BEVEZETÉS

Az emberi társadalom fejlődésére a kezdetek óta jellemző a tudományos megismerés igénye. A keleti civilizációkban ez alapvetően a humán területekre irányult, és létrehozta a különféle világnézeti jellegű, „szemlélődő” filozófiákat (a buddhizmust, a hinduizmust és a taoizmust). Az európai, „aktív” kultúrában emellett az emberi környezet sokszor drasztikus átalakítását is célul tűzték ki, és így kialakult a műszaki és a természettudományos fejlődés is.

Ennek feltétele volt a dolgok megszámolhatósága, mérhetősége is. A mai szemmel nézve legegyszerűbb természettudományos összefüggések feltárása indította el a matematika fejlődését, amely a legkülönfélébb eszközöket nyújtotta a tudományos fejlődés ismeretelméleti alapjaihoz. Ezek az eszközök fokozatosan kerültek be a természettudományi és a műszaki diszciplínákba. Felhasználásuk a tudományosság kritériumává vált, így először a gazdasági ismeretek, majd a múlt században a korábban teljesen humán szakterületek – például a szociológia, a pszichológia – is bevonták vizsgálati módszereik közé.

Ilyen eszközök voltak a **számok** is. Ezek bizonyos szempontból mágikus jelenségek, mert látszólagos egyszerűségük ellenére sokfajta tulajdonsággal bírhatnak.

A SZÁMOK TULAJDONSÁGAI – A SZÁMKÖRÖK

Kezdetben csak a *természetes* (pozitív egész) *számok*at ismerték. Ezekkel írták le a természetes dolgok mennyiségét, beszéltek egy asszonyról, két gyerekről, három lóról, vagy később már 600 sestertiusról. A természetes számok az absztrakció első (bár jelentős) lépcsőfokát jelentették, de igazi funkciójuk még csak a mennyiségek leírása volt. Nem is alkalmasak a mai értelemben vett számolásra, mert csak az összeadás és a szorzás (és az eredményre nézve bizonyos erős korlátok között a kivonás és az osztás) értelmezhető velük.

A számolások eredménye éppen ezért néha furcsa volt. Ezek értelmezésére jöttek létre az *egész számok* (a pozitív és negatív egész számok és a nulla). Segítségükkel ki lehet fejezni azt, hogy egy üzlet kötése után 200 lepta adóssága maradt a kereskedőnek (–200 lepta), vagy az utolsó mohikán halála után nem maradt a törzsnek élő tagja (a mohikánok száma 0). Osztani azonban ebben a számkörben sem mindig egyszerű, hiszen az eredmény sokszor kívül esik azon a halmazon, amelyen magukat az egész számokat értelmezzük.

Kialakultak hát a *racionális számok*, amelyeket két egész szám hányadosaként értelmezünk. Segítségükkel ki tudjuk fejezni azt, hogy egy Aureus 12-ed részéért vásároltunk egy rabszolgát, vagy 1279-ben Magyarországon 1 dénárért 1/40 veder sört ihattunk.

A hétköznapi mennyiségek leírásához lényegében ezek a számok elegendők. A számkör későbbi bővítése során kialakult számfajták (például *az irracionális és a komplex számok*) már csak a matematikusok és a műszaki vagy természettudományos felkészültségű szakemberek sokszor speciális elméleti problémáinak megoldására alkalmasak, ezért számunkra most a gyakorlati méréselmélet és a rendszermodellezés szempontjából nem érdemelnek további figyelmet.

A SZÁMOK STATISZTIKAI ALKALMAZÁSA – A SKÁLÁZÁS

Napjainkra érzékelhetően megnőtt a számok szerepe az életünkben. Ahhoz már hozzászoktunk, hogy egy kilogramm kenyeret vásárolunk, két korsó sört rendelünk, de sok embernek még mindig nehézséget okoz, hogy egyre több ismerősének van egyre több telefonszáma, pénzéhez csak PIN-kódjával juthat hozzá, lakásába számkódos zárral léphet be. Ha megnézte a FORMA–1-es futamot, a 20-as busszal elmegy a boltba és vásárol egy CD-t, nyaralása során digitális fényképeket készít, és ha esténként nem tud elaludni, akkor csukott szemmel számolja a bárányokat.

