

BEVEZETÉS

1. §. A határozatlansági relációk relativisztikus tartományban

E sorozat III. kötetében kifejtett kvantumelmélet nem relativisztikus jellegű, így nem alkalmazható a fénysebességhez képest nem elhanyagolható sebességű mozgásokkal kísért jelenségek tárgyalására. Első közelítésre azt várhatnánk, hogy a relativisztikus elméletre való áttérést a nemrelativisztikus kvantummechanika eszközeinek többé-kevésbé közvetlen általánosításával valósíthatjuk meg. A figyelmes vizsgálódás azonban megmutatja, hogy egy logikailag zárt relativisztikus kvantumelmélet felépítése új fizikai elveket követel.

Emlékeztetnünk kell néhány fizikai alapfeltevésre, melyek a nemrelativisztikus kvantumelmélet alapját képezik (III. 1. §). Láttuk, hogy alapvető szerepet játszik a mérés fogalma, amely a kvantumrendszer és a „klasszikus objektum” („mérőberendezés”) kölcsönhatását jelenti, s melynek eredményeként a kvantumrendszer dinamikai változóinak egyike vagy másika határozott értékeket vesz fel (koordináta, sebesség stb.). Azt is láttuk, hogy a kvantummechanika erősen korlátozza a különböző dinamikai változók egyidejű létezésének lehetőségét az elektron esetében.¹ Így az impulzus és a koordináta egyidejű létezését kísérő Δp és Δq bizonytalanságok a $\Delta q \Delta p \sim \hbar$ relációval kapcsolhatók össze;² minél nagyobb pontossággal mérjük e mennyiségek egyikét, annál kisebb pontossággal mérhető azonos időpontban a másik.

Lényeges azonban, hogy az elektron bármely dinamikai változója önmagában tetzés szerinti pontossággal megmérhető, tetszőlegesen rövid idő alatt. Ez a körülmény alapvető jelentőségű az egész nemrelativisztikus elméletben. Csakis ennek köszönhető az elmélet használhatósága szempontjából alapvető hullámfüggvény-fogalom bevezethetősége. A $\psi(q)$ hullámfüggvény fizikai tartalma ugyanis az, hogy abszolút értékének négyzete meghatározza, mekkora valószínűséggel veszik fel ezt vagy azt az értéket az elektron koordinátái egy adott időpillanatban elvégzett mérés eredménye-

¹ Mint a III. 1. §-ban, a rövidség kedvéért elektronról beszélünk, amikor tetszőleges kvantumos rendszert tekintünk.

² Ebben a szakaszban a szokásos mértékrendszert használjuk.

ként. Világos, hogy e fogalom bevezetésének szükséges előfeltétele az az elvi lehetőség, hogy tetszőlegesen pontos és gyors méréseket végezhessünk el; ellenkező esetben a fogalomnak megfelelő mennyiség nem lenne mérhető, és így elvesztené fizikai tartalmát.

A határsebesség (a fény c sebessége) létezése új elvi korlátozásokhoz vezet a fizikai mennyiségek mérhetőségére vonatkozóan (*L. D. Landau, R. Peierls, 1930*).

A III. 44. §-ban kaptuk a következő összefüggést

$$(v' - v) \Delta p \Delta t \sim \hbar, \quad (1,1)$$

amely az elektron impulzusa mérésének Δp bizonytalanságát a mérési folyamat időtartamának Δt bizonytalanságával köti össze; v és v' az elektron sebessége a mérés előtt és után. Ebből az összefüggésből következik, hogy ha elég pontosan, elég rövid idő alatt kívánjuk megmérni az elektron impulzusát (azaz kis Δp és kicsiny Δt mellett), akkor ezért elég nagy sebességváltozással kell fizetnünk, amelyet a mérési folyamat idéz elő. A nemrelativisztikus elméletben ez a körülmény mint az impulzuserősítés rövid időközönkénti megismételhetetlensége jelenik meg, de semmiképpen nem érinti a tetszőlegesen pontos egyszeri impulzuserősítés lehetőségét, minthogy a $v' - v$ különbség tetszőlegesen nagyra választható.

A határsebesség létezése gyökeresen megváltoztatja a dolgok állását. A $v' - v$ különbség, csakúgy mint maguk a sebességek, nem haladhatja meg c -t (pontosabban $2c$ -t). (1,1)-ben $(v' - v)$ -t c -vel helyettesítve, a

$$\Delta p \Delta t \sim \frac{\hbar}{c} \quad (1,2)$$

összefüggést kapjuk, amely az impulzuserősítés elvileg elérhető legnagyobb pontosságát határozza meg Δt ideig tartó mérés során. Ily módon a relativisztikus elméletben elvileg lehetetlen a tetszőlegesen pontos és gyors impulzuserősítés. Az impulzus pontos ismerete ($\Delta p \rightarrow 0$) csak végtelen hosszú ideig tartó mérés esetén lehetséges.

