x_6 = 100$$

A gép „tele van”.

A célfüggvény felírásához: az út önköltsége utasonként $60 \cdot 0,4 = 24$ ezer Ft.

60% volt a nyereség, így a ráfordítás 40%.

A teljes számított árbevételből ($60000x_1$) le kell vonni a visszafizetéseket és a

ráfordítást. Így: $z = 60x_1 - 60x_2 - 60x_3 - 48x_4 - 30x_5 - 99x_6 - 2400 \rightarrow \max$ (ezer forintban)

Magyarázat: a 48 a 60-nak 80%-a, a 30 fele a 60-nak. A 99 úgy adódik, hogy 75 a kárpótlás, meg 24 a ráfordítás. A 2400 a 100 utas szállításának önköltsége.