Esettanulmányok és modellek 1

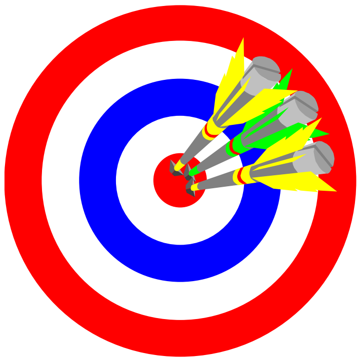
Termelésprogramozás az iparban

Készítette: Dr. Ábrahám István

Egyszerű termelésprogramozási feladatok

1.) 4 gép felhasználásával kétféle terméket állítanak elő. Az egyes termékekhez szükséges gépidő órában: 4, 0, 2, 1, illetve 2, 4, 3, 1. Az összes gépóra kapacitás: 240, 160, 180, 100, amelyek közül az első kettő felső korlátot jelent, a harmadikat teljesen ki akarjuk használni, a negyedik gépet pedig legalább 100 órában működtethetjük. Az egyes termékek hozama darabonként 20, illetve 40 Ft. Az első termékre már beérkezett egy 30 darabos megrendelés. Szeretnénk elérni, hogy a hozam legalább 1000 Ft legyen. Írjuk fel a maximális árbevételt biztosító termelési program matematikai modelljét!

Megoldás: **A döntési változók a gyártandó termékek darabszámai: x_1 és x_2.**
A matematikai modell: $x_1, x_2 \geq 0$



$4x_1$	$+$	$2x_2$	$\leq$	240
		$4x_2$	$\leq$	160
$2x_1$	$+$	$3x_2$	$=$	180
x_1	$+$	x_2	$\geq$	100
x_1			$\geq$	30
$20x_1$	$+$	$40x_2$	$\geq$	1000

$z = 20x_1 + 40x_2 \rightarrow \max.$

2.) Egy üzem termelési programjához a következő $\underline{A}$ mátrix tartozik:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Az $\underline{A}$ matrix a_{ij} eleme azt jelenti, hogy az i-edik erőforrásból mennyi épül be a j-edik termékbe. A kapacitásvektor: $\underline{b}$ = [300 100 150]*, a termékek eladási árvektora, amelynek maximalizálására törekszünk: $\underline{p}$ = [6 5 8 7]*.

Írjuk fel az adatok alapján az LP modellt, ha az erőforrások felhasználása a kapacitásokat nem lépheti túl, valamint az első és a második termékből összesen annyit kell termelni, mint a negyedikből. Feltétel továbbá, hogya második termékből legalább 3 egységgel többet kell termelni, mint a negyedikből!

Megoldás: **A döntési változók a gyártandó termékek darabszámai: x_i**

A matematikai modell: $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} & & x_2 & + & 4x_3 & + & 2x_4 & \leq & 300 \\ 3x_1 & + & x_2 & & & & & \leq & 100 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & \leq & 150 \\ x_1 & + & x_2 & & & - & x_4 & = & 0 \\ & & x_2 & & & - & x_4 & \geq & 3 \end{array}$$

$$z = 6x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 7x_4 \rightarrow \max.$$

3.) (Gáspár-Temesi könyvből, 17-18. oldal**): A Műszeripari Szövetkezet négyfajta finommechanikai tengelykapcsoló gyártásával foglalkozik. Termékei sokféle műszerbe kerülnek beépítésre. Gyártott termékei:**

Dilatációs tengelykapcsoló (T_1) **Golyós biztonsági tengelykapcsoló (T_2)**
Szabadon futó tengelykapcsoló (T_3) **Oldham-tengelykapcsoló (T_4)**

A felsorolt termékek közül az első és a negyedik kifutott típusok alkatrészei. A kötelező alkatrészellátás miatt az említett tengelykapcsolókból havi 200 db, illetve 300 db gyártása kötelező. Kooperációs partnerükkel a golyós biztonsági tengelykapcsoló gyártására szerződést kötöttek éves szinten 6120 darabra, amelynek szállítását havi egyenletes bontásban vállalták.
A termékek gyártásához műszeresztergára, marógépre és köszörűgépre van szükség. Az egyes termékek egy darabjának gépidő szükségletét, a gépek kapacitását órákban kifejezve a következő táblázat mutatja:

Gépek	Termékek				Gépkapacitás
	T_1	T_2	T_3	T_4	
Eszterga	0,1	0,6	0,1	0,2	746
Marógép	0,2	0,1	0,2	0,1	291
Köszörű	0,2	0,4	0,1	0,1	534

A táblázatban szereplő kapacitások egy hónapra vonatkoznak.

Melyik termékből mennyit kell gyártania a szövetkezetnek, ha a nyereség maximalizálására törekszik? Az egyes termékek darabonkénti hozadéka rendre: 90, 240, 90, 60 forint.

A matematikai modellben a döntési változók darabszámok.