Ez a sok „szám” azonban nem ugyanazokkal a tulajdonságokkal rendelkezik. A szám (illetve az általa leírt adat, tulajdonság) fontos jellemzője ugyanis, hogy milyen **skálához** kötjük. A szám néha csak a megnevezést helyettesíti, az azonosítást könnyíti. Az ilyen *nominális skálán* elhelyezkedő számok azt az információt adják meg, hogy a Keleti pályaudvarról Káposztásmegyerre megy ez az autóbusz – röviden, ez a piros 20-as. Az ilyen számokkal az ember nem is végez műveleteket, mivel azok csak a tárgyak, dolgok, jelenségek (röviden, az objektumok) azonosítását, illetve megkülönböztetését szolgálják. A nominális skálán elhelyezkedő A-ról és B-ről csak annyit tudunk mondani, hogy az $x_A = x_B$ egyenlőség fennáll-e vagy sem.

A szám sokszor azt mutatja meg, hogy egy adott dolog egy bizonyos szempontból kialakított sorban hol helyezkedik el. A zeneakadémiai bérlet első előadásán Muszorgszkij szerzeményét, az *Egy kiállítás képei*t adják elő, majd ezt követi Liszt *Haláltánc*a, Csajkovszkij *Rómeó és Júliá*ja, végül Orff *Carmina Buraná*ja. Az ebben a példában időrendiség alapján kialakított *rangsorskála* (ordinális skála) nyilvánvalóan nem tükröz sem művészi minőséget, sem a művek időtartamát (pusztán a bemutatás sorrendjét). Közvetlenül számolni tehát ezzel a „számmal” sem tudunk, mert bár az objektumok viszonylagos helyének definiálásával megvalósítja azok rendezését, további információt nem nyújt róluk. Az előző skálához képest csupán annyi többletet tudhatunk meg belőle A-ról és B-ről, hogy az $x_A > x_B$ reláció fennáll-e vagy sem.

Az időjárás-jelentésből naponta megtudjuk, hogy milyen meleg lesz aznap. Télen enyhe időben +5 Celsius fok van, a nyári forróságban +35 Celsius fok is lehet. Mégsem mondjuk, hogy nyáron hétszer olyan meleg van, mint télen. Ennek az az oka, hogy az ilyen *intervallumskálán* nincsen egyértelmű kezdőpont (illetve az nem felel meg a mért mennyiség abszolút nulla értékének), hanem az egy általában önkényesen meghatározott értékhez tartozik. Segítségével az előző információkon túl a különbségek mértékét is értelmezzük, így azt is mondhatjuk, hogy A a B-től $x_A - x_B$ értékkel különbözik.

Azok a számok, amelyekkel minden műveletet szabadon elvégezhetünk, az *arányskálán* helyezkednek el. Ezen a skálán nemcsak a beosztások egyenletesek, hanem a kezdőpont is egyértelműen az abszolút nulla ponthoz tartozik. Az esetek jelentős részében szerencsénk van: a távolság, a tömeg, az erő, a térfogat és számos hétköznapi, illetve tudományos mennyiség ilyen abszolút nulla értékkel rendelkezik. Azt is mondhatjuk tehát az ilyen skálán elhelyezkedő objektumokról, hogy A x_A/x_B-szer nagyobb B-nél.

A skálák felépítése hierarchikus, mivel mindegyikük rendelkezik az őt megelőző összes skála tulajdonságaival. A nominális és a rangsorskálán mért változókat gyakran nevezik kategorikus vagy kvalitatív (minőségi) változóknak, az intervallum- és arányskálán értelmezett változókat pedig kvantitatív (mennyiségi) változóknak hívják.

