

Dialógus a matematikáról

SZÓKRATÉSZ: Mi járatban vagy, Hippokratészem? Kit keresel?

HIPPOKRATÉSZ: Most már senkit, mert megtaláltalak, de eddig téged kerestelek: először a Lúkeionban, majd az agorán; ott mondták nekem, hogy errefelé láttak az Ilisszosz partján sétálni. Ezért jöttem hát ide utánad.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor mondd is el mielőbb, hogy miért jöttél hozzám, ne hagyd, hogy gyötörjön a kíváncsiság. Majd utána én is akarok kérdezni tőled valamit, ami nyomja a lelket azóta, amióta veled együtt Protagorasszal beszélgettünk. Emlékszel még erre a beszélgetésre?

HIPPOKRATÉSZ: Hogy én ne emlékeznék? Azóta nem telt el olyan nap, hogy ne gondolnék rá. Most is azért jöttem, mert az a beszélgetés járt az eszemben.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor, Hippokratészem, úgy látszik, a kettőből egy lett, és te is arról akarsz velem beszélni, amiről én veled. És még azt mondják a matematikusok, hogy a kettő sohasem egy!

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, te a vesémbé látsz, hiszen éppen a matematikáról akarok veled beszélni.

SZÓKRATÉSZ: Jól tudod, Hippokratészem, hogy én nem vagyok matematikus, miért hozzám jöttél hát, miért nem a nagytudású Theodóroszhoz?

HIPPOKRATÉSZ: Mondd, Szókratészem, hogyan lehet az, hogy te előbb válaszolsz az én kérdéseimre, mint hogy azt én feltettem volna? Hiszen éppen azért jöttem hozzád, hogy megkérdézzek, hogyan vélekedsz arról, hogy Theodórosz tanítványa legyek? Amikor ugyanis azzal jöttem hozzád, hogy Protagorasz tanítványa akarok lenni, te elvittél hozzá, és úgy

irányítottad ravaszul beszélgetésünket, hogy a napnál is világosabban kiderült, hogy Protagorasz még azt sem tudja megmondani, miben is áll az a tudás, amit ő, mint szofista, tanítványainak tanít, s hogy nem tudja, hogy ez minek a tudása, és mire jó. Megváltottam hát szándékomat, és nem szegődtem hozzá! Ez a beszélgetés megmutatta nekem, hogy mit ne tegyek, de nem segített abban, hogy rájöjjek, mit tegyek. Azóta is ezen töprengek! Velem egykorú társaimmal járok a testgyakorló házba, meg a lakomákra, és nem is mondhatom, hogy nem töltöm kellemesen az időmet, de ez engem nem elégít ki. Zavar az, hogy úgy érzem, nagyon keveset tudok; pontosabban: hogy mindaz, amit tudok, nagyon bizonytalanoknak és ingatagnak tűnik előttem, főleg, amióta a Protagorasszal folytatott beszélgetésedet hallva rájöttem arra, hogy azokról a fogalmakról, amelyekről azt hittem, hogy tudom, mit jelentenek, mint például a jó, a szép, az igazság, vajmi keveset tudok. Akkor, ott a beszélgetés alatt, úgy éreztem: nagyon sokat tanultam tőled, és nagy nyereség az, hogy most már tudom, hogy mindezekről a dolgokról milyen keveset tudok.

SZÓKRATÉSZ: Örülök, Hippokratészem, hogy olyan jól megértettél; hiszen én mindig nyíltan megmondom, hogy *én magam semmit nem tudok, csak – ellentétben sok más emberrel – nem is hiszem magamról, hogy tudom azt, amit nem tudok.*

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, ez kétségtelenül mutatja azt, hogy mennyivel bölcsebb vagy másoknál, azonban engem ez a fajta bölcsesség nem elégít ki. Bennem igen erős vágy él arra, hogy valami biztos és szilárd tudásra tegyek szert, és nem nyugszom addig, amíg ezt meg nem szereztem! Protagorasszal folytatott vitád óta folyton azon töprengek, hogy ha a szofistáktól nem érdemes tanulnom, kihez forduljak, és milyen fajta tudást próbáljak szerezni. Nemrégiben beszélgettem erről Theaitetossal, aki azt tanácsolta nekem, hogy tanuljak matematikát Theodórosztól, az ő mesterétől, akinél nincs Athénban járatosabb ember a számok tudományában és a geometriában. Theaitetosz szerint azt a biztos tudást, amire szomjazom, csak a matematikában találhatom meg. Mármost ezért jöttem hozzád, mert nem akarok megint úgy járni, mint

amikor Protagorasz tanítványául akartam szegődni. Mondd meg hát, Szókratészem, ha Theodórosz tanítványa leszek, megtalálom-e azt, amit keresek, vagy ezt is hiábavaló dolognak tartod?

SZÓKRATÉSZ: Túlbecsülsz engem, Hippokratészem, amikor nekem ilyen kérdéseket teszel fel. Mit mondhatok én neked annál többet, mint hogy ha matematikát akarsz tanulni, nem fordulhatsz jobb mesterhez, mint az én kiváló barátomhoz, Theodóroszhoz? Azt eldönteni pedig, hogy helyes-e, hogy a matematika tanulmányozását választod, csak te magad tudod, hiszen te tudod legjobban, hogy mi az, amire vágysz.

HIPPOKRATÉSZ: Mivel haragítottalak meg, Szókratészem, hogy nem akarsz nekem segíteni? Ha megharagítottalak volna akaratom ellenére, mondd meg nyíltan, hogy kiengesztelhesselek.

SZÓKRATÉSZ: Félreértettél, Hippokratészem, nincs szó haragról, csak éppen lehetetlent kívánsz tőlem. Hogyan dönthetem én el helyetted, hogy mit csinálj? Ezt mindenkinek magának kell eldöntenie. *Én nem tehetek többet, mint hogy bábaként segítek neked, hogy megszüljed elhatározásodat.*

HIPPOKRATÉSZ: Kérlek, Szókratészem, ne tagadd meg tőlem ezt a segítséget, és ha nincs más dolgod, lássunk rögtön neki.

SZÓKRATÉSZ: Nem bánom, amott van egy magas platánfa, heveredjünk le az árnyékába és kezdjünk hozzá. De mondd: *kész vagy úgy folytatni a beszélgetést, ahogy én szeretném, hogy én csak kérdezek és te válaszolsz rá? És nem fogod elfelejteni, hogy az ilyen beszélgetésből nem származhat több haszon, mint hogy tisztábban látod azt, amit addig is tudtál, és hogy csak olyan megismeréshez tudunk így eljutni, ami legalábbis csírájában már eddig is megvolt benned?* Nem leszel olyan, mint Dáriusz király, aki kivégeztette a bányamesterét azért, mert egy bányából, amelyről ő azt hitte, hogy aranyat fognak találni benne, csak rezet hozott felszínre? Ez a király elfelejtette, hogy a bányász nem tud mást kibányászni egy bányából, mint ami amúgy is ott van. Remélem, te nem esel ilyen tévedésbe.

HIPPOKRATÉSZ: Zeuszra esküszöm, Szókratészem, semmilyen szemrehányást sem fogok neked tenni, de most már ne

húzd tovább, hanem kezdjünk hozzá a bányászáshoz.

SZÓKRATÉSZ: Jól van, legyen úgy, ahogy akarsz. Felelj nekem akkor először arra a kérdésre: tudod-e, hogy mi a matematika? Hiszen feltételezem, hogy tudod, mi is az, aminek tudására vágysz.

HIPPOKRATÉSZ: Azt hiszem, ezt minden gyerek tudja. A matematika tudomány, mégpedig nem is akármilyen, hanem a legjavából való!

SZÓKRATÉSZ: Hogy megértsed, hogy mi az, ami előttem homályos, beszéljünk először egy másik tudományról, például az orvosok tudományáról. Helyesen látom, ha azt mondom, hogy az orvostudomány a betegség és az egészség tudománya, és az a célja, hogy a betegeket meggyógyítsa és az egészségesek egészségét megőrizze?

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondasz.

SZÓKRATÉSZ: Azt, hogy milyen betegségek vannak, hogyan lehet őket megkülönböztetni és gyógyítani, csak maguk az orvosok tudják, sőt ők is elég keveset tudnak csak erről. Azt azonban, hogy mi az orvostudomány tárgya és célja, valóban minden gyerek tudja. Úgy tűnik nekem azonban, hogy a matematika esetében nem ilyen egyszerű a dolog.

HIPPOKRATÉSZ: Magyarázd meg, Szókratészem, hogy mi a különbség, mert előttem nem világos.

SZÓKRATÉSZ: Nos, hát gondold meg jól: az orvostudomány olyasvalamivel foglalkozik-e, ami létezik, vagy olyasmivel, ami nem létezik? Lennének-e betegek akkor is, ha nem volnának orvosok?

HIPPOKRATÉSZ: Persze, hogy volnának, sőt, még több is volna.

SZÓKRATÉSZ: Vizsgáljunk meg valami más tudományt vagy mesterséget. Gondold meg jól, barátom, jól mondom-e, hogy a csillagász a csillagokat vizsgálja?

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondasz.

SZÓKRATÉSZ: Hát ha azt kérdezem, hogy a csillagászok valami létezővel foglalkoznak-e, vagy olyasmivel, ami nem létezik, mit felelnél?

