

FÜGGELÉK

Útmutatás tanároknak és tanárok tanárainak

Ha a tanár ezt a könyvet hivatásának gyakorlása közben haszonnal akarja forgatni, ne hanyagolja el azokat az útmutatásokat, melyeket a könyv minden olvasójának szántam. Ezenkívül szenteljen figyelmet alábbi észrevételeimnek is.

1. Amint azt már az előszóban is kifejtettem, ezzel a könyvvel a leendő középiskolai matematikatanároknak (de a jelenleg tevékenykedőknek is) alkalmat akartam adni arra, hogy *ki-ki a megfelelő színvonalon alkotómunkát végezhesen*. Azt hiszem, az ilyen alkalom kívánatos. Ha egy tanárnak nincs személyes tapasztalata az alkotómunka valamilyen formájáról, akkor bajosan várható, hogy ő maga ösztönözze, vezesse, segítse vagy akár felismerje hallgatói alkotótevékenységét.

Az átlagtanártól nem lehet elvárni, hogy kutatómunkát végezzen magasabb fokon. De a nem sablonos matematikai probléma megoldása is alkotó szellemi munka. Az ebben a könyvben felvetett problémák (azok, amelyeket nem jelöltünk meg keresztrel) nem kívánnak olyan tudást, amely a középiskolai színvonalat erősen meghaladná, ellenben igenis megkívánnak valamelyes, sőt néha magas fokú koncentrációra való készséget és ítélőképességet. Véleményem szerint ilyen típusú problémák megoldása az az alkotómunka, amelynek a középiskolai matematikatanárok képzésében szerepelnie kell. Az ilyen típusú problémák megoldása közben a leendő tanárnak valóban alkalma nyílik arra, hogy *a középiskolai matematikaanyag* ismeretét alaposan elsajátítsa, olyan tudást szerezzen, amelyet használni tud, amelyhez nem pusztá magolással, hanem érdekes problémák megoldásával jutott el. És ami még fontosabb, egyszerűen némi gondolkodási készséget szerez, alaposabban megismeri a középiskolai matematikaanyagot, mélyebben bepillant a problémamegoldás lényegébe. Mindez felkészíti a tanulók munkájának hatékonyabb irányítására és elbírálására.

2. Ez a kötet az egész tanfolyamnak csak az első felét tartalmazza. A tanítási módszerekre — amelyeket a második kötet egyik fejezetében részletesebben kifejték — csak közvetve utal.

Ez az első kötet azonban bő példaanyagot ad, amelyet a középiskolában (különösen magasabb osztályokban) fel lehet használni! Hasznos gyakorlatként azt ajánlom a tanároknak, gondolkozzanak azon, hogyan lehetne azokat a problémákat, amelyekkel ők maguk foglalkoznak, a *tanítási gyakorlatban* is értékesíteni.

Az ilyen gondolkodásra az az időpont a legalkalmasabb, amikor problémájukat már megoldották, és a megoldást már meg is emésztették. Ilyenkor az ember visszagondol és megkérdezi magát: „Hol használhatom fel ezt a problémát? Mennyi előismeret szükséges hozzá? Milyen feladatokat kellene előbb adnom ahhoz, hogy osztályomat erre előkészítsem? Hogyan fogalmazhatnám meg ezt a problémát? Hogyan fogalmazhatnám meg ilyen vagy olyan osztályban (konkrétan!), vagy hogyan fogalmazhatnám meg Nagy Pistának?” Ezek mind hasznos kérdések, és van még sok ilyen — de a legjobb mindig az, amely önként adódik.

3. Bár az első kötet nem öleli fel az egész tanfolyamot, elég anyagot ad ahhoz, hogy „Problémamegoldó szeminárium” tankönyvéül szolgáljon. Magam különböző intézetekben vezettem ilyen szemináriumokat tanároknak, számos kollégám pedig, aki ilyet kívánt vezetni, elkérte a feladatanyagomat. Ismerek néhány főiskolát, ahol mostanában tartottak ilyen szemináriumokat vagy hasonló tanfolyamokat. Úgy gondolom, nagyon jó volna, ha minél több főiskola kísérletezne ilyen szemináriumokkal. Ez a megfontolás készített arra, hogy az első kötetet a második előtt közreadjam, vállalva az ilyen hiányos kiadás nyilvánvaló kockázatát.

4. Némi próbálkozás után szemináriumom számára karakterisztikus módszert dolgoztam ki, ennek leírása itt haszonnal járhat.¹

Néhány jellegzetes, jól használható típusra mutató feladatot kérve kifejtő módszerrel oldottunk meg. A négy első fejezet szövege az ilyen munkát tükrözi (már amilyen híven ez nyomtatásban lehetséges). Ezen példák révén jut el az osztály a megoldástípus felismeréséhez és megfogalmazásához — az említett fejezetek szövege azt is bemutatja, hogy ez hogyan történik.

5. Szemináriumomat arra használtam fel (és ez egyik lényeges vonása), hogy a résztvevőknek a problémák magyarázatára, a megoldások irányítására, szóval a *tanítás gyakorlására* lehetőséget adjak, amire a tantervi anyag keretében rendszerint nincs elég alkalom.