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & & & x_1 & \geq & 200 \\
 & & & & & & x_2 & \geq & 510 \\
 & & & & & & x_3 & \geq & 0 \\
 & & & & & & x_4 & \geq & 300 \\
0{,}1x_1 & + & 0{,}6x_2 & + & 0{,}1x_3 & + & 0{,}2x_4 & \leq & 746 \\
0{,}2x_1 & + & 0{,}1x_2 & + & 0{,}2x_3 & + & 0{,}1x_4 & \leq & 291 \\
0{,}2x_1 & + & 0{,}4x_2 & + & 0{,}1x_3 & + & 0{,}1x_4 & \leq & 534 \\
z & = & 90x_1 & + & 240x_2 & + & 90x_3 & + & 60x_4 \rightarrow \max
\end{array}
$$

Alternatív optimum van, a bázismegoldások:

$\underline{x}_{01}=[200\ \ 1010\ \ 600\ \ 300]^*$ $\underline{x}_{02}=[800\ \ 1010\ \ 0\ \ 300]^*$

$z_o=332\ 400$

Az általános megoldás: $\underline{x}_0=\lambda\cdot\ \underline{x}_{01}=+(1-\lambda)\cdot\ \underline{x}_{02}$, ahol $0\leq \lambda \leq 1$.

Az eltérésváltozók értékei szükség szerint kiszámolhatók.

4.) Egy gyárban 3-féle terméket állítanak elő és a gyártáshoz 4 gépsort üzemeltetnek. Az egyes termékek egy-egy darabjának előállításához szükséges időt a különböző gépsorokon a következő táblázat tartalmazza:

	G_1	G_2	G_3	G_4
T_1	15	20	10	12
T_2	10	8	11	10
T_3	40	45	38	44

Az egyes gépsorok üzemeltetési ideje rendre legfeljebb:

300, 400, 350, 450.

Az 1. termékből pontosan 30, a másodikból legalább 20, a harmadikból legfeljebb 35 darab az igény.

Vegyük fel a matematikai modellt, ha a cél a gyártási összidő minimuma!

Megoldás: **A döntési változó, x_{ij} jelentse azt, hogy hány darabot gyárt az i-edik termékből a j-edik gépsor.**

$x_{ij} \in N$

Üzemidő feltételek:

$15x_{11}+10x_{21}+40x_{31} \leq 300$

$20x_{12}+8x_{22}+45x_{32} \leq 400$

$10x_{13}+11x_{23}+38x_{33} \leq 350$

$12x_{14}+10x_{24}+44x_{34} \leq 450$

Az igényhez tartozó feltételek:

$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14} = 30$

$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24} \geq 20$

$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34} \leq 35$

A célfüggvény:

$z=15x_{11}+20x_{12}+\ldots+38x_{33}+44x_{34} \to \min.$

5. (Raffai Mária: Döntéselőkészítés c. könyv 5.4. feladata nyomán): 4 erőforrás felhasználásával 3 géptípust gyártanak. Egy-egy géphez felhasznált erőforrás mennyiségét a következő táblázat mutatja:

	I	II	III
A	1	2	5
B	3	1	4
C	2	2	4
D	4	4	6

Az erőforrásokból 1600, 2000, 2800, 3600 egységnyi használható fel maximálisan.

A termékek fajlagos hozama 120, 80, 200 pénzegység, de csak akkor, ha a gépenként gyártott mennyiség legalább 250, 100, 120 darab.

Így a cég vezetői úgy döntöttek, hogy ha a megrendelés nem éri el a fenti értékeket, akkor azt a géptípust nem gyártják.

Ismert, hogy az egyes típusokból legfeljebb 660, 800, 320 darabot gyárthatnak.

Mennyit gyártsanak az egyes termékekből, hogy az összes hozam a lehető legnagyobb legyen?

Megoldás: A **döntési változók** a gyártandó darabszámok: x_1, x_2, x_3 és a vezetői állásfoglalás miatt: y_1, y_2, y_3.

Az **induló feltételek**: $x_i \in N$ (integer feltétel) és y_i bináris (0 és 1 lehet).

A gyártási technológiából adódó **korlátozó feltételeket** a szokásos módon egyszerűen felírhatjuk:

$x_1+2x_2+5x_3 \leq 1600$

$3x_1+x_2+4x_3 \leq 2000$

$2x_1+2x_2+4x_3 \leq 2800$

$4x_1+4x_2+6x_3 \leq 3600$

A baloldalakat a technológiai mátrix és a darabszám oszlopvektor szorzatából írtuk fel, a jobboldalakon a kapacitások mind felső korlátok.

Az első terméket akkor gyártjuk, ha a mennyisége legalább 250 darab, azaz:

$x_1 \geq 250y_1$ Az y_1 0 és 1 lehet, ha 1, akkor érvényes a 250, mint alsó korlát.

$x_1 \leq 660y_1$ Ha az $y_1=1$, akkor lesz a 660 a felső korlát. Ha $y_1=0$: nincs gyártás.

Hasonlóan a másik két termékre a korlátok a vezetői döntés miatt:

$x_2 \geq 100y_2$ $x_3 \geq 120y_3$

$x_2 \leq 800y_2$ $x_3 \leq 320y_2$

A relációkat átírhatjuk a matematikai modellek „szabványszerű” alakjára, de ha a Ligoval oldjuk meg a feladatot, akkor maradhat ez az alak.

A célfüggvény felvételénél is a gyártási feltételt alkalmazzuk:

$z=120x_1y_1+80x_2y_2+200x_3y_3 \rightarrow \max.$

Az optimális alapmegoldás: $\underline{x}_o=[408 \ \ 296 \ \ 120]^*$ $\underline{y}_o=[1 \ \ 1 \ \ 1]^*$ $z_o=96640$.

A feladat paramétereinek megváltoztatásával variánsokat kaphatunk.

A fejezet tárgyalását befejeztük