HIPPOKRATÉSZ: Azt, hogy létezővel.

SZÓKRATÉS: Csillagok akkor is lennének, ha csillagászok nem volnának?

HIPPOKRATÉS: Feltétlenül. Sőt, egészen biztos, hogy ha Zeusz haragja elpusztítaná az embereket, a csillagok akkor is ott ragyognának az égen. De miért a csillagászokról beszélünk, és miért nem a matematikusokról?

SZÓKRATÉS: Ne légy olyan türelmetlen, barátom. Mielőtt a matematikáról beszélnénk, vizsgáljunk meg még néhány tudományt és mesterséget, hogy legyen mivel összehasonlítanunk a matematikát és a matematikus tevékenységét. Hogy neveznéd azt az embert, aki az állatokat és növényeket vizsgálja, aki tudja, hogy milyen lények népesítik be az erdőt meg a tenger mélyét?

HIPPOKRATÉS: Én az élő természet kutatójának nevezném az ilyen.

SZÓKRATÉS: És egyetértesz, ha azt mondom, hogy ilyen ember is olyasmit vizsgál, ami a természetben létezik?

HIPPOKRATÉS: Tökéletesen.

SZÓKRATÉS: És hogy neveznéd azt az embert, aki az érceket vizsgálja, és tudja, hogy melyikből lehet vasat nyerni?

HIPPOKRATÉS: Az ércek ismerőjének nevezem.

SZÓKRATÉS: Most azt mondjad meg: az ilyen ember is valami létezőt vizsgál és ahhoz ért, vagy valami nem létezőt kutat?

HIPPOKRATÉS: Hát persze, hogy valami létezőt.

SZÓKRATÉS: Állíthatjuk tehát, hogy minden tudomány valami létezővel foglalkozik?

HIPPOKRATÉS: Hát úgy látszik, nyugodtan állíthatjuk.

SZÓKRATÉS: Hát akkor mondd meg, Hippokratészem, mivel foglalkozik, mit vizsgál a matematikus?

HIPPOKRATÉS: Theaitetosztól én is kérdeztem ezt: ő azt mondta, hogy a számokkal meg a geometriai formákkal foglalkozik.

SZÓKRATÉS: Jól felelt Theaitetosz, én sem tudtam volna jobbat válaszolni. De most gondold meg jól: mondhatjuk-e, hogy a számok és formák létezők?

HIPPOKRATÉS: Azt hiszem, mondhatjuk, hiszen ha nem léteznének, hogyan beszélhetnénk egyáltalán róluk.

SZÓKRATÉS: Jól beszélsz, de engem azért még zavar valami. Mondd csak, például a törzsszámok úgy léteznek-e, mint a csillagok vagy a halak? Ha nem volnának matematikusok, akkor is volnának törzsszámok?

HIPPOKRATÉS: Kezdem érteni, hogy hova vezetsz engem. Úgy látom, tényleg nem olyan egyszerű a dolog, mint gondoltam, mert igazán nem tudom, hogy mit válaszoljak a kérdésedre.

SZÓKRATÉS: Akkor másként teszem fel a kérdést: Ugye a csillagok az égen vannak akkor is, ha senki sem figyeli őket, a halak pedig a tengerben úszkálnak akkor is, ha nem halássza ki őket senki, sem azért, hogy megegye, sem azért, hogy tanulmányozza őket?

HIPPOKRATÉS: Jól mondod.

SZÓKRATÉS: De hol volnának a törzsszámok, ha a matematikusok nem vizsgálnák őket?

HIPPOKRATÉS: Valóban, sehol sem volnának, hiszen, amikor a matematikusok a törzsszámokról gondolkodnak, a törzsszámok az ő fejükben vannak, így, ha senki nem gondol a törzsszámokra, azok nincsenek is sehol.

SZÓKRATÉS: Mondhatjuk-e hát, hogy a matematikusok olyan dolgokkal foglalkoznak, amelyek nem is léteznének nélkülük?

HIPPOKRATÉS: Úgy látszik.

SZÓKRATÉS: Ha tehát azt mondom, hogy a matematikusok olyasmit vizsgálnak, ami nem létezik – legalábbis nem úgy létezik, mint a csillagok vagy a halak –, igazat mondok?

HIPPOKRATÉS: Kétségtelenül.

SZÓKRATÉS: Várj csak, ne hamarkodjunk el a dolgot. Van nálad viasztábla?

HIPPOKRATÉS: Itt van.

SZÓKRATÉS: Hát akkor figyelj ide. Leírok ide a viasztáblára egy számot, mondjuk azt, hogy 29, nemde ez létezik?

HIPPOKRATÉS: Valóban, hiszen látjuk, sőt tapinthatjuk is.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor mégiscsak létező dolgok a számok?

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, te most rá akarsz szedni. Nézd, ugyanerre a viasztáblára lerajzoltam egy oroszánt és egy hétfejű sárkányt. Mindkét rajz egyformán látható a táblán, márpedig az oroszánok ugyan léteznek, a hétfejű sárkány azonban nem. Én legalábbis még nem láttam sárkányt, és nem is talákoztam olyan emberrel, még a legöregebbek között sem, aki látott volna. De ha tévednék, és mégis léteznek valahol Héraklész oszlopain túl hétfejű sárkányok, akkor sem azért léteznek, mert én képzeletből egyet lerajzoltam a viasztáblámra. Ha léteznének sárkányok, akkor is léteznének, ha én nem rajzoltam volna egyet ide.

SZÓKRATÉSZ: Jól beszélsz, Hippokratészem, és úgy látom, alaposan fülöncsípted az igazságot. Szóval az, hogy a számokról beszélhetünk vagy leírhatjuk őket, még nem jelenti, hogy valóban léteznek?

HIPPOKRATÉSZ: Persze, legalábbis nem úgy léteznek, mint az oroszánok, vagy a csillagok.

SZÓKRATÉSZ: Gondoljuk azért ezt meg jobban, mert engem még egy dolog zavar. Nemde megszámlolhatjuk a juhokat itt a mezőn, vagy a hajókat a pireuszi kikötőben?

HIPPOKRATÉSZ: Persze, hogy megszámlolhatjuk.

SZÓKRATÉSZ: A juhok meg a hajók pedig kétségtelenül létezők?

HIPPOKRATÉSZ: Természetesen.

SZÓKRATÉSZ: Hát ha a juhok léteznek, nem létezik a számuk is? Nekem most úgy tűnik, hogy a matematikusok mégiscsak valami létezővel foglalkoznak.

HIPPOKRATÉSZ: Megint rá akarsz szedni, Szókratész, de én nem hagyom magam. Hiszen a matematikusok nem a juhok számlálásával foglalkoznak, ez a juhászok dolga, és nem is kell hozzá valami nagy bölcsesség.

SZÓKRATÉSZ: Szóval azt mondod, hogy a matematikus nem a juhok vagy a hajók számával foglalkozik, hanem magukkal a számokkal, tehát nem valami létező dolgokat számol, hanem a számokat magukat kutatja, és így olyasmivel foglalkozik, ami igazában nem is létezik, csak az ő gondolataiban.

HIPPOKRATÉS: Úgy látom, így áll a dolog.

SZÓKRATÉS: Ha jól emlékszem azt mondtad, Theaitetosz szerint a matematikusok számokkal és geometriai formákkal foglalkoznak. Mielőtt elsietnénk a dolgot, vizsgáljuk meg, hogy a formákkal ugyanaz-e a helyzet, mint a számokkal, vagy másképpen áll a dolog. Ha azt kérdezem, hogy a formák léteznek-e, mit válaszolsz?

HIPPOKRATÉS: Azt, hogy léteznek; hiszen egy jól sikerült vázáról mindenki azt mondja, hogy szép formája van. A formát szemünkkel láthatjuk és kezünkkel tapinthatjuk, ezért úgy hiszem, bátran mondhatjuk, hogy léteznek.

SZÓKRATÉS: Hippokratészem, nagyon szépen beszéltél, úgy-hogy majdnem meg is győztél. De egy dolog még nyugtalanít engem.

HIPPOKRATÉS: Mi az, Szókratészem? Talán megint tévedtem volna?

SZÓKRATÉS: Ítéld meg magad. Amikor egy vázát látsz, mit látsz tulajdonképpen, a vázát magát vagy annak a formáját?

HIPPOKRATÉS: Mind a kettőt.

SZÓKRATÉS: Úgy áll-e talán a dolog, mint amikor egy juhot látsz: látod a juhot magát és látod a juh szőrét?

HIPPOKRATÉS: Úgy látom, a hasonlat nagyon találó.

SZÓKRATÉS: Énnekem pedig úgy tűnik, hogy sántikál a hasonlat, mint Héphaisztosz. Hiszen a juh szőrét lenyírhatod, és külön láthatod a juhot szőrtelenül, és külön a juh szőrét. Ugyanígy el tudod-e választani a vázát a formájától?

HIPPOKRATÉS: Nem én, de bizony más sem.

SZÓKRATÉS: Még mindig azt állítod-e, hogy a geometriai formákat látni lehet?

HIPPOKRATÉS: Kezdek benne kételkedni.

