

# Tartalom

## Előszó 7

## Köszönetnyilvánítás 9

### 0. Előismeretek 11

## I. fejezet: Halmazok és osztályok 18

1. Halmazelméleti tartalmazás 18
2. Egyesítés és metszet 20
3. Halmazok határértéke, kiegészítő halmaza és különbsége 24
4. Gyűrűk és algebrák 27
5. Generált gyűrű és  $\sigma$ -gyűrű 30
6. Monoton osztályok

## II. fejezet: Mérték és külső mérték 37

7. Gyűrűkön értelmezett mérték 37
8. Intervallumokon értelmezett mérték 39
9. Mértékek tulajdonságai 44
10. Külső mérték 47
11. Mérhető halmazok 50

## III. fejezet: Mértékek kiterjesztése 55

12. Az indukált mérték tulajdonságai 55
13. Kiterjesztés, teljesség tétel, approximáció 59
14. Belső mérték 62
15. Lebesgue-mérték 66
16. Nem mérhető halmazok 79

## IV. fejezet: Mérhető függvények 75

17. Mérhető terek 75
18. Mérhető függvények 77
19. Mérhető függvények kombinációi 81
20. Mérhető függvények sorozatai 84
21. Pontonkénti konvergencia 85
22. Mértékben való konvergencia 86

## V. fejezet: Integrálás 93

23. Integrálható lépcsős függvények 93
24. Integrálható lépcsős függvények sorozatai 96
25. Integrálható függvények 98
26. Integrálható függvények sorozatai 102
27. Az integrál tulajdonságai 106

## VI. fejezet: Általános halmazfüggvények 110

28. Előjeles mértékek 110
29. A Hahn-féle és a Jordan-féle felbontás 113
30. Abszolút folytonosság 116
31. A Radon–Nikodym-tétel 119
32. Előjeles mérték deriváltja 123

## VII. fejezet: Szorzatterek 127

33. Descartes-szorzat 127
34. Metszetek 129
35. Szorzatmértékek 131

- 36. Fubini tétele 133
- 37. Véges dimenziós szorzatterek 136
- 38. Végtelen dimenziós szorzatterek 140

### VIII. fejezet: Transzformációk és függvények 146

- 39. Mérhető transzformációk 146
- 40. Mértékgyűrűk 149
- 41. Az izomorfizmustétel 154
- 42. Függvényterek 157
- 43. Halmazfüggvények és pontfüggvények 160

### IX. fejezet: Valószínűség 165

- 44. Heurisztikus bevezetés 165
- 45. Függetlenség 170
- 46. Független függvények sorozatai 174
- 47. A nagy számok törvénye 179
- 48. Feltételes valószínűség és feltételes várható érték 184
- 49. Szorzattereken értelmezett mértékek 188

### X. fejezet: Lokálisan kompakt terek 192

- 50. Topológiai lemmák 192
- 51. Borel-halmazok és Baire-halmazok 195

- 52. Reguláris mértékek 198
- 53. Borel-mértékek előállítása 204
- 54. Reguláris tartalom 209
- 55. Folytonos függvényosztályok 211
- 56. Lineáris funkcionálok 214

### XI. fejezet: A Haar-mérték 219

- 57. Teljes részcsoportok 219
- 58. Létezés 220
- 59. Mérhető csoportok 225
- 60. Egyértelműség 229

### XII. fejezet: Csoportokon értelmezett mérték és topológia 233

- 61. Topológia a mértékelmélet nyelvén 233
- 62. Weil-féle topológia 236
- 63. Faktorcsoportok 242
- 64. A Haar-mérték regularitása 246

### Hivatkozások 251

Irodalom 253

Tárgy- és névmutató 257