

TARTALOMJEGYZÉK

Előszó	13
Bevezetés	19

1. Fejezet

A minta. A tapasztalati eloszlás. A statisztikák aszimptotikus tulajdonságai

1. A minta fogalma	23
2. A tapasztalati eloszlás (egydimenziós eset)	26
3. Tapasztalati jellemzők. A statisztikák két típusa	30
1. Példák a tapasztalati jellemzőkre (30). 2. A statisztikák két fajta típusa (31).	
4. Többdimenziós minták	34
1. Tapasztalati elosztás (34). 2. A Glivenko-Cantelli tétel még általánosabb változatai. Az iterált logaritmus tétele (35). 3. Tapasztalati jellemzők (36).	
5. Folytonossági tételek	37
6*. A tapasztalati eloszlásfüggvény mint sztochasztikus folyamat. Konvergenciája a Brown-hídhöz	41
1. Az $nF_n^*(t)$ folyamat eloszlása (41). 2. A $w^n(t)$ folyamat aszimptotikus viselkedése (45).	
7. Az első típusú statisztikák határeloszlása	47
8*. A második típusú statisztikák határeloszlása	52
9*. Néhány megjegyzés a nemparaméteres statisztikákról	61
10*. A tapasztalati eloszlás simítása. Tapasztalati sűrűségfüggvény	62

2. Fejezet

Az ismeretlen paraméterek becslésének elmélete

1. Előzetes megjegyzések	70
2. Paraméteres eloszláscsaládok és tulajdonságaik	71
1. A normális eloszlás (72). 2. A többdimenziós normális eloszlás (72). 3. Gamma-eloszlás (73). 4. A k -szabadságfokú H_k -eloszlás (74). 5. Exponenciális eloszlás (75). 6. k_1, k_2 szabadságfokú F_{k_1, k_2} Fisher-féle eloszlás (75).	

7. A k -szabadságfokú T_k Student-eloszlás (76).	
8. Béta-eloszlás (B -eloszlás) (78).	
9. Egyenletes eloszlás (78).	
10. Az $K_{\alpha, \sigma}$ paraméterű Cauchy-eloszlás (81).	
11. Az L_{α, σ^2} lognormális eloszlás (81).	
12. Az elfajult eloszlás (82).	
13. A B_p^n binomiális eloszlás (82).	
14. A Poisson-eloszlás (82).	
15. Polinomiális eloszlás (82).	
3. Pontbecslés. A becslések készítésének alapvető módszere. Konzisztencia, aszimptotikus normalitás	83
1. A behelyettesítéssel módszer. Konzisztencia (83).	
2. Aszimptotikus normalitás. Egydimenziós eset (87).	
3. Aszimptotikus normalitás. Többdimenziós paraméter esete (87).	
4. A behelyettesítéssel módszer megvalósításai a paraméteres esetben. A momentum módszer	88
1. A momentum módszer. Egydimenziós eset (89).	
2. A momentum módszer. A többdimenziós eset (91).	
3. Az általánosított momentum módszer (92).	
5*. A minimális távolság módszere	92
6. A maximum likelihood becslés	95
7. A becslések összehasonlítása	103
1. A négyzetes középben vett eltérés. Egydimenziós eset (103).	
2. Az aszimptotikus módszer. Egydimenziós eset (106).	
3. A négyzetes eltérés és az aszimptotikus módszer a többdimenziós esetben (109).	
8. A becslések összehasonlítása a paraméteres esetben. Hatásos becslések	113
1. Az egydimenziós eset (114).	
2. A többdimenziós eset (119).	
9. A feltételes várható érték	121
1. A f.v.é. definíciója (121).	
2. A f.v.é. tulajdonságai (25).	
10. A feltételes eloszlás	127
11. Bayes-féle és minimax becslések	131
12. Elégséges statisztikák	139
13. Minimális elégséges statisztikák	144
14. Hatásos becslések készítése az elégséges statisztikák segítségével. Teljes statisztikák	152
1. Egydimenziós eset (152).	
2. Többdimenziós eset (153).	
3. Teljes statisztikák és hatásos becslések (154).	
15. Exponenciális eloszláscsalád	157
16. A Cramer–Rao-egyenlőtlenség és az R -hatásos becslések	162
1. A Cramer–Rao-egyenlőtlenség és következményei (162).	
2. R -hatásos és aszimptotikusan R -hatásos becslések (168).	
3. A Cramer–Rao egyenlőtlenség a többdimenziós esetben (172).	
4. Néhány következtetés (178).	
17. A Fisher-féle információ tulajdonságai	179
1. Egydimenziós eset (179).	
2. Többdimenziós eset (182).	
3. A Fisher-mátrix és a paramétertranszformáció (184).	