SZÓKRATÉS: Nekem most úgy tűnik, hogy a váza formája a vázától elválasztva nem létezhet. De mondd: ha a matematikusok valójában a vázák vagy edények formájával foglalkoznának, nem kellene-e inkább fazekasmestereknek nevezni őket?

HIPPOKRATÉS: Kétségtelenül.

SZÓKRATÉSZ: Ha a matematikusok a vázák és edények formájával foglalkoznának, akkor Theodórosz volna a legkiválóbb vázakészítő és fazekas, hiszen a geometriai formákhoz ő ért a legjobban. Én azonban azt hiszem, hogy még egy egyszerű bögrét sem tudna elkészíteni.

HIPPOKRATÉSZ: Sokan dicsérték előttem Theodóroszt, hiszen éppen ezért akarok a tanítványa lenni, de azt, hogy a fazekas mesterséghez is értene, tényleg nem mondta nekem senki.

SZÓKRATÉSZ: Vagy talán a matematikusok épületek, oszlopok vagy szobrok formáival foglalkoznak? Hiszen akkor ők építészek vagy szobrászok volnának.

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondd.

SZÓKRATÉSZ: Szóval, Hippokratészem, úgy tűnik nekem, hogy a matematikusok nem létező dolgok formáival foglalkoznak, nem törődve azzal, hogy milyen tárgyak bírnak ilyen formával. Tehát a matematikusok a formákkal nem mint látható, tapintható, azaz a szó közönséges értelmében létező dolgokkal foglalkoznak, hanem olyan formákkal, amelyek csak az ő gondolataikban léteznek. Te is így látod a dolgot?

HIPPOKRATÉSZ: Most már igen.

SZÓKRATÉSZ: Most, miután megállapítottuk, hogy a matematika nem létező, hanem csak elgondolt dolgokkal foglalkozik, vizsgáljuk meg Theaitetosznak azt az állítását, hogy a matematika biztosabb és csalhatatlanabb, mint bármely más tudomány. Mondd csak, barátom, hozott fel Theaitetosz példákat, vagy csak általánosságban beszélt!

HIPPOKRATÉSZ: Hogyne mondott volna példákat, méghozzá nagyon világos és egyszerű példákat, úgyhogy engem tökéletesen meggyőzött.

SZÓKRATÉSZ: El tudnál mondani nekem néhány példát, hadd tanulok én is valamit?

HIPPOKRATÉSZ: Megpróbálom, de ha nem emlékszem jól és rosszul mondom, ne Theaitetoszt ítéld el, hanem engemet.

SZÓKRATÉSZ: Csak monddad bátran.

HIPPOKRATÉSZ: Például azt mondta, hogy teljesen biztosat mondani arról, hogy milyen messze van Spárta Athéntől, nem

lehet. Abban még egyetért mindenki, aki megtette az utat, hogy hány napi járásra van, de hogy pontosan hány lépés, azt már nem lehet megállapítani. Bármilyen pontosan is mérné le valaki a távolságot, pl. mérőszalaggal, nem volna a mérés teljesen pontos. Ha újra megmérnék, biztosan lenne eltérés a két mérés között. De azt, hogy egy négyzet átlója mekkora, Püthagorasz óta pontosan meg tudjuk mondani, és ebben mindenki egyetért, aki megértette, hogy miről van szó.

SZÓKRATÉSZ: Jól mondta Theaitetosz, és te is hűen adtad vissza szavait, legalábbis abból ítélve, hogy nagyon meggyőző, amit mondsz. Említett talán másfajta példát is?

HIPPOKRATÉSZ: Várj csak, hadd gondolkozzam egy kicsit. Megvan! Azt mondotta, hogy nem lehet egész pontosan megállapítani, hogy hány ember él Hellászban, hiszen ha megpróbálnánk összeszámolni, miközben a számlálás folyik, születne egy csomó gyerek, meghalna egy sereg öreg, útra kelnének és érkeznének hajók, úgyhogy csak nagyon pontatlan és hozzávetőleges választ lehet adni ilyen kérdésre. Ha azonban a matematikustól azt kérdezik, hogy például hány éle van a dodekaédernek, az erre a kérdésre olyan választ tud adni, amihez semmi kétség nem férhet, tudniillik, hogy mivel tizenkét ötszög határolja, mindegyiknek öt oldala van, de minden egyes ötszögoldal két laphoz is tartozik, tehát összesen harminc éle van a dodekaédernek.

SZÓKRATÉSZ: Mondott még más példát is?

HIPPOKRATÉSZ: Még egy egész sereget, nem is tudtam min-det megjegyezni. Például azt mondotta, hogy a valóságban nincs két tökéletesen egyforma dolog. Poszeidón templomának oszlopai, bár nagyon hasonlítanak egymáshoz, mégsem tökéletesen egyformák. Nincsen két teljesen egyforma tojás sem. Ezzel szemben egy téglalap két átlója biztosan egyenlő hosszú szakasz, semmi különbség köztük nincsen. Hasonlóképpen egyenlők az egyenlőszárú háromszögnek az alapon fekvő szögei. Még azt is mondotta, hogy mint Hérakleitosz megmutatta, minden, ami van, változik, biztosat azonban csak arról tudhatunk, ami változatlan, mint például a páros meg a páratlan, a kör meg az egyenes.

SZÓKRATÉSZ: Ennyi példa elég is lesz. Engem is meggyőzött Theaitetosz, hogy a matematikában egész biztos tudást szerezhethünk a dolgokról, ellentétben a mindennapi élettel vagy más tudományokkal. Próbáljuk meg azonban most összefoglalni, hogy mire jutottunk. Úgy tűnik tehát, hogy a matematika nem létező dolgokkal foglalkozik, és ezekről vitathatatlan igazságokat képes megállapítani. Nemde így lehetne összefoglalni azt, amit eddig sikerült körültekintő és alapos megfontolással kiderítenünk. Vagy nem jól foglaltam össze?

HIPPOKRATÉSZ: Zeuszra, nagyon jól mondd.

SZÓKRATÉSZ: Mondd hát, Hippokratészem, nem találsz rejtélyesnek, hogy ezek szerint arról, ami nem létezik, többet és biztosabbat tudunk, mint arról, ami létezik?

HIPPOKRATÉSZ: Ez valóban különös, és igazán nem értem, hogy ez hogyan lehetséges. Érvelésünkben nem látok hibát, de mégis azt hiszem, hogy valahol elvétettük az okoskodást, csak azt nem tudom, hogy hol.

SZÓKRATÉSZ: De hiszen érvelésünk minden egyes lépését nagyon alaposan ellenőriztük, megnéztük a dolgot több oldalról is; ebben hiba nem lehet. De várj csak, most eszembe jutott valami, ami talán segít megoldani a rejtélyt.

HIPPOKRATÉSZ: Mondd el gyorsan, mert gyötör a bizonytalanság.

SZÓKRATÉSZ: Ma reggel a második arkhon csarnokában jártam, ahol éppen egy Pitthosz községbeli ács feleségét vádolták azzal, hogy megcsalta és szeretője segítségével megölte férjét. Az asszony ezt váltig tagadta, és esküdözött Artemiszre és Aphroditére, hogy soha mást nem szeretett, mint a férjét, és a férjét rablók ölték meg. Sok tanút hallgattak ki, többen azt állították, hogy az asszony bűnös, többen pedig azt, hogy ártatlan. Hogy mi volt valóban az igazság, azt nem sikerült megállapítani.

HIPPOKRATÉSZ: Nem szép tőled, Szókratész, hogy amikor már teljesen összezavartál, helyett, hogy segítenél nekem, hogy megtaláljam az igazságot, mindenféle történetekkel traktálsz engem. Talán gúnyt akarsz űzni belőlem?

SZÓKRATÉSZ: Ne mérgelődj, Hippokratészem, jó okom van

arra, hogy erről az asszonyról beszéljek, akiről nem sikerült megállapítani, hogy bűnös-e vagy sem. De egyet bizonyosan állíthatunk erről az asszonyról: azt, hogy létezik, hiszen láttam őt, saját szememmel, és nemcsak én, hanem mindazok, akik ott voltak a második arkhon csarnokában. Megnevezhetek neked közülük jó néhány szavahihető, becsületes embert, aki még álmában sem hazudott volna soha.

HIPPOKRATÉSZ: Nem szükséges, Szókratészem, nekem te is elég vagy tanúnak, de könyörgöm, áruld már el, mi köze ennek a nőnek ahhoz, amiről mi beszélgetünk.

SZÓKRATÉSZ: Sokkal több köze van, mint gondolnád. De mondd csak: ismered Agamemnón és Klütaimnesztra történetét?

HIPPOKRATÉSZ: Ki ne ismerné? Hisz tavaly láttam a színházban Aiszkhülosz trilógiáját.

SZÓKRATÉSZ: Mondd el hát – de csak röviden – a lényegét.

HIPPOKRATÉSZ: Miközben Agamemnón, Argosz királya, tíz éven át Trója alatt harcolt, felesége, Klütaimnesztra házasságtörő viszonyra lépett férje unokatestvérével, Aigiszthossal. Mikor Agamemnón Trója elpusztítása után hazatért, Klütaimnesztra a szeretője segítségével meggyilkolta.