A többváltozós modellezések során feltételezzük, hogy a változók azonos skálatulajdonságúak. Elméleti megfontolások alapján levezethető, hogy általában elég, ha intervallumskálán helyezkednek el, ugyanis az arányskála abszolút nullapontjából eredő tulajdonságokat ritkán használjuk ki. Az adatoknak ez a homogenitása a gyakorlatban sokszor nem biztosítható (gondoljunk arra, hogy statisztikai elemzéseinkben milyen gyakran találkozunk a tanulók osztályzatainak elemzésével például a lakóhely, a nem, az életkor és a szülők foglalkozásának egyidejű hatásait keresve). Ilyenkor különböző eljárásokkal transzformáljuk őket azonos jellegűvé. Ha a változó tulajdonságait magasabb szintű skálára transzformáljuk, akkor felértékeljük (tehát pótlólagos információkat adunk róluk), fordított esetben pedig leértékeljük a tulajdonságaikat (vagyis információkat hagyunk el belőlük). Ilyen műveleteket végzünk például akkor, ha a tanuló jeles osztályzata mellé szöveges értékelést is adunk, vagy ha a pontszámból kialakítjuk az írásbeli dolgozat érdemjegyét.

AZ ADATOK OSZTÁLYOZÁSA A VÁLTOZÓ ÉRTÉKKÉSZLETE SZERINT

A változók között aszerint is különbséget lehet tenni, hogy hány különböző értéket vehetnek fel, vagyis hány elem tartozik az értékkészletükbe. Az értékkészletek korszerű osztályozása a halmazelmélet fogalmait hívja segítségül, melyek közül az egyik első definíció szerint:

Két halmaz ekvivalens (azonos, illetve egyenlő számosságú), ha az egyik halmaz minden eleme kölcsönösen egyértelműen megfeleltethető a másik halmaz minden elemének.

Ugyancsak a halmazelmélet definiálja a halmazok véges, illetve végtelen voltát:

*Egy halmazt **végesnek** nevezünk, ha ekvivalens az n-elemű, természetes számokat tartalmazó halmazzal. Ekkor a halmaz elemei megszámlálhatók, és mennyiségük véges nagyságú egész számmal egyenlő. Véges halmazt alkotnak például egy osztály tanulói.*

***Megszámlálhatóan végtelennek** nevezzük a halmazt, ha ekvivalens az összes természetes számok (végtelen) halmazával. Ez a halmaz – elvileg – megszámlálható, de nem találunk olyan véges természetes számot, amely a halmaz elemeinek számát megadná. Ilyen halmazt alkot például egy mérés összes lehetséges kimenetele (hiszen elvileg végtelenszer elvégezhető egy adott objektum valamelyik tulajdonságának meghatározása).*

***Nem megszámlálhatóan végtelennek** nevezzük azt a halmazt, amelynek elemei nem rendelhetők kölcsönösen egyértelműen a természetes számokhoz. Ilyenkor nem tudunk „következő" számról beszélni, mivel minden szám és a „következő" között végtelen sok szám van. Ilyen halmazt alkotnak például egy szakasz pontjai.*

E fogalmak segítségével a változók értékkészlete szerint a következő osztályozás végezhető el:

- Folytonos változók (értékkészletük nem megszámlálhatóan végtelen halmaz).
- Diszkrét változók (értékkészletük véges vagy megszámlálhatóan végtelen halmaz).
- Bináris (alternatív, kétértékű vagy dichotóm) változók (értékkészletük kételemű halmaz).

E három változótípust használják fel a statisztikai számítások is. Szigorúan tekintve a bináris változók elkülönítése erőltetettnek tűnhet, mivel azok nem mások, mint olyan diszkrét változók, amelyek speciálisan két értéket vehetnek fel. Ez a specialitás viszont a gyakorlatban nagyon sűrűn fordul elő (a tanuló megbukott a vizsgán vagy sikeres volt, a tanuló fiú vagy lány, a tanárnak van autója vagy nincs stb.). Másrészt viszont levezethető az is, hogy a dichotóm változók olyan jellegűek, mintha intervallumskálán helyezkednének el (ugyanis invariánsak a lineáris transzformációval szemben). Ez a tulajdonságuk alkalmassá teszi a bináris változókat arra, hogy közvetlenül alkalmazzuk őket az intervallumskálákon értelmezett (tehát szinte az összes fontos) eljárásban, például a regressziószámításban, a korrelációelemzésben vagy a faktoranalízisben is. Így dichotóm változókkal közvetlenül számolhatunk bizonyos minőségi mutatók esetén is.