18. Az eltolás és a skálaparaméter becslése. Hatásos invariáns becslések 185
 1. Az eltolás- és a skálaparaméter becslése (186). 2. Az eltolásparaméter hatásos becslése az ekvivalens becslések osztályán belül (187). 3. A Pitman-féle becslés minimax volta (190). 4. A skálaparaméter optimális becslése (192).
19. Az ekvivalens becslés általános feladata 195
20. Cramer-Rao típusú integrálegyenlőtlenségek. Aszimptotikusan Bayes-féle és minimax becslések 198
 1. Hatásos és túlhatásos becslések (198). 2. Alapvető egyenlőtlenségek (200). 3. Egyenlőtlenségek abban az esetben, amikor $q(\theta)/I(\theta)$ függvény nem deriválható (204). 4. Néhány következmény. Aszimptotikusan Bayes-féle és minimax becslések (206). 5. Többdimenziós eset (209).
21. A Kullback–Leibler, a Hellinger és a χ^2 távolság. Tulajdonságaik 209
 1. A távolságok definíciója és alapvető tulajdonságaik (209). 2. A Hellinger és a többi távolság kapcsolata a Fisher-féle információval (213). 3. Egyenletes alsó határ az $r(\Delta)/\Delta^2$ mennyiségekre (214). 4. Többdimenziós eset (215). 5. A vizsgált távolságok és a becslések kapcsolata (217).
22. Cramer-Rao-típusú differencia egyenlőtlenségek 218
23. A likelihood-hányadosra vonatkozó segédegyenlőtlenségek. A maximum likelihood-becslés konzisztenciája 224
 1. Alapegyenlőtlenségek (225). 2. A m.l.b. eloszlására és momentumaira vonatkozó becslések. A m.l.b. konzisztenciája (228).
24. A likelihood-hányados tulajdonságai 229
25. A maximum likelihood-becslés tulajdonságai. Aszimptotikus normalitás. Aszimptotikus optimalitás 238
 1. A m.l.b. aszimptotikus normalitása (238). 2. Aszimptotikus hatásosság (239). 3. A m.l.b. aszimptotikusan Bayes-féle (241). 4. A m.l.b. aszimptotikusan minimax becslés (242).
26. A maximum likelihood-becslés közelítő kiszámítása 242
27. A maximum likelihood-becslés tulajdonságai – regularitási feltételek nélkül. Konzisztencia 249
28. A 23–27. pontok eredményei a többdimenziós paraméter esetében 255
 1. A likelihood-hányadosra vonatkozó egyenlőtlenségek (23. pont eredményei) (255). 2. A likelihood-hányados aszimptotikus tulajdonságai (a 24. pont eredményei) (256). 3. A m.l.b. tulajdonságai (a 25. pont eredményei) (261). 4. A m.l.b. közelítő meghatározása (264). 5. A m.l.b. tulajdonságai regularitási feltételek nélkül (a 27. pont eredményei) (264).
29. A likelihood-hányados és a maximum likelihood-becslés aszimptotikus tulajdonságainak θ szerinti egyenletessége 264
 1. Egyenletes nagy számok törvénye és a centrális határeloszlás tétel (263). 2. A likelihood-hányados és a maximum likelihood-becslés aszimptotikus tulajdonságairól szóló tételek egyenletes variánsai (266). 3. Néhány következmény (270).

30.	A véletlen elemszámú mintákkal kapcsolatos statisztikai feladatok. Szekven- ciális becslések	271
31.	Az intervallumbecslések	272
	1. Definíció (272). 2. A konfidenciaintervallumok megszerkesztése a Bayes- féle esetben (273). 3. Konfidenciaintervallumok konstruálása az általános esetben. Aszimptotikus konfidenciaintervallumok (274). 4. Pontos konfiden- ciaintervallum szerkesztése adott statisztika alapján (277). 5. Más módszerek a konfidenciaintervallumok szerkesztésére (281). 6. A többdimenziós eset (283).	
32.	Pontos tapasztalati eloszlások és konfidenciaintervallumok normális elosz- láscsalád esetén	284
	1. Az \bar{x} , S_0^2 statisztikák pontos eloszlása (284). 2. Pontos konfidenciainter- vallum szerkesztése a normális eloszlás paraméterére (287).	

3. Fejezet

Hipotézisvizsgálat

1.	Véges sok egyszerű hipotézis vizsgálata	291
	1. A feladat megfogalmazása. A statisztikai próba fogalma. Legerősebb prób- bák (291). 2. A Bayes-féle megközelítés (294). 3. A minimax megközelítési mód (299). 4. Legerősebb próbák (300).	
2.	Két egyszerű hipotézis közötti döntés	302
3.	A próbák kiszámolásának kétfajta aszimptotikus megközelítése. Számszerű összehasonlítások	306
	1. Előzetes megjegyzések (306). 2. Rögzített hipotézisek (307). 3. Közé- li hipotézisek (312). 4. Az aszimptotikus megközelítések összehasonlítása. Számpélda (315). 5. A l.e.p. kapcsolata a m.l.b. aszimptotikus hatásosságá- val (320).	
4.	Összetett hipotézisek vizsgálata. Az optimális próbák osztályai	321
	1. A feladat megfogalmazása és az alapfogalmak (321). 2. Egyenletesen legerősebb próbák (324). 3. Bayes-féle próbák (325). 4. Minimax próbák (326).	
5.	Egyenletesen legerősebb próbák	326
	1. Egyoldali hipotézisek. Monoton likelihood-hányados család (326). 2. Két- oldali nullhipotézis. Exponenciális eloszláscsalád (330). 3. A vizsgált feladat egy másféle megközelítése (335). 4. A Bayes-féle megközelítés és a legke- vésbé kedvező apriori eloszlás használata a l.e.p. és az e.l.e.p. konstrukció- jában (336).	
6.	Torzítatlan becslések	339
	1. Definíció. Torzítatlan e.l.e.p. (339). 2. Kétoldali ellenhipotézisek. Expo- nenciális eloszláscsalád (341).	
7.	Invariáns próbák	344
8.	Kapcsolat a konfidenciatartományokkal	349
	1. A statisztikai próbák és a konfidenciatartományokkapcsolata. Az opti-	