SZÓKRATÉSZ: Mondd meg hát nekem, Hippokratészem, honnan tudja Aiszkhülosz, hogy Klütaimnesztra valóban megcsalta és megölte a férjét?

HIPPOKRATÉSZ: Nem értem, miért kérdezel tőlem olyan dolgokat, amelyeket minden hellén jól tud. Hiszen Homérosz is megírta a történetet: amikor Odüsszeusz leszállt az alvilágba, találkozott Agamemnón árnyékával, és ő maga mondta el neki bús sorsát.

SZÓKRATÉSZ: Még csak azt mondd meg, Hippokratészem, biztos vagy abban, hogy Agamemnón és Klütaimnesztra valóban éltek, és a róluk szóló homéroszi történet igaz?

HIPPOKRATÉSZ: Lehet, hogy megköveznének érte, de szerintem nem lehet ma már annyi évszázad után megállapítani, hogy ezek az emberek éltek-e, és ha igen, mi volt a sorsuk. De ez nem is számít, hiszen ha Agamemnónról és Klütaimnesztráról beszélünk, nem a valódi személyekre gondolunk

(ha egyáltalán voltak ilyenek), hanem a homéroszi hagyományokból átvett, az Aiszkhülosz-tragédiában szereplő alakokra.

SZÓKRATÉSZ: Mondhatjuk tehát, Hippokratészem, úgy áll a dolog, hogy a valódi Klütaimnesztráról és Agamemnónról, ha léteztek is, vajmi keveset tudunk, hanem arról Klütaimnesztráról és Agamemnónról, akik Aiszkhülosz tragédiájában szerepelnek, azokról teljes bizonyossággal tudhatjuk azt, hogy mit mond róluk Aiszkhülosz; és mivel a tragédiában ez áll, teljes bizonyossággal állítjuk, hogy az a Klütaimnesztra, akiről Aiszkhülosz beszél, megcsalta és megölte azt az Agamemnónt, aki ugyanennek a tragédiának a szereplője.

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondd, de még mindig nem értem, hová akarsz kilyukadni.

SZÓKRATÉSZ: Figyelj csak jól: nemde a tragédiában szereplő személyek nem valójában létező emberek?

HIPPOKRATÉSZ: Így van.

SZÓKRATÉSZ: Figyelj tehát jól: megállapítottuk, hogy abban bizonyosak lehetünk, hogy a tragédiában szereplő, a költő által elképzelt, de valójában nem létező Klütaimnesztra megcsalta és meggyilkolta a tragédiában szereplő Agamemnónt, míg arról a hús-vér asszonyról, aki ma a bíróság előtt állt, nem tudhatjuk biztosan, hogy megcsalta és megölte-e a férjét, vagy nem.

HIPPOKRATÉSZ: Kezdem már sejteni, hogy hová vezeted a beszélgetést. De jobb, ha te magad megmondod, hogy mi a tanulság mindebből.

SZÓKRATÉSZ: Úgy érzem, Hippokratészem, hogy itt is ugyanarról van szó, mint amire a matematikával kapcsolatban juttottunk. A nem létező, csak elgondolt emberekről, a tragédia szereplőiről sokkal biztosabban tudhatunk, mint a létező, élő emberekről. Hiszen amikor azt állítjuk, hogy Klütaimnesztra bűnös volt, ezzel csak azt mondjuk, hogy az a Klütaimnesztra volt bűnös, akit a költő elgondolt és megírt, mert hiszen ez abból, amit írt, világosan kitűnik. Nagyon hasonlít ez ahhoz, hogy arról a téglalapról, amiről a matematikusok beszélnek, biztosan tudhatjuk, hogy átlói egyenlő hosszúak, hiszen ez

világosan következik abból, ahogyan a matematikusok a téglalapot elgondolják és meghatározzák.

HIPPOKRATÉSZ: Azt mondd tehát, Szókratészem, hogy az a megállapításunk, hogy a matematikusok a vizsgálataik tárgyát képező, a valóságban nem létező, csak elgondolt dolgokról sokkal biztosabb tudással rendelkeznek, mint a természet vizsgálói a létező dolgokról, valóban helytálló, bármilyen meglepően is hangzik, sőt, ha jobban utánagondolunk, nem is olyan meglepő, hanem nagyon is természetes dolog? A matematika tárgyát képező, nem létező, csak elgondolt dolgokról éppen azért tudhatjuk a teljes igazságot, mert nem léteznek, illetve csak annyiban léteznek, amennyiben a matematikusok kigondolták őket, és éppen azért pontosan olyanok, amilyenek elképzelték őket, szemben a valóban létező dolgokkal, amelyek különböznek a róluk általunk alkotott képtől.

SZÓKRATÉSZ: Te mondd, Hippokratészem, mégpedig nagyon világosan fejezted ki magad.

HIPPOKRATÉSZ: Hálás vagyok neked, Szókratész, hogy erre rávezettél. Most már nemcsak azt látom, hogy Theaitetosznak teljesen igaza volt, amikor azt mondta nekem, hogy ha biztos tudásra törekszem, olyanra, ami nemcsak, hogy tartalmaz valami igazságot, hanem maga a színtiszta igazság, akkor a matematikával kell, hogy foglalkozzam. Most már azt is értem, hogy mi teszi a matematikát csalhatatlanná. De ha eddig türelemmel voltál irántam, ne hagyjál még magamra, mert dilemmám még ezzel egyáltalán nincsen megoldva. Sőt, úgy érzem, hogy a leglényegesebb kérdésről még nem is beszéltünk.

SZÓKRATÉSZ: Mondd hát, Hippokratészem, mi az a kérdés?

HIPPOKRATÉSZ: Emlékezz vissza, Szókratészem, hogy én azzal jöttem hozzád, hogy megkérjelek: segíts eldöntenem, hogy Theodórosz tanítványává szegődjem-e. Erre te rávezettél arra, hogy megértsem, mivel foglalkozik a matematika, és mi a titka annak, hogy biztos tudást képes nyújtani. Megértettem, hogy a matematikus maga alkotja meg a vizsgálódás tárgyát képező fogalmakat, és ezért ezekről a csak gondola-

taiban létező dolgokról, amelyek éppen ezért pontosan olyanok, amilyenek mi elképzeljük őket, ki tudja deríteni a teljes igazságot. Most már látom, hogy ha a matematika tanulmányozására elszánom magam, valóban megbízható tudásra tehetek szert. Csak azt nem látom még, hogy van-e ennek értelme? Azt ugyanis minden gyermek megérti, hogy van értelme a létezőről valamit megtudni. Ha ugyanis tudásra tesz valaki szert az ásványokra, az állatokra vagy a növényekre vonatkozólag, ennek sok haszna lehet nemcsak számára, hanem az egész állam, és általában az emberek számára. Még ha a távoli csillagokról szerez valaki magának többé-kevésbé megbízható tudást, annak is lehet haszna, például segítheti őt a tájékozódásban éjjel a tengeren. De mit ér az olyan tudás, ami a nemlétezőre vonatkozik? Erre válaszolj még nekem, Szókratész!

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, úgy tűnik nekem, hogy te a választ jól tudod, csak engem akarsz próbára tenni.

HIPPOKRATÉSZ: Héraklészre, én bizony teljesen tanácstalan vagyok.

SZÓKRATÉSZ: Hát jó, akkor válaszolj a kérdéseimre. Mondd csak, Hippokratészem, láttuk, hogy a matematikus maga alkotja meg azokat a fogalmakat, amelyeket vizsgál; azt jelenti ez, hogy a matematikus úgy választja a fogalmait, ahogy neki tetszik, saját önkénye szerint?

HIPPOKRATÉSZ: Úgy képezem, hogy igen. Az előbb összehasonlítottuk a matematikát a költészettel. Úgy látom, hogy a matematikus ugyanolyan szabadon választja meg a fogalmait, mint a tragédiaíró a szereplőit, és ahogy az utóbbi olyan jellemvonásokkal ruházza fel szereplőit, amilyenekkel jónak látja, a matematikus is olyan fogalmakat vezet be, és olyan tulajdonságokkal ruházza fel őket, ahogy ő jónak látja.

SZÓKRATÉSZ: Ha ez így volna, Hippokratészem, akkor annyiféle matematika volna, ahány matematikus van. Hiszen ha minden matematikus maga választaná meg önkényesen a fogalmait, akkor még véletlenül se foglalkoznának ugyanazokkal a fogalmakkal. Hogy van az, hogy mégis a matematikusok többnyire egyetértenek abban, hogy milyen fogalmakat

vizsgáljanak? Például, ha számokról beszélnek, mind ugyanazokra a számokra gondolnak, de ugyanez áll az egyenesre, a körre, a négyzetre, a gömbre és a szabályos testekre vonatkozólag is.

HIPPOKRATÉSZ: Nem az-e ennek a magyarázata, hogy az emberek gondolkodásmódja hasonló, és azért látják ugyanazt jónak?

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, ne elégedjünk meg egy magyarázattal addig, amíg minden oldalról meg nem vizsgáltuk. Miért van az, hogy a matematikában gyakran előfordul, hogy egymástól távol élő matematikusok, mondjuk az egyik Tarentumban, a másik Számosz szigetén, rájönnek ugyanarra az igazságra, anélkül hogy egymásról tudnának? Ezzel szemben olyanról még nem hallottam, hogy két költő egymástól függetlenül ugyanazt a verset írta volna.