Nem kevésbé mélyreható változásokat szenved a koordináta mérhetősége is: a relativisztikus elméletben a helykoordináták csak egy minimális határt meg nem haladó pontossággal mérhetőek. Ezzel az elektron lokalizálhatóságának fizikai tartalmát még erősebben korlátoztuk.

Az elmélet matematikai alakjában ez a körülmény abban nyilvánul meg, hogy a pontos koordinátamérés és a szabad részecske pozitív energiájának követelménye összeférhetetlen egymással. A későbbiek során látni fogjuk, hogy a szabad részecske relativisztikus hullámegyenlete sajátfüggvényeinek teljes rendszere (a „jó” időfüggés mellett) negatív frekvenciás megoldásokat is magában foglal. Ezek a függvények általában jelen vannak a kis térbeli méretekben lokalizált elektron hullámcsomagjának spektrális felbontásában.

1. §. A HATÁROZATLANSÁGI RELÁCIÓK RELATIVISZTIKUS TARTOMÁNYBAN 17

A „negatív frekvenciájú” hullámfüggvények, amint azt majd megmutatjuk, anti-részek — a pozitronok — létezésével függnek össze. E függvények megjelenése a hullámcsomag kifejtésében azt fejezi ki, hogy az elektron koordinátáinak mérése során elkerülhetetlenül keletkeznek elektron-pozitron párok. A folyamat során ellenőrizhetetlen módon keletkező új részek nyilvánvalóan megfosztják tartalmától az „elektron koordinátájának megmérése” fogalmat.

Az elektron nyugalmi rendszerében a koordináta mérése során lehetséges legkisebb mérési hiba

$$\Delta q \sim \frac{\hbar}{mc}. \quad (1,3)$$

Ennek az értéknek megfelelő (dimenzionálisan egyedül megengedett) impulzusbizonytalanság $\Delta p \sim mc$, amely így a párkeltés minimális küszöbenergiájának felel meg.

Abban a koordináta-rendszerben, amelyben az elektron ε energiával mozog (1,3) helyett a következő összefüggés érvényes:

$$\Delta q \sim \frac{\hbar c}{\varepsilon}. \quad (1,4)$$

Speciálisan, ultrarelativisztikus határesetben az energia és impulzus közötti összefüggés $\varepsilon \approx cp$, és ekkor

$$\Delta q \sim \frac{\hbar}{p}, \quad (1,5)$$

azaz a Δq hiba a részecske de Broglie-hullámhosszával egyezik meg.

A fotonokra mindig az ultrarelativisztikus közelítés, azaz (1,5) érvényes. Ez azt jelenti, hogy a foton koordinátáiról csak abban az esetben beszélhetünk, amikor a feladat karakterisztikus méretei nagyok a fény hullámhosszához viszonyítva. De ez nem más, mint a geometriai optikának megfelelő „klasszikus” határeset, amelyben a fény meghatározott pálya mentén — sugárban — terjed. A kvantumos esetben, mikor a hullámhossz nem tekinthető kicsinek, a foton koordinátájának fogalma értelmetlenné válik. A továbbiakban (4. §) látni fogjuk, hogy az elmélet matematikai megfogalmazásában a foton koordinátájának megmérhetetlensége már abban is megnyilvánul, hogy hullámfüggvényéből lehetetlen olyan mennyiséget összeállítani, amely térbeli valószínűség-sűrűségként értelmezhető lenne, s amely a relativisztikus invariancia szükséges követelményének eleget tenne.

A mondottakból világos, hogy a következőket relativisztikus kvantummechanikában a koordináták általában nem szerepelhetnek dinamikai változóként, amely fogalom lényege, hogy pontosan értelmezhető. Nem őrizheti meg korábbi értelmezését az impulzus sem. Minthogy az impulzus pontos mérése elegendően hosszú időt igényel, így a folyamatok időbeli változásának követése megvalósíthatatlanná válik.

Az e szakasz elején mondottakra visszaemlékezve, arra a következtetésre jutunk, hogy a nemrelativisztikus kvantummechanika teljes apparátusa elveszti kézenfekvő jellegét a relativisztikus tartományra való áttérés során. Az eredeti értelemben vett $\psi(q)$ hullámfüggvények mint megfigyelhetetlen információ hordozói, nem fordulhatnak elő a következetes relativisztikus elméletben.