A MÉRT MENNYISÉGEK TARTALMA – A MÉRÉSI HIBÁK

Az emberi tevékenység egyik alapvető eleme a **mérés,** amely a klasszikus definíció szerint bizonyos dolgok összehasonlítása egymással vagy valamilyen etalonnal. A valóságban azonban sokszor nem kézzelfogható tárgyakat mérünk, hanem olyan jelenségeket, folyamatokat, amelyek egyediek, ezért nincs mivel összehasonlítani azokat, vagy pedig nem létezik rájuk vonatkozó etalon. Szigorúan véve a mérések többsége ilyen, hiszen nem létezik etalonja a munkanélküli szülők gyermeke által elért tanulmányi eredménynek, és az idei év érettségi eredményei is egyediek, hiszen a tanulók, a feladatok és a társadalmi körülmények is eltérnek a tavalyiaktól. E problémák miatt a méréselmélet már hosszú ideje próbálkozik általánosabb, „tudományosabb" definíciók keresésével.

- Campbell például 1938-ban a mérést úgy tekintette, hogy az „számjegyek hozzárendelése nem számokból álló anyagi rendszerek tulajdonságainak reprezentálására a tulajdonságokat meghatározó törvények alapján".
- Stevens 1951-ben úgy fogalmazott, hogy a mérés „számok hozzárendelése tárgyakhoz vagy eseményekhez szabályoknak valamilyen halmaza szerint".

Az első definíció szerint a dolog tulajdonságát mérjük, míg a második magát a dolgot kívánja mérni, de mindkettő alkalmas arra, hogy egyedi dolgokat és etalonnal nem rendelkező folyamatokat is kezeljünk velük.

A mérés eredménye elméletileg mindig egyértelmű, vagyis a mérések megismétlése során mindig ugyanazt az eredményt kell kapnunk. A tapasztalatok szerint azonban a gyakorlatban ez nem így van. A méréseket mindig jellemzi valamilyen mérési hiba, azaz a mért érték és a tényleges adat eltérése (mely szerencsés – elméleti – esetben éppen nulla nagyságú). A mérési hibák előfordulásának valószínűsége miatt a mérés során tisztáznunk kell annak megbízhatóságát és érvényességét is.

A *mérési hiba* lehet mérésenként *állandó* (szisztematikus: ilyenkor általában a mérőeszközben kell keresni az okot – az csal, vagyis nem jól van kalibrálva vagy elromlott). Mivel ez legtöbbször a mérő személytől független hiba, sokszor objektív hibának is nevezik. Kiküszöbölése utólag már lehetetlen, mivel az adatok elrejtik a nagyságát. Ez az oka annak, hogy már a mérések előkészítése során gondolni kell rá, ezért szükséges időnként hitelesíteni a mérőeszközt, illetve ezért szokás bizonyos nagy fontosságú méréseket más eszközökkel is megismételni.

A hiba másik fajtájánál azonban a megismételt mérések különböző eredményt adnak. Ez a *változó hiba,* amely legtöbbször a mérő személyéhez, illetve a mérés körülményeihez köthető, ezért szubjektív hibának is nevezik. Kiküszöbölése utólag is lehetséges (ha több adat áll a rendelkezésünkre) bizonyos egyszerű méréselméleti összefüggések segítségével (ezek közül a legfontosabb az, hogy az ilyen hibák megfelelően sok mérés esetén kiegyenlítik egymást, ezért szokás a mért értéket az adatok átlagával közelíteni).