HIPPOKRATÉSZ: Ilyesmiről én sem hallottam, viszont valóban, most, hogy mondod, eszembe jut valami, amit Theaitetosz mondott nekem: ő rájött valami nagyon érdekes dologra; ha jól emlékszem, összemérhetetlen távolságokról volt szó, ezt elmondta Theodórosznak, aki viszont megmutatta neki Arkhütasz levelét, amelyben szinte szóról szóra ugyanaz állt.

SZÓKRATÉSZ: Na látod, barátom, ez a költészetben nem fordulhat elő. De mondhatnék még sok érvet is: miért van az, hogy a matematikusok mindig meg tudnak egymással egyezni abban, hogy mi az igazság, míg például az állam irányítását és a legjobb államformát illetően nemcsak hogy a perzsák, hanem a spártaiak is másképp gondolkodnak, mint mi, sőt, legtöbbször az athéniak sem tudnak egymással megegyezni?

HIPPOKRATÉSZ: Erre könnyen válaszolhatok, Szókratészem; amikor az államügyekről van szó, az embereket nemcsak az igazság keresése vezeti, hanem befolyásolja őket egyéni érdekük is, és ez állítja őket egymással szembe. Ilyesmi a matematikában nincsen; a matematikust csak az igazság megismerésének vágya vezeti.

SZÓKRATÉSZ: Azt akarod mondani, Hippokratészem, hogy a matematikusok, valamilyen, az ő személyüktől teljesen független, rajtuk kívül álló igazságra törekszenek?

HIPPOKRATÉS: Igen.

SZÓKRATÉS: Szóval: odáig eljutottunk már, hogy a matematikusok, bár látszólag megtehetnék, mégsem önkényesen választják fogalmaikat, hanem valamilyen, egyelőre előttünk ismeretlen okból teljes egyetértésben járnak el e tekintetben, és valami rajtuk kívül álló igazságra törekszenek. Hogy mi ennek a titka, arra még nem jöttünk rá.

HIPPOKRATÉS: Jól mondod, de hát akkor próbáljunk rájönni.

SZÓKRATÉS: Ha még van türelmed, megpróbálhatjuk. Mondd csak, milyen tekintetben hasonlít egymásra szerinted az a hajós, aki felfedez egy olyan szigetet, amelyről azelőtt senki sem tudott, és az a festő, aki egy olyan új festéket kever ki, amelyet előtte még senki sem csinált?

HIPPOKRATÉS: Úgy látom, mind a kettő valami újjal gazdagította az embereket.

SZÓKRATÉS: És miben látod a különbséget a két ember között?

HIPPOKRATÉS: Én úgy látom, hogy a hajóst felfedezőnek kell neveznünk, mert felfedezett valamit, tudniillik egy szigetet, ami előzőleg is megvolt, csak senki sem tudott róla, míg a festőt feltalálónak kell neveznünk, mert olyat talált fel, tudniillik egy új festéket, amit nemcsak, hogy nem ismert senki, de ami azelőtt egyáltalán nem is létezett.

SZÓKRATÉS: Nem is válaszolhattál volna találobban. Mármost mondd meg, hogy szerinted, ha egy matematikus valamilyen új matematikai igazságot talál, akkor ezt ő megtalálja vagy kitalálja? Más szóval, a matematikus felfedező-e, vagy feltaláló?

HIPPOKRATÉS: Nehezet kérdezel, hiszen nekem e téren még nincsenek tapasztalataim. De abból, amit Theaitetosztól hallottam arról, ahogyan Theodórosz és ő kutatásaikat végzik, úgy látom, hogy bár a feltalálóra is hasonlítanak, mégis inkább felfedezőnek kell őket neveznünk. Éppen ez az, ami engem a matematikához vonz: úgy látom, a matematikusok olyanok, mint a bátor hajósok, akik nekivágnak a gondolat ismeretlen tengerének és kikutatják annak partjait, szigeteit és örvényeit.

SZÓKRATÉSZ: Nagyon jól mondod, Hippokratészem, nekem is úgy tűnik, hogy a matematikus inkább felfedező, mintsem feltaláló. De azért mintha ingadoztál volna a válaszodban. Mire gondoltál, amikor azt mondtad, hogy azért a matematikus a feltalálóra is hasonlít?

HIPPOKRATÉSZ: Azt gondoltam, amire rávezettél az előbb, hogy a matematikus maga alkotja meg a fogalmakat, amelyeket vizsgál. Amikor egy új fogalmat hoz létre a matematikus, akkor azt teszi, amit a feltaláló. De amikor a már általa, vagy más által feltalált fogalmakat kutatja, és ezekre vonatkozó állításokat – ahogy a matematikusok mondják, tételeket – állít fel és bizonyít be, akkor azt teszi, amit a felfedező. Mármost abból, amit Theaitetosz elmondott nekem, úgy tűnik, hogy a matematikus munkájában a tételek felfedezése nagyobb szerepet játszik, mint a fogalmak feltalálása, hiszen már a legegyszerűbb fogalom, mint például a számok és az oszthatóság fogalma, olyan rengeteg problémát vet fel, aminek a matematikusok eddig csak csekély töredékét oldották meg.

SZÓKRATÉSZ: Úgy látom, Hippokratészem, hogy Theaitetosz máris sok mindenre megtanított téged, és nagyon jól elsajátítottad, amire, megtanított. Szerintem nagyon helyesen vélekedsz arról, hogy a matematikus mennyiben felfedező és mennyiben feltaláló. Mit szólnál, ha azt, amit mondtál, úgy foglalnám össze, hogy a matematikus elsősorban felfedező és csak annyiban feltaláló, amennyiben minden felfedezőnek annak kell lennie? Hiszen ha egy hajós el akar jutni olyan helyekre, ahol előtte még más hajós nem járt, ehhez feltalálónak is kell lennie, és olyan hajót kell építenie, amely jobban megállja a helyét a viharos tengeren, mint elődeinek hajói. Úgy látom, hogy a matematikus által kitalált új fogalmak olyanok, mint az újfajta építésű hajók, amelyek gyorsabban és biztonságosan röpítik a felfedezésre vágyó hajóst a tajtékzó tengeren ismeretlen vidékek felé, mint a régebbi hajók.

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, nincs nálad ravaszabb vitázó Athénben, sőt, azt hiszem, egész Hellászban! Amikor összefoglalod azt, amit én mondtam, mindig belécsempészel va-

lamit, amit én talán éreztem, de semmiképpen sem tudtam volna ilyen világosan megfogalmazni, és ami egy lépéssel továbbsegít minket. Abból, amit mondtál, ugyanis napnál világosabb, hogy a matematikusnak az a célja, hogy a gondolkodás óceánjának titkait kifürkésze; a fogalmak alkotása csak eszköz ebben. Ebből azonban nyilvánvaló, hogy bár módjában állna teljesen önkényesen új fogalmakat alkotni, ez az önkényesség csak látszólagos. Hiszen a felfedezőútra induló hajósoknak is módjában áll olyan hajót építeni, ami éppen eszébe jut, de nem lesz bolond olyan hajóval útnak indulni, amelyet az első vihar pozdorjává tör. Nyilvánvalóan olyan hajót fog magának építeni, amelyet minden tekintetben a legjobbnak tart. Ennek a hasonlatnak a fényében az is világossá válik, hogy miért használják a matematikusok ugyanazokat a fogalmakat, legalábbis azok a matematikusok, akik egyidőben élnek, és kapcsolatban állnak egymással. Éppen olyan ez, mint amikor a hajósok kicserélik tapasztalataikat, és a legjobban bevált hajótípusokat használják mindannyian. Úgy érzem, most már sokkal tisztábban látom, hogy mi is a matematika valójában, mint előbb.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor próbáld meg újra megfogalmazni, hogy mi is a matematika.

HIPPOKRATÉSZ: Megpróbálok, bár biztos vagyok benne: ki fog derülni, hogy még mindig csak egy részét látom az igazságnak.

SZÓKRATÉSZ: Csak vágj azért bátran neki, mint a hajósok a tengernek!

HIPPOKRATÉSZ: Úgy látom most, hogy amikor azt mondtuk az előbb, hogy a matematika olyan dolgokkal foglalkozik, amelyek valójában nem léteznek, nem jól fejeztük ki magunkat. Ezek a dolgok léteznek, csak nem úgy, mint a kövek és a fák, tehát nem láthatjuk, nem tapinthatjuk őket, hanem csak a gondolkodás útján juthatunk velük érintkezésbe. Azonban, ha másképpen is, mint a tárgyak, ezek a dolgok szintén léteznek. Amikor mi ezekről a dolgokról gondolkodunk, ugyanarra gondolunk mindannyian, akik matematikával foglalkozunk, tehát ezek a dolgok, bár mindegyikünk csak saját gon-

dolatain keresztül közelítheti meg őket, mégis valahogy a mi személyüinktől független léttel bírnak. Létezik tehát egy másik világ, a matematika világa, amely különbözik attól a világtól, amelyben mi élünk, és a matematikus ennek a másik világnak a kifürkészésére törekvő, a nehézségektől és veszélyektől vissza nem riadó, bátor hajós.

