

# Tartalom

Előszó . . . . .	7
Függvények . . . . .	9
A függvény fogalma . . . . .	9
A függvény grafikonja . . . . .	18
Feladatok . . . . .	23
Műveletek függvényekkel . . . . .	24
Feladatok . . . . .	27
Korlátos függvények . . . . .	28
Feladatok . . . . .	32
Monoton függvények . . . . .	33
Feladatok . . . . .	35
Feladatok . . . . .	38
Feladatok . . . . .	40
Elemi függvények . . . . .	40
A) Racionális egészfüggvények . . . . .	41
B) Racionális törtfüggvények . . . . .	42
C) Hatványfüggvények . . . . .	43
D) Trigonometriai függvények . . . . .	44
Feladatok . . . . .	45
E) Exponenciális függvény . . . . .	45
F) Logaritmusfüggvény . . . . .	46
Egy megjegyzés a függvényekről eddig tanultakhoz . . . . .	46
A binomiális tétel . . . . .	47
Feladatok . . . . .	49

Egyenlőtlenségek . . . . .	50
Egy érdekes szélsőérték-feladat. . . . .	59
Feladatok . . . . .	61
Feladatok . . . . .	65
Cauchy-egyenlőtlenség . . . . .	69
Feladatok . . . . .	72
Bernoulli-egyenlőtlenség . . . . .	73
Sorozatok . . . . .	75
Bevezető példák . . . . .	75
Feladatok . . . . .	79
Feladatok . . . . .	81
A sorozat fogalma . . . . .	84
Sorozatok megadása és ábrázolása . . . . .	85
Feladatok . . . . .	88
Korlátos sorozatok . . . . .	89
Feladatok . . . . .	96
Monoton sorozatok . . . . .	96
Feladatok . . . . .	99
Példák . . . . .	100
Feladatok . . . . .	109
Konvergens sorozatok . . . . .	109
Bevezető példák . . . . .	109
Sorozatok konvergenciája . . . . .	116
Példák . . . . .	119
Feladatok . . . . .	124
Konvergens sorozatok néhány tulajdonsága . . . . .	124
Végtelenhez tartó sorozatok . . . . .	128
Feladatok . . . . .	129
Műveletek konvergens sorozatokkal . . . . .	129
Feladatok . . . . .	136
Monoton, korlátos sorozatok . . . . .	137
Az $\left\{ \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}$ sorozat . . . . .	139
A rendőr-elv . . . . .	143
Feladatok . . . . .	146
Nevezetes sorozatok . . . . .	147

Feladatok . . . . .	158
A Cantor-féle axióma . . . . .	159
A Bolzano—Weierstrass-tétel . . . . .	164
A Cauchy-féle konvergenciakritérium . . . . .	165
A kör kerülete . . . . .	166
További példák, kiegészítések . . . . .	170
Folytonos függvények . . . . .	180
Példák . . . . .	180
Függvény pontban való folytonosságának értelmezése . . . . .	185
Műveletek folytonos függvényekkel . . . . .	192
Feladatok . . . . .	193
Feladatok . . . . .	196
A két folytonossági definíció ekvivalenciája (olvasmány). . . . .	196
Adott intervallumon folytonos függvények . . . . .	198
Feladatok . . . . .	205
Példák . . . . .	206
Feladatok . . . . .	216
Függvény határértéke . . . . .	217
Bevezető példák . . . . .	217
Függvény határértéke egy pontban . . . . .	220
Példák . . . . .	223
Függvény végtelenben vett határértéke . . . . .	233
Példák . . . . .	235
Feladatok . . . . .	237
Monoton függvény határértéke . . . . .	238
Az exponenciális függvény . . . . .	239
Példák . . . . .	244
Feladatok . . . . .	250
Differenciálható függvények . . . . .	251
Példák . . . . .	251
A differenciálhányados . . . . .	254
Példák . . . . .	257
Műveletek differenciálható függvényekkel . . . . .	259
1. Összeg deriváltja. . . . .	259
Feladatok . . . . .	259

2. Szorzat deriváltja . . . . .	260
Feladatok . . . . .	262
3. Hányados deriváltja . . . . .	262
Feladat . . . . .	263
Trigonometriai függvények differenciálhányadosa . . . . .	264
Feladat . . . . .	265
Az $\sqrt[n]{x}$ függvény deriváltja . . . . .	265
Példák . . . . .	267
Feladat . . . . .	267
Az exponenciális függvény deriváltja . . . . .	267
Feladat . . . . .	274
A logaritmusfüggvény folytonossága és differenciálhatósága . . . . .	274
Feladat . . . . .	276
Összetett függvény differenciálása . . . . .	276
Példák . . . . .	278
Feladatok . . . . .	281
Középérték tételek . . . . .	283
Példák . . . . .	286
Feladatok . . . . .	288
Monoton függvények . . . . .	288
Feladat . . . . .	290
A középérték tétel két következménye . . . . .	290
Konvex és konkáv függvények . . . . .	294
Példák . . . . .	295
Feladat . . . . .	296
Függvényvizsgálat . . . . .	297
Feladatok . . . . .	304
Vegyes példák . . . . .	304