A hibák e két jellemző szerinti csoportosításának összemosása tulajdonképpen csak gyakorlati szempontokból engedhető meg. Elméletileg (és nem túl sűrűn a gyakorlatban is) előfordulhatnak olyan esetek, amikor a mérőeszközhöz köthető objektív hiba változó vagy a mérést végrehajtó személytől függő szubjektív hiba állandó. Bizonyos kopásokból származó hibák eredményezhetik például azt, hogy a mérőeszköz hibái az időben változók, sőt akár véletlenszerűek is lehetnek. Ugyanakkor elképzelhető, hogy egy műszert például csak adott szögből lehet leolvasni, ezért állandó parallaxishiba kerül a mért adatokba. Elméleti szempontból tehát helyesebb a hibák nagyság, illetve ok szerinti csoportosítása. Így egymástól függetlenül beszélhetünk az előbbi esetben állandó és változó, az utóbbi esetben objektív és szubjektív hibákról.

Az állandó és a változó hibák kategóriájának ismeretében a következő mérési modellt lehet felállítani:

$$\mathbf{x = t + s + e,}$$

ahol x a megfigyelt adat,
t a tényleges érték,
s az állandó hiba,
e a változó hiba.

A méréselmélet feltételezi, hogy:

- A változó hiba várható értéke 0 (megfelelő számú – elvileg végtelen – mérés esetén a változó hibák kiküszöbölik egymást).
- Az állandó hiba szórása 0 (éppen ezért állandó).
- A változó hiba és a tényleges érték korrelálatlan (a változó hiba nagysága – aránya – független a tényleges értéktől).
- Az állandó hiba és a tényleges érték korrelálatlan (az állandó hiba nagysága – aránya – független a tényleges értéktől).
- A változó és az állandó hiba korrelálatlan (ez lényegében következik az előzőekből).
- A különböző mérések változó hibái korrelálatlanok (lényegében ettől véletlenszerűek).

Ebben az esetben belátható, hogy a mérések eredményének átlaga (pontosabban várható értéke) egyenlő a tényleges érték és az állandó hiba összegével.

A mérés megbízhatóságán a nem véletlen jellegű komponensek szórásnégyzetének arányát értik, ennek képlete levezetések után:

$$\rho^2 = (\sigma_x^2 - \sigma_e^2) / \sigma_x^2$$

A megbízhatóságnak ily módon definiált értéke 0 és 1 közé esik. Ha a mérés nem tartalmaz hibát, akkor értéke 1, ha csak hibát tartalmaz, akkor 0 nagyságú.

A mérés érvényességét az igazi és a megfigyelt értékek korrelációja segítségével értelmezzük, ennek nagysága levezetések után:

$$\rho_{tx} = \sigma_t^2 / \sigma_x^2$$

A mérés érvényessége és megbízhatósága között levezethető a következő összefüggés:

$$\rho_{xy} \leq \rho_{tx}^2$$

A mérési hibák mindkét fajtájának kiküszöbölése könnyen tervezhető folyamat. Egyrészt törekedni kell a minél precízebb végrehajtásra (kalibrált műszerekkel, jó mérési körülményekkel, felkészült mérőszemélyzettel), másrészt pedig biztosítani kell a mérések megismételhetőségét (különböző mérőeszközökkel, különböző körülmények között és különböző mérőszemélyzettel) is.

A mérési hibák tehát elméletileg tetszőlegesen kicsire csökkenthetők, ennek azonban az az ára, hogy egy mennyiségi (vagy minőségi) jellemző helyett többet kell a mért objektumhoz rendelnünk. Ezek összességét az összes (sokszor végtelen) lehetséges mérés *mintájának* nevezzük. A minta elemei globálisan tükrözik a mért jellemzőt, azonban kisebb-nagyobb mértékben (a hiba nagyságától függően) eltérhetnek egymástól.

A mérés-minta nem más, mint a lehetséges mérési eredmények halmazának részhalmaza. Elemeinek kiválasztása során arra kell törekedni, hogy a mérés számára szükséges szempontokból jól tükrözzék az alapsokaság tulajdonságait, más szóval, az elemek összessége (a minta) legyen reprezentatív. Ezt úgy lehet biztosítani, ha nem válogatunk a minta kiválasztásában, hanem *véletlenszerűen* tesszük azt. Ez a véletlenszerűség a gyakorlatban többféle módon is biztosítható. A legegyszerűbb esetben véletlenszámok (dobókocka, pénzérme, véletlenszám-táblázat, illetve véletlenszám-generátor) segítségét vesszük igénybe. Máskor az is megoldást adhat, ha az alapsokaság elemeit valamilyen, a mért értékkel biztosan korrelálatlan szempont szerint rangsoroljuk (például a tanulókat névsor, testmagasság vagy lakóhely szerint), majd valamilyen rendszer szerint választjuk ki közülük a mintát (például minden tizedik gyermeket). Bonyolultabb esetekben rétegezett mintavételt alkalmaznak, ahol meghatározzák az alapsokaság megoszlását különböző jellemzők alapján, majd úgy választják ki a mintát, hogy az mindegyik paraméter szerint megfeleljen e megoszlásoknak.