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, bár lendületed engem is magával ragad, de azért úgy érzem, hogy a lelkesedésed hevében egy és más kérdésen túl könnyen átsiklottál.

HIPPOKRATÉSZ: Mik ezek a kérdések, Szókratészem? Ha már ennyi időt szántál rám, ne végezz fél munkát, és mutasd meg nekem, hogy miről feledkeztem meg.

SZÓKRATÉSZ: Ne hidd, hogy én csak akadémizálni akarok, de úgy érzem, hogy még nem találtuk meg a választ a te kérdésedre. Most már mindketten jobban látjuk, mint mikor ide leültünk, hogy mi is a matematika, és milyenfajta tevékenységet végez a matematikus, de arra a kérdésre, hogy ennek mi a célja és értelme, tulajdonképpen még nem válaszoltunk semmit.

HIPPOKRATÉSZ: Ha jól meggondolom, igazad van. Engem már az is megnyugtatott, hogy megértettem, mi az oka, hogy a matematika tanulmányozása útján biztos tudásra tehetek szert. Úgy érzem, hogy ennek a csodás világnak a tanulmányozása meghozná nekem azt a jóleső érzést, amit eddig semmiben sem találtam meg: hogy van valami, amiben nincs okom kételkedni. Most, hogy azt is megértettem, hogy a matematika világa, ha nem is úgy, mint a kövek és fák, de a maga módján szintén létezik, tőlem függetlenül, még jobban megnyugodtam. De valóban: mi a célja annak, hogy ezt a világot kikutassuk? Nem úgy érnénk leggyorsabban célhoz, ha most az egyszer szakítanál a módszereddel, és te válaszolnál erre a kérdésre? Én ugyanis úgy érzem, nem vagyok erre képes.

SZÓKRATÉSZ: Még ha tudnék is válaszolni egyedül, akkor sem tenném ezt meg, mert kevés hasznod lenne belőle. Az ember csak azt érti meg, amire maga jön rá; amit készen kap, anélkül, hogy lélekben megdolgozna érte, az egyik fülén be, a másikon ki. Olyan ez, mint a növények öntözése: a növény

nem élhet víz nélkül, de nem sokat ér azzal a vízzel, amit a leveleire öntenek, az leperreg róla; csak azt a vizet képes igazán felhasználni, amit a gyökerein keresztül maga szív fel.

HIPPOKRATÉSZ: Hát nem bánom, akkor folytassuk vizsgálódásainkat az eddigi módszerrel. De legalább segíts elindulni, mert kátyúba jutottam, mint a szekér a sáros úton.

SZÓKRATÉSZ: Úgy látom, Hippokratészem, hogy ha előre akarunk jutni, egy darabot vissza kell gombolyítanunk beszélgetésünk fonálából.

HIPPOKRATÉSZ: Meddig menjünk vissza?

SZÓKRATÉSZ: Nekem úgy tűnik, hogy vissza kell térnünk arra a pontra, ahol megállapítottuk, hogy a matematikus nem a juhokat vagy a hajókat számolja, hanem a számokkal magukkal foglalkozik. Mármost gondold meg jól: mindaz, amit a matematikusok a számokról megállapítanak, azokat önmagukban és minden kézzelfogható dologtól elvonatkoztatva vizsgálva, nem érvényes-e az a juhok számát illetően is? Ha például a matematikusok megállapítják, hogy a 17 törzsszám, nem jelenti-e ez azt is, hogy 17 élő juhot nem lehet több ember között úgy elosztani, hogy mindegyik ugyanannyi juhot kapjon, csak úgy, hogy 17 ember mindegyike egy-egy juhot kap?

HIPPOKRATÉSZ: De igen.

SZÓKRATÉSZ: Tehát amit a matematikus a számokról megállapít, az a valóban létező dolgokra is érvényes?

HIPPOKRATÉSZ: Így van.

SZÓKRATÉSZ: Vizsgáljuk meg, hogy a geometriával nem ugyanez-e a helyzet? Az építész, amikor egy épület alapját tűzi ki, nem a matematikusok által felfedezett geometriai tételekre támaszkodik? Például, amikor derékszöget jelöl ki, nem Püthagorasz híres tételéből indul ki?

HIPPOKRATÉSZ: Bizony, azt teszi.

SZÓKRATÉSZ: Hát a földmérő nem a geometriából indul ki?

HIPPOKRATÉSZ: Dehogynem.

SZÓKRATÉSZ: Hát a hajóács, vagy a tetőfedő mester?

HIPPOKRATÉSZ: Nem kevésbé.

SZÓKRATÉSZ: Hát a fazekas, amikor korsót készít, vagy az a hajós, aki kiszámítja, hogy mennyi búza fér el a hajófenéken, nem veszi használt a matematikának?

HIPPOKRATÉSZ: Dehogynem, bár én azt hiszem, hogy mind ezeknek a mesterembereknek annyi matematika is elég, amennyit már az egyiptomi írnokok is tudtak. Azoknak az új felfedezéseknek, amelyekről nekem Theaitetosz olyan túlradó lelkesedéssel beszélt, a mesteremberek akkor sem vennék sok hasznát, ha megértenék őket, de nem hiszem, hogy bármelyikük akárcsak hallott volna is róluk.

SZÓKRATÉSZ: Igazat mondasz, Hippokratészem, de még sincs igazad. Eljöhet még annak az ideje is, amikor mindennek a gyakorlati emberek is hasznát veszik. Ami ma még csak lehetőség, abból előbb-utóbb valóság lehet.

HIPPOKRATÉSZ: Engem a jelen érdekel.

SZÓKRATÉSZ: Nem vagy következetes, Hippokratészem, mert ha matematikus akarsz lenni, ez azt jelenti, hogy a jövőnek dolgozol.

HIPPOKRATÉSZ: Hogy érted ezt?

SZÓKRATÉSZ: Emlékezz csak vissza arra, amikor a matematikust a felfedező hajóssal hasonlítottuk össze. Mondd csak, mi szokott történni, amikor egy hajós felfedez egy ismeretlen, lakatlan szigetet?

HIPPOKRATÉSZ: Amikor a hajós visszatér, elmondja sok embernek, hogy hol van a sziget, és alkalmas-e arra, hogy ott emberek éljenek: van-e rajta édesvízű forrás, és milyen gyümölcsök teremnek rajta. Előbb vagy utóbb mindig akadnak vállalkozó szellemű emberek, akik nekivágnak a tengernek, hogy megtelepedjenek az újonnan felfedezett szigeten. Van úgy, hogy az első telepéseket elpusztítja a tenger vagy a vadállatok, vagy kalózkodó rabságába esnek. Az is előfordul, hogy az új telepések között viszály üti fel a fejét, és egymást ölik meg. De előbb vagy utóbb, ha a sziget lakható, benépesül és város épül rajta.

SZÓKRATÉSZ: Jól mondd, barátom, úgy látom, járatos vagy az ilyen dolgokban. És mondd csak: nem úgy van az, hogy mennél könnyebben megközelíthető a sziget, mennél jobb ki-

kötővel rendelkezik, annál hamarabb népesül be?

HIPPOKRATÉSZ: Bizony, így van.

SZÓKRATÉSZ: Hát a távolabbi és jó kikötővel nem rendelkező szigetekre, ha megterem rajtuk a gabona meg a szőlő, előbb-utóbb nem kerül sor?

HIPPOKRATÉSZ: Habár lassabban, de előbb-utóbb ezek is be-népesülnek.

SZÓKRATÉSZ: No látod, hát akkor miért gondolod, hogy a matematikus felfedezéseinek más sorsa volna?

HIPPOKRATÉSZ: Ha így nézzük a dolgot, úgy tűnik, hogy igazad van.

SZÓKRATÉSZ: De hagyjuk most a jövőt, ha akarod, és felelj a kérdésemre: mi lehet az oka annak, hogy az a tudás, ami a matematika világára vonatkozik – amely, mint mondtad, különbözik attól a világtól, melyben élünk –, hasznunkra válik a mi világunk dolgaiban, annak ellenére, hogy a matematika csupa olyan dologgal foglalkozik, ami se nem látható, se nem tapintható, amit csak gondolkodásunkkal közelíthetünk meg? Nem tartod ezt csodálatos és meglepő dolognak?

HIPPOKRATÉSZ: De igen, sőt, ha így teszed fel a kérdést, a dolog egyenesen érthetetlen előttem.

SZÓKRATÉSZ: Úgy érzem, hogy ha alaposan megvizsgáljuk, nemcsak hogy érthetővé válik, hanem választ is ad éppen arra a kérdésre, amire te választ keresel.

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, ne beszélj rejtélyekben, mint Püthia, hanem ha rájöttél valamire, mondd meg úgy, hogy meg is értsem.

SZÓKRATÉSZ: Mindjárt érteni fogod, csak előbb válaszolj néhány kérdésemre. Mondd csak, ha valaki bejár sok távoli országot, sokat lát és tapasztal, és hazatérve bölcs tanácsokat tud adni városa lakóinak, ezt te csodálatosnak tartod?

HIPPOKRATÉSZ: Én nem, de azt hiszem, senki sem.

SZÓKRATÉSZ: Akkor sem, ha azokban az országokban, ahol az utazó járt, más nép lakik, amely más nyelvet beszél és más isteneknek áldoz?

