# Jelölések, elnevezések

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ egy $m$ oszlopból és $n$ sorból álló („$m \times n$-es”) mátrix; az $n \times n$-es négyzetes mátrixokat *$n$-ed rendű* mátrixnak nevezzük;

$a_{ij}$ (a félreérthetőség elkerülése végett alkalmanként: $a_{i,j}$) a mátrix $i$-edik sora és $j$-edik oszlopa metszéspontjában álló eleme (az $i$-edik sor $j$-edik eleme);

$(a_{ij})$ szintén az $A$ mátrixot jelöli;

$\|a_{ij}\|_p^n$ az $(a_{ij})$ mátrixot jelöli, ahol $p \leq i, j \leq n$;

$\det(A), |A|$ és $\det(a_{ij})$ egyaránt az $A$ mátrix *determinánsát* jelöli;

$|a_{ij}|_p^n$ az $\|a_{ij}\|_p^n$ mátrix determinánsa;

$E_{ij}$ az a mátrix, amelynek egyetlen nemnulla eleme van: az $i$-edik sor és a $j$-edik oszlop metszéspontjában álló 1;

$AB$ az $p \times n$-es $A$ és az $n \times q$-s $B$ mátrix szorzata: az a $p \times q$-s $(c_{ij})$ mátrix, amelyben $c_{ik} = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jk}$, $c_{ik}$ tehát az $A$ mátrix $i$-edik sorának és a $B$ mátrix $k$-adik oszlopának skaláris szorzata;

$\operatorname{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ az az $n \times n$-es *diagonális mátrix*, amelyben $a_{ii} = \lambda_i$, a többi (főátlón kívüli) elem pedig 0;

$I = \operatorname{diag}(1, \dots, 1)$ az *egységmátrix* (vagy *identitásmátrix*); ha szükséges, az $n \times n$-es egységmátrixot $I_n$ jelöli;

az $aI$ alakú mátrixokat, ahol $a$ egy szám, *skaláris mátrixnak* nevezzük;

$A^T$ az $A$ mátrix *transzponáltja,* $A^T = (a'_{ij})$, ahol $a'_{ij} = a_{ji}$;

$\overline{A}$ az $A$ mátrix *konjugáltja;* $\overline{A} = (a'_{ij})$, ahol $a'_{ij} = \overline{a_{ij}}$;

$A^*$ jelöli az $\overline{A}^T$ mátrixot;

$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & \dots & n \\ k_1 & \dots & k_n \end{pmatrix}$ az $1, \dots, n$ számoknak az a permutációja, amelyre $\sigma(i) = k_i$; az $\begin{pmatrix} 1 & \dots & n \\ k_1 & \dots & k_n \end{pmatrix}$ permutációt $(k_1 \dots k_n)$, az $\{1, \dots, n\}$ halmaz összes permutációjának halmazát $S_n$ jelöli;

$\operatorname{sgn} \sigma = \begin{cases} 1, & \text{ha } \sigma \text{ páros, illetve} \\ -1, & \text{ha } \sigma \text{ páratlan;} \end{cases}$

Span $(e_1, \dots, e_n)$ az $e_1, \dots, e_n$ vektorok által kifeszített vektortér.

Ha adott a $V^n$ vektortér $e_1, \dots, e_n$ és a $W^m$ vektortér $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m$ bázisa, akkor egy $m \times n$-es $A$ mátrixnak azt az $A : V^n \longrightarrow W^m$ leképezést feleltetjük meg, amelynél az $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ vektor képe az $\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ vektor.

Ekkor $y_i = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j$, így $A\left(\sum\limits_{j=1}^{n} x_j e_j\right) = \sum\limits_{i=1}^{m} \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \varepsilon_i$; speciálisan $Ae_j = \sum\limits_i a_{ij} \varepsilon_i$;

A 37.§ kivételével $A > 0$, $A \geq 0$, $A < 0$, illetve $A \leq 0$ mindenütt azt jelöli, hogy a valós szimmetrikus vagy Hermite-féle $A$ mátrix pozitív definit, pozitív szemidefinit, negatív definit, illetve negatív szemidefinit; $A > B$ jelöli az $A - B > 0$ relációt; *a 37.§-ban viszont a fenti jelöléseket így értelmezzük: minden $i, j$ esetén $a_{ij} > 0$, stb.*

Card $M$ az $M$ halmaz számosságát, tehát az $M$ halmaz elemeinek számát jelöli;

azt, hogy $W$ a $V$ vektortér altere, $W \leq V$ jelöli;

$A|_W$ jelöli az $A : V \longrightarrow V$ leképezésnek a $W \leq V$ altérre való leszűkítését;

sup a legkisebb felső korlátot (a szuprémumot) jelöli;

$\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{H}, \mathbb{O}$ mint általában, itt is az egész, a racionális, a valós és a komplex számok, a kvaterniók, illetve a Cayley-féle számok halmazát jelöli;

$\mathbb{N}^+$ jelöli a pozitív egész számok halmazát (a 0 nélkül);

$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ha } i = j \text{, illetve} \\ 0 & \text{máskor.} \end{cases}$

A bizonyítások végét $\square$ jelzi.