A MÉRÉSI HIBÁK FIGYELEMBE VÉTELE – A STATISZTIKA

Ahhoz, hogy egy adathalmazból meghatározhassuk a mért jellemzőt, a **statisztika** eszközeihez kell folyamodnunk. A matematikai statisztika eredete a valószínűségszámítás területére nyúlik vissza, és napjainkra a valószínűségelmélet egyik fejezetévé, alkalmazott valószínűségelméletté vált.

A statisztika szó hétköznapi értelmezését kimutatások készítése, táblázatok összeállítása, a lakosság különböző szempontú összeírása és bizonyos megoszlások százalékos kiszámítása jelentik. A statisztika kifejezés az állam (latin *status*) szó származéka, és mindazon „matematikai" tevékenységeket jelentette, amelyekre a közigazgatásnak szüksége volt. Az idők folyamán azonban eltávolodott ezektől az egyszerű problémáktól, az összetettebb feladatokat pedig a matematika egyik új ága, a valószínűségszámítás segítségével könnyen, gyorsan és pontosan meg lehetett oldani. Ezt az új statisztikát nevezzük matematikai statisztikának.

> *A középkor hajnala óta évszázadokon keresztül dolgoztak abban a meggyőződésben a kabbalistáknak nevezett hittudósok, hogy a Tórában Isten neve van elrejtve. Mivel szerintük ennek kimondása a világ fejlődése szempontjából alapvető fontosságú, meghatározására nem sajnálták az energiát. Az idők során számos ma ismert kombinatorikai összefüggésre ébredtek rá, többek között arra is, hogy a biztos eredmény az emberiség összes tagjának egész életében történő munkával is több száz évmilliárdot venne igénybe.*

A valószínűségszámítás következő lépcsőfokait a szerencsejátékok jelentették. A 17. század egyik közismert szerencsejátékosa, a francia De Méré lovag a zseniális matematikust, Pascalt bízta meg problémáinak elemzésével. Pascal levelezésbe kezdett Fermat-val, amelynek eredményeképpen kiépítették a valószínűségszámítás elméleti alapjait. A terület viszonylag lassan fejlődött, és csak 1933-ban kapta szigorú matematikai megalapozását a szovjet Kolmogorovtól.

Ekkortájt indult meg a statisztika látványos fejlődése is. Az USA választási közvélemény-kutatásában ekkor színre lépő Gallup és munkatársai évtizedeken keresztül csiszolgatták a statisztikai elemzések bizonyos módszereit, és azok mára a legkülönfélébb szakterületek elfogadott eszközeivé váltak.

A matematikai statisztika azonban nagyon eltér a matematika többi fejezetétől. Ezért szemben ez utóbbiakkal számos „laikus" is alkalmazza eszközeit a mindennapi munkájában. Sokszor az érettségi szintjét alig meghaladó matematikai felkészültséggel is hatékonyan használják szakterületükön a pszichológusok, a szociológusok vagy az orvosok. Ennek okait három tényezőben kell keresnünk:

- A matematikai statisztika lényegesen könnyebb a matematika többi fejezeténél. Könnyen tanulható, mivel fogalmai és törvényszerűségei szemléletesebbek, kevésbé elvontak más matematikai definíciókhoz és tételekhez képest. Tipikusan alkalmazott tudományterület révén műveléséhez nem szükségesek „különleges" matematikai képességek, voltaképpen felfogható módszerek és képletek gyűjteményeként is. Sikeres alkalmazásához nem kell érteni minden levezetést és módszert, pusztán azt kell megtanulni, mikor, melyik eljárást hogyan és miért kell alkalmazni, és az eredményeket hogyan kell értelmezni.

