

# Előszó

Könyvem megírásakor az volt a fő célom, hogy egységes formába öntsem a mértékelméletnek azt a részét, amely az utóbbi évek tapasztalata szerint a modern analízisben a legtöbb alkalmazásra talált. Ha célomat elértem, akkor könyvem az egyetemi hallgatók tankönyvként, a matematikában jártasabb olvasók pedig hivatkozási forrásként használhatják.

Megkísértem az új és ritkán használt fogalmak, ill. jelölések minimumra csökkentését. Amikor eltértem a mértékelmélet irodalmában szokásos jelölésrendszertől, legtöbb esetben az volt a célom, hogy összhangba hozzam azt a matematika más ágaiban használt jelölésrendszerrel. Algebrai szemszögből nézve például ésszerűnek látszott bizonyos halmazosztályok esetén a „háló” és „gyűrű” fogalmának használata, ezek az elnevezések meggyőzőbbnek tűnnek a Hausdorff által javasolt „gyűrű” és „mező” elnevezéseknél.

Az egyetlen előismeret, amelyet a könyv első hét fejezetének olvasása megkövetel, az az elemi algebra-, ill. analízisanyag, amelyet az Egyesült Államok tudományegyetemein az első négy szemeszteren tanítanak. A könyv olvasásának megkönnyítése céljából a 0. §-ban részletesen felsorolom, hogy a különböző fejezetekben milyen előismereteket tételeztem fel. Szeretném a kezdő olvasó figyelmét felhívni arra, hogy a 0. § végén olyan fogalmak és jelölések is előfordulnak, amelyeket csak később, az első hét fejezet során definiálok, ezért senki ne veszítse el kedvét, ha a 0. § első olvasásakor úgy találja, hogy nincsenek meg a kellő előismeretei az Előismeretek olvasásához.

Majdnem minden szakasz végén feladatokat találunk, amelyeket néha kérdés formájában fogalmaztunk meg; ezek legtöbbször azonban olyan állításokat tartalmaznak, amelyeknek bizonyítása az olvasóra vár. A feladatok úgy tekintendők, mint az eredmények következményei, ill. mint olyan tények, amelyek a formálisan tárgyalt eredményeket új oldalról világítják meg. A feladatok a könyvnek szerves részei; köztük nemcsak azok a példák és ellenpéldák szerepelnek, amelyek az elmélet megértéséhez nélkülözhetetlenek, hanem definíciók és fogalmak is, sőt esetenként olyan elméleti eredmények is, amelyek nemrég még a kutatás tárgyai voltak.

Következtelenségnek tűnhet, hogy míg a könyv szövegében többnyire csak elemi fo-

galmak lépnek fel, a feladatokban sokkal finomabb, ill. mélyebb ismereteket (topologikus terek, transzfinit számok, Banach-terek stb.) is feltételezünk. Az anyagot azonban úgy csoportosítottam, hogy ha a kezdő olvasó olyan feladathoz ér, amely e könyvben nem definiált fogalmakat is tartalmaz, akkor azt a folyamatosság sérelme nélkül átugorhatja. Ezek a feladatok a matematikában jártasabb olvasót arra készíthetik, hogy figyeljen a mértékelmélet és a matematika más ágai közötti kapcsolatokra.

Az egész könyvben a ■ jelet fogjuk használni a „Q. E. D.” vagy az „ezzel a tétel bizonyítását befejeztük”, ill. hasonló kifejezések helyett annak jelzésére, hogy a bizonyítás véget ért.

A könyv végén rövid felsorolását adjuk azoknak a műveknek, amelyekre hivatkozunk, ill. amelyek a témával kapcsolatosak. A felsorolás nem a teljesség igényével készült. Célja néha az, hogy utaljon a téma eredetére, ritkábban (ha a tárgy története nem közismert) az, hogy elismerjük valódi felfedezőjét, leggyakrabban azonban az, hogy kijelöljük a további kutatások irányát.

Az  $u, v$  jelölés ahol  $u$  természetes szám,  $v$  pedig vagy természetes szám, vagy betű, arra az (egyetlen) tételre, képletre vagy feladatra utal, amelyet az  $u$ . fejezetben a  $v$  jellel jelöltünk.