

# Előszó

A legtöbb egyetemi hallgató a felsőbb matematikából először az analízissel ismerkedik meg, és gyakran előfordul, hogy más területtel nem is találkozik. El kell ismernünk: ha a felsőbb matematikából egyetlen területet kellene kiemelniünk, akkor mi is az analízist mondanánk, amelynek tizenhetedik századi kialakulása a modern matematika kezdetét jelentette, és amely kulcsszerepet játszott a matematika tudományos és technikai alkalmazásában.

Az analízis azonban meglehetősen bonyolult tárgy. Még legalapvetőbb fogalmainak – például a folytonosság vagy a derivált fogalmának – a bevezetése is komoly munkát követel (ami nem csoda, elvégre két évszázadba telt, míg maguk a matematikusok eljutottak a precíz meghatározásokhoz). Ahhoz, hogy az analízis valódi jelentőségét átláthassuk – például részletesen kifejtjük és megértjük valamelyik klasszikus alkalmazását – több év kemény tanulás szükségeltetik.

Aki matematikusnak, számítógéptudósnak vagy mérnöknek készül, kénytelen végigjárni ezt az utat is. Ha azonban a célunk az, hogy magáról a matematikáról, a matematikai módszerek alkalmazhatóságáról, a matematikusok által tanulmányozott problémákról akarunk általános áttekintést adni, akkor előfordulhat, hogy céljainkra a matematika valamely másik ága alkalmasabb lehet.

A matematika alkalmazásának sikertörténetei nem merülnek ki az analízissel. Az egyik legújabb kutatási terület a titkosírás, amely a számelméleten, vagyis a pozitív egész számok (1, 2, 3 . . .) elméletén alapul, és amelyet számítógépes biztonsági rendszerekben vagy az elektronikus banki szolgáltatásokban széles körben alkalmaznak. Az alkalmazott matematika további fontos területei a lineáris programozás, a kódelmélet és a számításelmélet. Azokat a matematikai elméleteket, amelyek ezen alkalmazások alapjául szolgálnak, összefoglaló néven *diszkrét matematikának* nevezzük. (A „diszkrét” szót a „többtől elválasztott” értelemben használjuk, az ellentéte tehát a „folytonos”.)

A könyv célja nem az, hogy teljes mélységében bemutassa a diszkrét matematika minden területét (egy ilyen célkitűzés eleve meglehetősen határozatlan és teljesíthetetlen lenne, amint ez a fenti leírás alapján nyilvánvaló).

Ehelyett néhány eredményt és módszert mutatunk be, többségükben a kombinatorika és a gráfelmélet területéről, de belekóstolunk a számelméletbe, a valószínűségelméletbe és a kombinatorikus geometriába is.

Fontos, hogy belássuk: bizonyítások nélkül a matematika nem matematika. Ha csupán kijelentenénk, hogy bizonyos tények fennállnak anélkül, hogy – legalább – néhány szót ejtenénk arról, hogy miért is állnak fenn, nagyon messzire kerülnénk a matematika szellemétől, és szinte lehetetlen feladat lenne megmutatni, tudományunk miként és miért is működik. Ahol tehát lehetséges, megadjuk a tételek bizonyítását is. Akadnak persze esetek, amikor ez nem lehetséges: sok olyan elemi tény van, amelyet igencsak nehéz belátni, vagy a bizonyításához komoly előképzettség szükségeltetik. Ha ilyen eredmények kerülnek szóba, mindig jelezzük, hogy a bizonyítás túlságosan technikai és kívül esik a könyv keretein.

A matematika másik fontos aspektusa a problémamegoldás. Senki nem lesz matematikus anélkül, hogy „be ne piszkítaná a kezét”, és ne próbálná feladatok megoldásában is alkalmazni a tanult fogalmakat. Vannak, akiket ez elriaszt, pedig a legtöbb ember nap mint nap foglalkozik ilyesmivel: aki sakkozik vagy megfejt egy fejtörőt, diszkrét matematikai problémákon töri a fejét. Az olvasónak a legmelegebben ajánljuk, hogy próbáljon meg válaszolni a szövegben feltett kérdésekre és oldja meg a fejezetek végén található feladatokat. Tekintse ezeket afféle fejtörőknek, és ha valamelyik feladat megoldásának alapötletét később egy másik probléma megoldásában éri tetten, biztos lehet abban, hogy a matematika fejlődésének lényegéhez került közel.

Reményeink szerint sikerül megmutatnunk, hogy a matematika olyan építmény, amely korábbi – nem kis részben az ókori görög matematikában is ismert – eredményeken alapul, hogy a matematika élő tudomány, újabb és újabb gondolatokkal és megoldásra váró problémákkal, és hogy a matematika egyfajta művészet, amelyben a gondolatok szépsége legalább olyan fontos, mint a bonyolultságuk vagy az alkalmazhatóságuk.