- Napjainkban a számítógépek elterjedésének köszönhetően sokszor már erre sincs szükség. A korszerű statisztikai programok az adatok ismeretében javaslatot tesznek a felhasználónak az alkalmazandó módszerre – sőt, sokszor önállóan kiválasztják azt. Ezután elvégzik a manuálisan amúgy is követhetetlen mennyiségű számításokat. Mindezek eredményeként szinte matematikai tudás nélkül is alapos, az adott szakmai igényeknek megfelelő elemzések végezhetők el.
- A matematikai statisztika általánosan alkalmazható. A matematika más ágai nemcsak speciális tudásalapot követelnek meg, hanem sajátos, az adott problémáknak megfelelő különböző módszerek kiválasztását, gyakran megalkotását is. Ezzel szemben a matematikai statisztika módszerei általánosak: ugyanazok a módszerek alkalmazhatók a legkülönbözőbb mérnöki feladatokra, a gazdasági modellezésre, a pszichológia, a szociológia, a genetika és a biológia problémáinak megoldására. Ugyanazokat használja a kutató és az is, aki az alkalmazások területén dolgozik. Alkalmazásuknak csak egy feltétele van: a vizsgálatok eredményét közvetlenül számokban kapjuk vagy számokkal fejezzük ki. Ez pedig napjainkra a legtöbb tudományág egzakt fejlődésének feltételévé vált.

MÉRÉSEK A PEDAGÓGIÁBAN

A pedagógiai tevékenységre mindig jellemző volt a mérés. A tanuló teljesítményének megítélése, a záróvizsgán bizonyított felkészültség minősítése, a tanulók tudásának összehasonlítása mindig valamilyen tanulói teljesítmény mérésével történik. Sok pedagógiai iskola ezeknek nem tulajdonít nagy fontosságot, mert úgy tartja, hogy a pedagógiai jelenségek nagyon bonyolultak, összetettek, nem mérhetők, illetve ami mérhető, az nem a lényeg, tehát azt nem is érdemes vizsgálni. E felfogások napjainkig elhúzódó fennmaradását éppúgy erősíti a pedagógiai iskolák nevelésfilozófiai megalapozottsága, mint a pedagógia tudományának hagyományosan „humán” jellege. Éppen napjainkra azonban a rendszertechnika, a kibernetika és segédtudományaik fejlődése olyan szintre jutott, hogy a legbonyolultabb természetes és mesterséges (társadalmi, valamint termelési) rendszerek, az elemi részek és a világegyetem szerkezete, vagy éppen az agy működése is tanulmányozhatóvá vált általuk. Ezek ismeretében tehát már nem lehet arra hivatkozni, hogy a pedagógiai jelenségek komplexebbek lennének például a fenti területek folyamatainál.

Az azonban belátható, hogy a pedagógiai mérések számos speciális elemet rejtenek a többi szakmához viszonyítva. A pedagógus mérései ugyanis:

- mindig tartalmaznak szubjektív elemet;
- a tanuló mért teljesítményében legtöbbször a tanár saját teljesítménye is szerepel;

- a mérések sokszor csak egy tanulócsoporton belül hasonlíthatók össze, mivel
  - egy másik tanulócsoportban eltérhet a tanulók létszáma, összetétele, előképzettsége, tananyaga, tanára, óraszáma, tanítási időpontja stb.;
- egy tanulócsoport statisztikai szempontból kismintát (30–40 főt nem meghaladó számú tanulót) képez;
- a mérések (változatlan kezdeti feltételekkel, azonos körülmények között) ritkán ismételhetők meg;
- a pedagógiai mérések sokszor speciális folyamatjellemzőkkel írhatók le, mivel:
  - sok paraméterük nem számszerűsíthető (ezért különleges szerepe van azok kvantifikálásának, skálázásának),
  - a pedagógiai mérések számszerű értékei sajátos skálán helyezkednek el (például az érdemjegyek speciális tulajdonságaik miatt nem sorolhatók be egyik, a statisztikában elterjedt skálatípusba sem).