HIPPOKRATÉSZ: Semmiképpen, hiszen sok minden közös a különböző nyelvet beszélő emberekben is.

SZÓKRATÉSZ: Most gondold meg újra jól: ha kiderülne, hogy a matematika világa és az a világ, amelyben élünk, sok tekintetben hasonlít egymásra, habár egy és másban különbözik, akkor is csodálkoznál, hogy a matematikának a mindennapi életben hasznát lehet venni?

HIPPOKRATÉSZ: Ez esetben nem csodálkoznék. De hát mennyiben hasonlít egymásra a matematika világa és az a világ, amelyben élünk?

SZÓKRATÉSZ: Mondd csak: látod azt a sziklát ott a patak túlsó partján, ahol a patak kiszélesedik és tavat képez?

HIPPOKRATÉSZ: Hogyne látnám.

SZÓKRATÉSZ: És látod a tükörcépét a víz sima tükreben?

HIPPOKRATÉSZ: Látom.

SZÓKRATÉSZ: Akkor mondd el, miben különböznek és miben hasonlítanak?

HIPPOKRATÉSZ: A szikla kemény és szilárd tárgy, amelyet a nap átforrósított. Ha megtapintánám, érdes volna. A tükörcép tulajdonképpen nem is tapintható, ha oda nyúlnék a vízbe, ahol a tükörcépet látom, csak a hűs vizet tapintánám. Ha jól meggondolom a dolgot, a tükörcép nem is létezik: csupán látszat, semmi más.

SZÓKRATÉSZ: Eddig csak arról beszéltél, amiben a kettő különbözik. Most arról mondj valamit, hogy miben hasonlítanak egymásra.

HIPPOKRATÉSZ: A tükörcép a maga módján hű képe a sziklának. A szikla minden kiszögellése, bemélyedése látszik a tükörcépben is. Vannak egyes részletek, amelyek elvesznek, de a szikla körvonalait a tükörcépen is megtaláljuk.

SZÓKRATÉSZ: Ha jól megfigyeled a tükörcépet, anélkül hogy magát a sziklát megnéznéd, meg tudnád állapítani például, hogy hogyan mászhatnál fel a sziklára?

HIPPOKRATÉSZ: Kétségtelenül. Azt akarod ezzel mondani, hogy a matematika világa nem más, mint annak a világnak a tükörcépe, amelyben élünk?

SZÓKRATÉSZ: Nem én mondom ezt, hanem te magad.

HIPPOKRATÉSZ: De hogyan lehetséges ez?

SZÓKRATÉSZ: Gondolj csak arra, hogy a matematika elvont fogalmai hogyan jöttek létre. Azt mondtuk, hogy amikor a matematikus a számokkal foglalkozik, nem a juhok vagy a hajók számára gondol, hanem a számokra általában, elvonatkoztatva attól, hogy milyen dolgok számáról van szó. De képes erre az elvonatkoztatásra az, aki még nem számolt meg kézzel fogható, létező dolgokat? Amikor a gyereket számolni tanítják, először kavicsok vagy pálcikák megszámlálására tanítják őket. Csak ha már a gyerek meg tud számolni kavicsokat és pálcákat, akkor képes eljutni odáig, hogy megértse, nemcsak két kavics és három kavics az öt kavics, hanem, hogy két valami és három valami az mindig öt valami, vagyis hogy kettő meg három az öt. Nem más a helyzet a geometriai formákkal sem. A gömb fogalmához is csak úgy juthat el a gyerek, hogy először labdákat és más gömbölyű testeket ismer meg, és ezekből a tapasztalataiból szűri le a gömb elvont fogalmát. És nemcsak a gyermekeknél van ez így, hanem így alakultak ki a múltban a matematika összes alapvető fogalmai: lassan és fokozatosan. Hiszen ma is vannak a barbárok között olyan népek, amelyek csak háromig vagy négyig tudnak számolni, de azt is csak az ujjaikon, és még szavaik sincsenek a nagyobb számokra. A matematika elvont fogalmai tehát a létező világ megismeréséből alakultak ki, és így nemcsak, hogy nem csodálatos, hanem egészen természetes, hogy magukon viselik eredetük bélyegét, úgy, ahogy a gyermekek hasonlítanak szülőikre. És amint a gyermek, amikor felnő, szüleinek támaszává lesz, úgy a matematika bármely ága is, ha kifejlődik, a létező világ megismerésének hasznos eszközévé válik.

HIPPOKRATÉSZ: De mondd csak, Szókratészem, hogyan lehetséges az, hogy a matematikának a nem létező, de örökké változatlan fogalmakra vonatkozó igazságai felhasználhatók a létező és folyton változó világ megismerésében?

SZÓKRATÉSZ: Jól kérdezel, Hippokratészem, ez valóban nem egyszerű kérdés, de talán egy hasonlat segítségünkre lesz.

Ugye, a hajósok és az utazók jól tudnak tájékozódni térkép alapján, feltéve, hogy az a térkép jól van megrajzolva?

HIPPOKRATÉSZ: Magam is tapasztaltam ezt.

SZÓKRATÉSZ: Nem gondolod, hogy a matematikával és a létezővel is ez a helyzet?

HIPPOKRATÉSZ: Kinyitottad a szememet, Szókratészem, hiszen nincs is ennél magától értetődőbb dolog. Matematikával foglalkozni tehát nem más, mint a világot, amelyben élünk, gondolkodásunk tükrében szemlélni és tanulmányozni: a matematika a való világról készített térkép. Most már mindent értek.

SZÓKRATÉSZ: Irigyellek, Hippokratészem, mert énelőttem bizony még egy lényeges kérdés nem világos. De talán te segísemre tudsz lenni.

HIPPOKRATÉSZ: Boldogan megtenném, már csak azért is, hogy megháláljam neked, hogy annyi mindenre rávezettél. De attól félek, te csak gúnyolsz engem; úgy látszik, még nem jártunk egészen a dolog végére. Ne szégyeníts hát meg azal, hogy tőlem kérsz segítséget, hanem mondd meg nyíltan, hogy mi kerülte el a figyelmemet.

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, az ilyen nehéz kérdések vizsgálatánál az a legfontosabb, hogy egy percre se veszítsük szem elől a célt, amelyre törekszünk. Nem arra a kérdésre akarsz-e választ kapni, hogy van-e értelme a matematika világát kutatni, és ha van, miben áll ez? Én úgy érzem, hogy erre a kérdésre még nem adtunk teljes választ.

HIPPOKRATÉSZ: És úgy érzem, hogy nagyon is megnyugtató választ kaptam. Miután odáig eljutottunk, hogy a matematika világában meg fogom találni azt a biztos tudást, amire vágytam, már csak az a kérdés maradt nyitva, hogy ennek a tudásnak van-e valami más haszna is, mint hogy tudásvágyamat kielégíti és nekem örömet okoz. Most pedig eljutottunk odáig, hogy valóban van ennek más haszna is, hiszen megvan a lehetősége, hogy annak a megismerésnek, amit a matematika világában szerzek, az emberek akár most rögtön, akár pedig a közeli vagy távoli jövőben hasznát vehessék, hiszen a matematika világa nem más, mint a mi világunk tü-

körképe gondolkodásunk tükrében, és így a tükörképben felismert igazságok elősegíthetik a létező dolgok világának megismerését. Nekem ez teljesen elegendő.

SZÓKRATÉSZ: Ha én mégis azt mondom, hogy ez a válasz nem teljes, nem azért teszem, hogy összezavarjalak, hanem azért, mert tudom, hogy előbb-utóbb te is rájössz erre, és szemrehányást tennél nekem. Azt mondanád: „Szókratészem, te, aki nálam tapasztaltabb vagy a kérdések feltevésében és a dolgok minden oldalról való megvilágításában, miért hagyod, hogy abba a tévedésbe essem, hogy tisztán látom hogy mi is a matematika, amikor éppen a leglényegesebb kérdésre még nem találtunk feleletet?” Ezért azt mondom, még egy rövid ideig legyél türelemmel, és válaszolj néhány kérdésemre.

HIPPOKRATÉSZ: Kérdezz, Szókratészem, és én, ha képes vagyok rá, válaszolni fogok.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor mondd meg nekem először: mi értelme van a tükörképet vizsgálni, ha magát a tárgyat is megnézhetjük?

HIPPOKRATÉSZ: Hát ez valóban nekem is eszembe juthatott volna! Gonosz varázsló vagy te, Szókratészem; néhány szóval össze tudod dönteni azt, amit oly sok fáradsággal építettünk. Kérdésedre azt kellene, hogy válaszoljam, hogy nincs értelme a tükörképet vizsgálni, ha az eredetit is megnézhetjük. De úgy érzem, ez a válasz csak a hasonlat gyengéjére mutat rá. Ha a matematikáról beszélünk, akkor kell, hogy legyen valami kiút ebből a csapdából.

SZÓKRATÉSZ: Ha van, azt meg is fogjuk találni, csak ne legyél türelmetlen. Abban persze egyetérték, hogy itt a hasonlat tévútra vezet; a hasonlat olyan, mint az íj: nem szabad túlfeszíteni, mert elpattan.