Az impulzust csak szabad részek jellemzésére használhatjuk, amelyekre megmarad, és így: tetszőleges pontossággal mérhető. Ezért előre láthatjuk, hogy a kifejlesztendő elmélet lemond majd a folyamatok időbeli lezajlásának leírásáról. Az elmélet megmutatja, hogy a részecskék közötti kölcsönhatások során nem létezik pontosan meghatározható időbeli jellemző (még a szokványos kvantummechanikai pontosság keretein belül sem), így a folyamat időbeli leírásának lehetősége legalább annyira illuzórikus, mint a klasszikus pálya fogalma volt a nemrelativisztikus kvantummechanikában. Az egyedüli megfigyelhető mennyiségek a szabad részeket jellemzők lesznek (impulzus, polarizáció) — azoké a kezdeti részecské, amelyek belépnek a kölcsönhatásba és a végső részecské, melyek a folyamat következtében keletkeznek (*L. Landau, R. Peierls, 1930*).

A relativisztikus kvantumelmélet jellemző kérdésfeltevése az adott kezdeti és végállapotokat (azaz a $t = \mp \infty$ -beliket) összekötő átmenetek valószínűségi amplitúdójának meghatározására vonatkozik. Ezeknek az amplitúdóknak az összes lehetséges állapot közötti átmenetre tekintett halmaza alkotja a *szórás-* vagy *S*-mátrixot. Ez a mátrix a részecskék kölcsönhatására vonatkozó mindazon információ hordozója, melynek megfigyelhető fizikai tartalma van (*W. Heisenberg, 1938*).

Megjegyezzük még, hogy ebben az elméletben a korábbi, a részek „elemi” voltára vagy „összetettségére” vonatkozó fogalmak hiányozni fognak, csakúgy mint az a kérdés, hogy mi miből áll. Ez a kérdés nem tehető fel a részek közötti kölcsönhatások részletes vizsgálata nélkül, és az e vizsgálatról való lemondás tárgyaltanná teszi a kérdést magát is. Az összes részek, amelyek valamely fizikai jelenségben kezdő- vagy végállapotként szerepelhetnek, egyenrangúként kell, hogy megjelenjenek az elméletben. Ebben az értelemben az a különbség, melyet az ún. „elemi” és „összetett” részekről beszélve teszünk, tisztán kvalitatív jellegű, és visszavezethető valamely „összetevő részekre” való bomlásra vonatkoztatott tömeghiány relatív nagyságára. Így a deuteron „összetettségére” vonatkozó állítás (annak viszonylag kicsiny kötési energiájával a protonra és neutronra való bomlásra vonatkoztatva) csak kvalitatívan különbözik attól az állítástól, miszerint a neutron protonból és π -mezonból áll.

Jelenleg még nem létezik teljes, logikailag zárt relativisztikus kvantumelmélet. Látni fogjuk, hogy a jelenlegi elmélet az állapot leírásának új, a térelmélet bizonyos vonásaival rendelkező fizikai nézőpontját valósítja meg (I. 10. §); jelentős mértékben a szokványos kvantummechanika mintájára és fogalmainak segítségével épül fel.

Ez a felépítés a kvantumelektrodinamika területén sikerhez vezetett. A teljes logikai zártság hiánya akkor mutatkozik meg az elméletben, ha matematikai apparátusát

1. §. A HATÁROZATLANSÁGI RELÁCIÓK RELATIVISZTIKUS TARTOMÁNYBAN 19

közvetlenül alkalmazzuk. Ekkor divergens kifejezésekre jutunk, de ezeknek megszüntetésére teljesen egyértelmű eljárások léteznek. Ezek a módszerek azonban jelentős mértékben félempirikus előírások jellegét mutatják, és meggyőződésünk, hogy az ezúton kapott eredmények helyessége végső soron csak a kísérlettel való gyönyörű egyezésem és nem az elmélet alapelveinek belső konzisztenciáján és logikai „szépségén” alapszik.

Egészen más jellegű az a helyzet, amely a részek közötti ún. erős kölcsönhatások (magfizikai erők) területén alakult ki. Itt a fenti módszereken alapuló elmélet kiépítése nem vezetett még a legkisebb mértékben elfogadható, valós fizikai eredményekre sem. Az erős kölcsönhatásokat magába foglaló, teljes elmélet felépítése valószínűleg elvileg új fizikai feltevéseket követel.