	mális tulajdonságok összefüggése (349). 2. Legpontosabb konfidenciaintervallumok (351). 3. Torzítatlan konfidenciartományok (355). 4. Invariáns konfidenciartományok (356).	
9.	Az összetett hipotézisek Bayes-féle és minimax megközelítése	359
	1. Bayes-féle és minimax próbák (359). 2. Minimax próba a normális eloszlás α paraméterére (363). 3. Elfajuló legkevésbé kedvező eloszlások egyoldali hipotézisek esetén (371).	
10.	A likelihood-hányados-próba	372
11.	Szekvenciális analízis	376
	1. Bevezető megjegyzések (376). 2. Bayes-féle szekvenciális próba (377). 3. A kísérletek számának átlagértékét minimalizáló szekvenciális próba (381). 4. A legjobb szekvenciális próba paramétereinek kiszámolása (384).	
12.	Az összetett hipotézisek vizsgálata az általános esetben	387
13.	Aszimptotikusan optimális próbák. A likelihood-hányados-próba mint aszimptotikusan Bayes-féle próba egyszerű nullhipotézis és összetett ellenhipotézis esetén	397
	1. A l.h.p. és a Bayes-próba aszimptotikus tulajdonságai (397). 2. A l.h.p. aszimptotikus Bayes-tulajdonsága (399). 3. l.h.p. aszimptotikus torzítatlansága (403).	
14.	Közeli hipotézisek ellenőrzésére szolgáló aszimptotikusan optimális próbák	404
	1. A feladat megfogalmazása és definíciók (404). 2. Az alapvető állítások (408).	
15.	A likelihood-hányados-próba, az optimalitás aszimptotikus jellemzőjéből fakadó aszimptotikus optimalitása	413
	1. A e.l.e.p. közeli hipotézisek esetén egyoldali ellenhipotézisekre, többdimenziós paraméter esetén (413). 2. A e.l.e.p. kétoldali ellenhipotézis esetén (414). 3. Aszimptotikusan minimax próba közeli hipotézisekre, többdimenziós paraméter esetén (416). 4. Aszimptotikusan minimax próba annak ellenőrzésére, hogy a minta egy adott paraméteres részcsaláddhoz tartozik (419).	
16.	A χ^2 próba. Hipotézisvizsgálat csoportosított adatok alapján	425
	1. A χ^2 próba. Az aszimptotikus optimalitása (425). 2. A χ^2 próba alkalmazása. Hipotézisvizsgálat csoportosított adatok esetén (429).	
17.	Hipotézisvizsgálat: a minta adott paraméteres eloszláscsaládba tartozik-e	433
	1. Az $\{X \in B_{\theta(\alpha)}\}$ hipotézis vizsgálata. Az adatok csoportosítása (433). 2. Az általános eset (437).	
18.	A statisztikai döntések stabilitása	441
	1. Szimmetrikus eloszlások várható értékének becslése (442). 2. A Student-féle statisztika és az S_0^2 (443). 3. A likelihood-hányados-próba (444).	
I.	Függelék. Glivenko-Cantelli típusú tételek	447
II.	Függelék. A tapasztalati folyamatokra vonatkozó funkcionális határelosztás tétel	450
III.	Függelék. A feltételes várható érték tulajdonságai	456
IV.	Függelék. A Neyman-Fisher-féle faktorizációs tétel	459

V. Függelék. A nagyszámok erős törvénye és a centrális határelosztás tétel. Egyenletes változatok	463
VI. Függelék. Néhány, a paramétertől függő integrálokkal kapcsolatos állítás	468
VII. Függelék. A likelihood-hányados eloszlására vonatkozó egyenlőtlenségek a többdimenziós esetben	475
I. Táblázat. A $\Phi_{0,1}$ normális eloszlás	481
II. Táblázat. A normális eloszlás kvantilisei	482
III. Táblázat. A H_k χ^2 -eloszlás	483
IV. Táblázat. A T_k Student-eloszlás	487
Bibliográfiai megjegyzések	491
Irodalomjegyzék	497
Az alapvető jelölések jegyzéke	501
Tárgymutató	505