HIPPOKRATÉSZ: Hát akkor próbáljunk szabadulni a tükörkép-hasonlattól. Nem tudnád megfogalmazni a kérdésedet e hasonlat nélkül? Én bizony úgy érzem, még erre sem vagyok képes.

SZÓKRATÉSZ: Pedig kérdezni könnyű: ez az egyetlen mesterség, amelyben úgy érzem, hogy tényleg van némi gyakorlatom. Mít szólnál, ha így tenném fel a kérdést: mi értelme

van – ahelyett, hogy a létező dolgokat a maguk teljes valóságában közvetlenül vizsgáljuk – a létező világ dolgairól általános fogalmakat alkotni és azokat eredetüktől elvonatkoztatva kutatni? Lehetséges-e ezen a kerülő úton megtudnunk olyasmit is a létező dolgokról, amit azok közvetlen vizsgálata útján nem tudnánk meg, és ha ez így van, mi ennek az oka? Milyen szempontból lehet előnyösebb a létező dolgok vizsgálatából leszűrt általános fogalmak vizsgálata a létező dolgok közvetlen vizsgálatánál?

HIPPOKRATÉSZ: Erre a kérdésre, azt hiszem, tudok válaszolni. Ezen az úton ugyanis egycsapásra sokféle különböző létező dologról, amelyek valamilyen szempontból hasonlítanak egymásra, egyszerre tudhatunk meg valamit, ahelyett, hogy mindegyiket külön-külön vizsgálnánk meg. Például amikor a számokról valamit megállapítunk, ezzel egy csapásra megtudunk valamit az összes létező dologról, amelyeket valaha is valaki számlálni fog. Amikor a kör egy tulajdonságát megismerjük, ezzel minden kör alakú dologról megtudunk valamit. A matematika elvont fogalmai tehát egyrészt valami olyasmit ragadnak meg, ami sok dologban közös, de ugyanakkor figyelmen kívül hagyják azt, ami ezekben a dolgokban különböző. Ez azonban gyakran előnyös is lehet, ugyanis ha olyasmit hagyunk figyelmen kívül, ami az adott kérdés szempontjából lényegtelen, ezzel a dolog áttekinthetőbbé és egyszerűbbé válik. Vagy térjünk vissza a térkép-hasonlathoz. A térkép éppen azért teszi lehetővé a tájékozódást, hogy csak a leglényegesebb dolgokat tünteti fel. Emellett a térképen olyan nagy távolságokat is áttekinthetünk egy pillanat alatt, amelyeket csak hónapok vagy évek alatt utazhatnánk be. Ezért nélkülözhetetlen a térkép ahhoz, hogy útitervet csináljunk magunknak és megválasszuk a legcélszerűbb útirányt. Persze, különböző célokra különböző térképekre van szükség. Ha hosszú utazásra készülünk, először olyan térkép kell nekünk, amelyen az egész út rajta van; ha már úton vagyunk, olyan térképre van szükségünk, amely csak azt a vidéket mutatja, ahol járunk, de azt részletesebben. Valahogy így vagyunk a matematikával is, ha a létező világ megismerésére akarjuk felhasználni.

SZÓKRATÉSZ: Jól mondod, Hippokratészem, én nem is tudtam volna ezt ilyen világosan megfogalmazni. De azért próbálkozzunk meg még egy hasonlattal. Mit gondolsz, nem olyasmiről van szó, hogy ha valaki a hegy tetejéről néz le egy városra, sokkal jobb áttekintést nyer arról, mintha a város szűk utcáinak útvesztőjében csatangol?

HIPPOKRATÉSZ: Jól rátapintottál, Szókratészem. De engedd meg, hogy megtoldjam a hasonlatot; a hadvezér, aki a dombtetőről nézi az ellenséges sereg előrenyomulását, jobban át tudja tekinteni a helyzetet, mint az első vonalban álló katona, aki csak a vele közvetlen szemben állókat látja.

SZÓKRATÉSZ: Túltettél rajtam, Hippokratészem, de én sem akarok lemaradni. Eszembe jut, hogy nemrégiben Arisztophón, Aglaophón fia egy festményét néztem meg, és ő rám szólt: ne állj olyan közel a képhez, Szókratész, mert így csak színfoltokat látsz, de nem látod az egész képet.

HIPPOKRATÉSZ: És igaza is volt, de neked is, amikor nem hagytad, hogy abbahagyjuk a beszélgetést, mielőtt tisztáztuk volna, hogy mit várhatunk a létező világ megismerése szempontjából a matematikától olyat, amit enélkül nem érhetünk el. De most már úgy érzem, ideje, hogy felkerekedjünk, mert a Nap már lemenőben van, s én – nem szégyellem bevallani – alaposan megéheztem és megszomjaztam. De ha még van türelmed, miközben hazafelé sétálunk, szeretnék még valamit kérdezni tőled.

SZÓKRATÉSZ: Jól van, induljunk hát el a város felé, te meg kérdezzél, amit csak akarsz.

HIPPOKRATÉSZ: Halld tehát, Szókratészem: beszélgetésünk engem teljesen meggyőzött arról, hogy jó úton járok, amikor a matematikát választom tanulmányaim tárgyául, sőt, hogy ennél jobbat nem is tehetnék. Nagyon hálás vagyok neked azért, hogy rávezettél annak megértésére, hogy valójában mi is a matematika. Csak egyet nem értek: ha te ilyen jól meg tudtál engem győzni arról, hogy jól teszem, ha matematikával foglalkozom, és sokkal jobban meg tudtad értetni velem a matematika lényegét, mint Theaitetosz, aki pedig nemcsak, hogy Theodórosz legjobb tanítványa, de azt hiszem, meste-

rén is túl fog tenni, hogyan lehetséges az, hogy te magad – legalábbis, amennyire én látom – nem foglalkozol matematikával? Pedig abból ítélve, ahogy nekem megmagyaráztad azt, hogy mi is a matematika, úgy képzelném, hogy e téren te mindenkinél többre vinnéd. Beszélgetésünk meggyőzött arról, hogy a matematikát válasszam tanulmányaim tárgyául, de hadd tegyem hozzá, arról is meggyőzött, hogy te volnál a legjobb mester számomra, feltéve, hogy vállalkoznál erre.

SZÓKRATÉSZ: Nem, Hippokratészem, ezt én nem vállalhatom, mert ez nem az én kenyerem. Ehhez Theodórosz nálam jobban ért, jobb mestert keresve sem találhatsz. De ha már feltetted nekem ezt a kérdést, hogy miért nem foglalkozom matematikával, válaszolok neked erre is. Nem titkoltam el eddig sem előtted, hogy a matematikát milyen sokra becsülöm. Azt hiszem, mi, hellének semmilyen más téren nem alkotunk olyan nagyot, mint a matematikában, pedig ez még csak a kezdet, és ha nem irtjuk ki egymást teljesen esztelen háborúkban és viszályokban, akkor még nagyszerűbb dolgokat fogunk a matematikában létrehozni; mint feltalálók és mint felfedezők egyaránt. Azt kérdezed, hogy miért nem csatlakoztam mégis azokhoz, akik a matematika művelésére fordítják minden tehetségüket. Hát, ha jól megnézzük, tulajdonképpen én is ezt teszem, csak másképpen, mint a többiek. Egy belső hang – ha tetszik, nevezd lelkiismeretnek –, amelynek szavára hallgatok, azt kérdezte tőlem még kora ifjúságomban: „Minek köszönhetik a matematikusok nagy eredményeiket?” Semmi másnak – feleltem neki –, mint annak, hogy a gondolkodás tisztaságát illetően olyan magas követelményeket állítottak maguk elé, mint senki azelőtt, hogy megalkuvás nélkül törekedtek az igazságra, és következetesen tartották magukat ahhoz, hogy csak a világos és minden kétértelműségtől mentes fogalmakban való gondolkodás vezethet valódi eredményre. Azt mondta erre nekem ez a hang: „Miért hiszed, Szókratész, hogy ez a módszer, amellyel a matematikusok a számokat és formákat vizsgálják, csak erre használható? Miért nem próbálsz az embereket rábírní, hogy ugyanolyan igényesek legyenek gondolkodásmódjukkal szemben, bármiről is gondolkodnak, a mindennapi életben, meg a köz-

életben, mint a matematikusok a maguk területén?” Én meg is próbáltam ezt, *megmutattam az embereknek – emlékezhetsz rá te is, hogy a Protagorsszal folytatott beszélgetés során is ezt tettem –, hogy azok, akik bölcsnek tartják magukat, milyen tudatlanok és mennyire ingatag alapon áll minden érvelésük, hiszen olyan fogalmakból indulnak ki, amelyeket – ellentétben a matematikusokkal – nem tisztáztak egyértelműen.* Ezzel azonban csak annyit értem el, hogy mindenkit magamra haragítottam. Mindenki számára, aki tunyán megelégszik a homályos fogalmakkal és lusta a gondolkodásra – és sajnos, ezek sokan vannak –, én vagyok az élő szemrehányás. Márpedig az emberek nem szeretik azt, aki állandóan azokra a hibáikra figyelmezteti vagy akár csak emlékezteti őket, amelyeken nem tudnak vagy nem akarnak változtatni. Egy szép napon összefognak ellenem és elpusztítanak, de addig is folytatom tovább, amit elkezdtem. Te azonban menj Theodóroszhoz!