A fentiek miatt a pedagógiai kutatás lényeges kérdéseinek látásmódjában a kutatók két nagy csoportra oszthatók:

- A pozitivista (természettudományos, egzakt, pszichometrikus, materialista) irányzat szerint:
  - A valóság objektív, kézzelfogható, önálló darabokra osztható (olyan többváltozós függvényként írható le, amelyben az egyes változók egymástól függetlenül tanulmányozhatók, vagyis érvényesül közöttük a „ceteris paribus”-elv).
  - A kutató képes bizonyos távolságot tartani az általa vizsgált valóságtól, így eredményei, következtetései objektívak.
  - A következtetések általánosíthatók, és ezekre az általánosításokra törekedni kell (vagyis a valóság és a kutató által megvalósítható leképezése homomorf jellegű).
  - A valóság feltárható ok-okozati összefüggések által.
  - A kutatásnak az objektivitás érdekében értékmentesnek kell lennie.
  - A valóság leírható mennyiségi eszközökkel (a marxizmus szerint például „a mennyiségi változások szükségszerűen átcsapnak minőségi változásba, majd az újabb mennyiségi változásokat okoz” – ez a fejlődés lényege).
  - A kutatásokat hipotézisek felállítása előzi meg.
  - A kutatások egzakt („nem heurisztikus, hanem matematikai”) módszereket igényelnek.
  - Az elmélet magasabb rendű a gyakorlatnál (a gyakorlat igazolja az elméletet).
  - A törvényszerűségeknek „laboratóriumi” körülmények között is érvényesülniük kell.
  - A valóság mintavételezéssel mérhető.
  - A kutatás célja a hipotézisek igazolása.

- A naturalista (etnografikus, szociálantropologikus, interpretatív, idealista) irányzat szerint:
  - A valóság szubjektív, többféle, az emberek tudatában létezik és nem kézzelfogható. A kutatás tárgya az egyébként számukra is objektívan létező tárgyak, események és folyamatok értelmezése.
  - A kutató maga is része a valóságnak, ezért nem képes objektív mérésekre. A kutatás tárgya és a kutató hat egymásra.
  - Általános igazságok nincsenek (a valóság és a kutató által megvalósítható leképezése izomorf jellegű).
  - A valóság egyes tényezői kölcsönösen hatnak egymásra, kölcsönösen alakítják egymást.
  - Értékmentes kutatás nem létezik.
  - A valóság elsősorban minőségi módszerekkel írható le.
  - A kutatásokat nem előzhetik meg „prekoncepciók”, azaz hipotézisek.
  - A kutatások holisztikus (teljes, az összességet látó, vagyis „emberi”, „heurisztikus”) módszereket igényelnek.
  - Az elmélet a gyakorlatból (a kutatás eredményeiből) nő ki.
  - A törvényszerűségeknek abban a környezetben kell működniük, ahol az adott folyamat, esemény megvalósul, az adott tárgy elhelyezkedik.
  - A valóság egyedi esetekkel vizsgálható.
  - A kutatás célja a felfedezés, törvényszerűségek megfogalmazása és módosítása.

A két irányzat egyes állításai néha ellentmondanak egymásnak, néha kiegészítik egymást. Emiatt módszereikben is vannak hasonlatosságok, sokszor a két irányzat „békés egymás mellett élését” tapasztaljuk, de időnként egymással ellentétes módszereket alkalmaznak, ellentétes következtetésekre jutnak.

Napjaink természettudományi, társadalomtudományi és műszaki kutatásai mindkét irányzatot részben alátámasztják, részben cáfolják is. A közöttük való választás nem e jegyzet feladata, de azt tudni kell, hogy a rendszermodellezésre irányuló erőfeszítések látásmódjában is tapasztalhatók hasonló eltérések.

A pedagógus munkájában tehát egyaránt alapvető fontosságú a mérések módszertanának, általános elméleti alapjainak és szemléletmódjainak, valamint sajátos gyakorlati fogásainak ismerete.