Előszó az első kiadáshoz

Az elmúlt harminc vagy negyven év folyamán valamilyen okból a legtöbb amerikaiban kihalt az érdeklődés a geometria iránt. A jelen könyv célja az, hogy impulzust adjon e sajnálatosan elhanyagolt tárgy újjáélesztéséhez.

A négy rész nagyjából a négy egyetemi év anyagának felel meg. Mégis, a II. rész majdnem teljes egészében megérthető az I. rész ismerete nélkül is, a IV. rész a III. rész nélkül. Az első tizenegy fejezet (vagyis az I. és II. rész) egyrészt azoknak a hallgatóknak szól, akik már tudnak valamennyit az euklideszi és az elemi analitikus geometriából, de még nem döntötték el, hogy a matematika melyik ágával kívánnak közelebbről foglalkozni, másrészt olyan vállalkozó szellemű középiskolai tanároknak, akik szeretnék tudni, mi van szokásos tananyaguk hátterében. A III. rész a geometria alapjaival foglalkozik, beleértve a projektív geometriát és a hiperbolikus nemeuklideszi geometriát. A IV. rész bevezetés a differenciálgeometriába, a kombinatorikus topológiába és a négydimenziós euklideszi geometriába.

A sok utalás ellenére is a huszonkét fejezet mindegyike az ésszerűség határain belül önálló egységet alkot; első olvasáskor szinte bármelyik elhagyható, anélkül, hogy ezáltal az utána következő fejezetek elveszítenék élvezhetőségüket. Így például jó rövid áttekintést kapunk, ha csak az 1., 3., 6., 8., 13. és 17. fejezeteket olvassuk el. Majdnem minden szakasz után a szakasz anyagához kapcsolódó feladatok találhatók; a legnehezebbek megoldásához útmutatásokat is adtunk. (Néhány feladat megoldása a könyv végén található.) A teljes művön végigfutó vezérfonál a transzformációcsoportok fogalma, vagyis — röviden — a *szimmetria.*

Az analitikus geometria szokásos hangsúlyozása azt a benyomást keltheti a tanulókban, hogy a geometria nem egyéb, mint az algebra vagy az analízis egyik része. Ezért üdítő meglátni azt, hogy vannak viszont olyan fontos esetek (például a 9. fejezetben leírt Argand-diagram), amelyekben geometriai meggondolások nyújtanak lényeges segítséget a matematika ezen más ágainak kidolgozásához. Klein az *Erlangeni programban* (1872) szélesebbre tárta a geometria területét, mivel hangsúlyozta, hogy a sík és a tér euklideszi geometriája mellett sok más ugyanennyire figyelemreméltó geometria létezik. Például Eukleidész számos tétele a bővebb *affin geometriához* tartozik, amely nemcsak a közönséges térben érvényes, hanem a Minkowski-féle téridőben is, mely utóbbit Einstein oly sikeresen alkalmazta speciális relativitáselméletében.

A geometria nemcsak az algebrában, az analízisben és a kozmológiában hasznos, hanem a kinematikában és a kristálytanban (ahol a csoportelmélettel van kapcsolatban), a statisztikában (ahol a véges geometriák kísérletek tervezését segítik), sőt még a botanikában is. A topológia (21. fejezet) olyannyira kidolgozott terület, hogy ma már saját lábán is megáll anélkül, hogy a geometria részének kellene tekinteni; az Erlangeni programba azonban beilleszkedik, és fejlődése korai szakaszában külön vonzereje volt az a híres megoldatlan probléma, hogy vajon kiszínezhető-e négy színnel minden lehetséges térkép.

E könyv anyaga azokra az előadássorozatokra épül, amelyeket nyári egyetemeken tanárok és mások számára tartottam. Ezek helye: Stillwater (Oklahoma); Lunenburg (Nova Scotia); Ann Arbor (Michigan); Stanford (California); Fredericton (New Brunswick), valamint New York City, ahol a néhai Jekuthiel Ginsburg professzor meghívására a Scripta Mathematica baráti köre számára tartottam több nyilvános előadást. Az utóbbiak közül legnépszerűbb a 11. fejezet anyagát magában foglaló, az aranymetszésről és a fillotaxisról szóló előadás volt.

A transzformációk fogalmának általános hangsúlyozásán kívül, és azon kívül, hogy kívánatosnak tartottam némi időt olyan szokatlan környezetben is eltölteni, mint amilyen az affin tér és az abszolút tér, a főbb újdonságok a következők: a magasságpont egyszerű tárgyalása (1.6. pont); a kétdimenziós kristálytan tizenhét tércsoportja közül hat illusztrálása téglákkal (4.4. pont); a nyújtva tükrözés invariáns pontjának megszerkesztése (5.6. pont); az általános körtartó transzformáció leírása (6.7. pont); a spirális hasonlóságok leírása (7.6. pont); a fillotaxis „magyarázata" (11.5. pont); Sylvester feladatának megoldása a rendezett geometria keretén belül (12.3. pont); az affin geometria egy gazdaságos axiómarendszere (13.1. pont); a forgáscsoportok „abszolút" tárgyalása (15.4. pont); a horoszféra (16.8. pont) és a háromváltozós extremális másodfokú alakok (18.4. pont) elemi tárgyalása; a majomnyereg alakjával kapcsolatban széles körben elterjedt tévedés kiküszöbölése (19.8. pont); geodetikus polárkoordináták alkalmazása a hiperbolikus trigonometria megalapozására (20.6. pont); a gömbre, projektív síkra, tóruszra és Klein-féle palackra rajzolt szabályos térképek osztályozása (21.3. pont); a méhlép statisztikus tanulmányozása (22.5. pont).

Őszinte köszönettel tartozom M. W. Al-Dhahir, J. J. Burckhardt, Werner Fenchel, L. M. Kelly, Peter Scherk és F. A. Sherk kollégáimnak különböző fejezetek kritikai átolvasásáért; H. G. Fordernek, Martin Gardnernek és C. J. Scribanak a korrektúra átnézésében nyújtott segítségükért, továbbá S. H. Gouldnak, J. E. Littlewoodnak és J. L. Syngenek azért, hogy engedélyezték megjelent műveik egyes részleteinek idézését, végül M. C. Eschernek, I. Kitrossernek és a Royal Society of Canadanak a táblák reprodukálásának engedélyezéséért.

H. S. M. Coxeter

Toronto, Kanada
1961. március