A hallgatók olyan házi feladatokat kaptak (lásd az egyes fejezetek végén található példákat), amelyek alkalmat adnak nekik, hogy felhasználják, tisztázzák és általánosítsák azokat a megoldástípusokat (és a módszertani megjegyzéseket is), amelyekkel az órán megismerkedtek.

¹ A következő és néhány megelőző mondat a „*The Journal of Education, Vancouver and Victoria*”-ban megjelent cikkből való. Lásd az Irodalomjegyzéket.

A házi feladatok beadása után egyik-másik részt (egy-egy eredetibb megoldást vagy kényesebb problémát) a táblánál ismertette az egyik hallgató — aki azt különösen jól vagy különösen rosszul oldotta meg. Később, amikor az osztály már hozzászókkott ehhez a módszerhez, az egyik résztvevő foglalja el átmenetileg a tanár helyét és vezeti a vitát. A legjobb gyakorlatra a *csoporthmunka* ad alkalmat. Ez három részből áll.

Először is egy-egy óra kezdetén minden résztvevő külön-külön feladatot kap (mindegyik csak egyet), amit lehetőleg meg is old az órán; társaival közben nem érintkezhet, de a tanártól kaphat segítséget.

Az előző és a következő óra között minden résztvevő ellenőrzi, kiegészíti, átnézi, és — ha lehet — egyszerűsíti a maga megoldását; más utat is keres — szóval így vagy úgy, erejéhez mérten, megbirkózik a problémával. Ezenkívül még valamennyire meg is kell terveznie, hogyan fogalmazza majd meg az osztályban problémáját és annak megoldását. Alkalmat kell adnunk arra is, hogy az előbb felsoroltakról a tanártól tanácsot kérhessen.

Végül a következő órán a résztvevők négy tagú vitacsoportokat alkotnak (lehet esetleg kisebb vagy nagyobb létszámú is). A csoportokat a résztvevők közös megegyezéssel alakítják ki, ebbe a tanár nem avatkozik bele. A csoport egyik tagja játssza a „tanár” szerepét, a többiek a „tanulók”. A „tanár” megfogalmazza a feladatot a „tanulóknak”, megkísérli felkelteni kezdeményező képességüket, ugyanabban a stílusban, ahogyan a saját tanárjától az osztálymunka alkalmával látta, próbálja a megoldásra rávezetni őket. A megoldás után a bemutatót röviden és baráti hangon megbírálják. Ezután másik résztvevő veszi át a „tanár” szerepét, másik problémát vet fel és fogalmaz meg; az eljárást mindaddig megismétlik, amíg mindenkire rákerül a sor. Majd a hallgatókat részben átcsoportosítják. (Két-két szomszédos csoport kölcsönösen „tanárt” küld egymásnak), így minden résztvevő több ízben bemutathatja a megoldását, alkalma nyílik tehát a bemutató csiszolására. — Néhány különösen érdekes problémát vagy különösen sikerült előadást az egész osztálynak bemutatnak, és együttesen megvitatnak. Jobban érdeklődő csoportok önként felvethetik olyan problémák megvitatását, amelyek minden résztvevő számára újak. Az ilyen kezdeményezést — természetesen — pártolni kell.

Az én osztályaimban az ilyen jellegű csoportos vita rövid idő alatt rendkívül népszerűvé vált, és az a benyomásom, hogy szemináriumaim a maguk egészében sikeresek voltak. A résztvevők közül sokan tapasztalt tanárok voltak és sokan azt érezték, hogy a szemináriumon hasznos ötleteket kaptak saját osztályaik vezetésére.

6. E kötet segítségével lehet annak az egyetemi tanárnak, aki problémamegoldó szemináriumot tart (különösen, ha erre első ízben kerül sor). Általában a fent leírt eljárást követheti (lásd a 4. és 5. pontot). Az osztályviták ré-

szére a négy első fejezet bármelyik részét felhasználhatja. A fejezetek végén levő példák házi feladatra alkalmasak: komoly munkát igényel a megoldási vázlatok kibővítése, részletes megfogalmazása, kidolgozása. A tanár azonban nem választhat taláalomra. Mielőtt kiválasztaná a példát, jól át kell gondolnia a problémát is, a megoldását is, és figyelembe kell vennie a vele összefüggő kérdéseket. Vizsgán vagy zárthelyin lehetőség szerint ne használja fel az itt közzétett feladatokat. E célra vannak megfelelő példatárak (és 1.50., 2.78., 3.92. is). Csoportmunkához (lásd 5. fejezet) legyenek nehezebbek a problémák, de függjenek szorosan össze a már tárgyalt fejezetekkel. Ehhez már lehet választani ebből a könyvből, sőt későbbi fejezeteiből is odailó problémákat.

Az 5. és 6. fejezetet szintén meg lehet tárgyalni vagy legalábbis olvasásra kijelölni. Ezeknek a fejezeteknek a szerepét azonban a második kötet jobban megmagyarázza.

Ha a tanár már némi gyakorlatra tett szert, természetes, hogy nem kell szorosan ragaszkodnia a részletekhez, hanem szabadon követheti a könyv szellemét.