A. függelék
Néhány további paradoxon

A cím előtti csillag azt jelzi, hogy az illető paradoxonra a B. függelékben még visszatérünk.

Az akasztófa

A helyi törvények szerint mindenkinek, aki be akar lépni a város területére, nyilatkoznia kell arról, hogy mi célból érkezett. Aki igazat mond, beengedik, s amikor kedve tartja, szabadon távozhat. Aki valótlant állít, azt felakasztják. Mi történik vajon azzal az utazóval, aki a jövetele célját firtató kérdésre így felel: „Azért jöttem, hogy felakasszanak."?

Buridan nyolcadik szofizmája

Szókratész, Trója szigetén: „Amit most Platón Athénben mond, hamis." Platón, Athénben, ugyanakkor: „Amit Szókratész most Trója szigetén mond, igaz." L. Buridan, a Hughes (1982) kötetben, 73–9. o.

A jogászmesterség

Prótagórasz, aki jogászmesterséget is tanított, diákjaival a következőképpen állapodott meg: „Csak akkor kell a tandíjat megfizetnetek, ha az első pereteket megnyeritek, de akkor feltétlenül." Egyik tanítványa, Euatholosz ingyenes oktatást követelve beperelte mesterét, ekként okoskodva: „Ha megnyerem a pert, akkor ingyenes az oktatásom, hiszen azért pereskedem. Ha elveszítem, akkor – mivel ez lesz az első perem – a megállapodás értelmében szintén nem kell fizetnem."

Prótagórasz a bíróság előtt így replikázott: „Ha Euatholosznak adtok igazat, akkor megállapodásunk szerint meg kell, hogy fizesse a tandíjat, elvégre ez az első pere. Ha az én javamra ítéltek, akkor pedig azért kell fizetnie, mert az ítélet erre kötelezi."

A megjelölt diák

A tanár öt diákkal közli: mindegyikük hátára egy csillagot fog tűzni, melyek közül az egyik aranyszínű lesz – aki ezt viseli, az lesz a „megjelölt diák". A megjelölt diák, állítja a tanár, nem fogja tudni, hogy ő a megjelölt diák. A diákokat úgy állítja sorba, hogy az ötödik látja mindenkinek a hátát, a negyedik az első háromét stb.

A diákok nem hisznek a tanárnak, ugyanis így okoskodnak:

> Az ötödik diák biztos lehet abban, hogy ő nem lehet tudtán kívül a megjelölt diák, hiszen ha a többiek közül senkinek a hátán nem lát aranyszínű csillagot, akkor biztos lehet abban, hogy az ő hátára van tűzve.
>
> A negyedik diák két következtetést is levonhat: (a) az ötödik nem lehet úgy a megjelölt diák, hogy nem tud róla, továbbá (b) a negyedik (tehát ő maga) sem lehet úgy a megjelölt diák, hogy nem tud róla, elvégre ha ő lenne a megjelölt diák, akkor ez számára nyilvánvaló lenne, annak alapján, hogy az ötödik – az előzőek értelmében – nem lehet úgy a megjelölt diák, hogy nem tud róla, ha viszont ő (tehát a negyedik) lenne, akkor ezt már abból is megállapíthatná, hogy az előtte állók hátán nem lát aranyszínű csillagot.
>
> . . . és így tovább.

Valódi paradoxon? Ha igen, akkor talán a meglepetés-dolgozat egy változata? [Sorensen (1982)]

**A rács*

A következő paradoxonról azt mondják, hogy struktúráját tekintve a meglepetés-dolgozatra hasonlít. Valóban így lenne? Egyáltalán: igazi paradoxon?

A „rács-játék” résztvevőjének bekötik a szemét, s a következő táblázat valamelyik mezőjére állítják.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

A kettős vonal a falat reprezentálja. A játékos kettőt léphet, mindkettőt vagy vízszintes, vagy függőleges irányban. A cél az, hogy megállapítsa, melyik mezőre állítottuk. Megeshet, hogy az illetőnek szerencséje van. Ha például jobbra és lefelé lépve egyaránt falba ütközik, akkor nyugodtan kijelentheti: a 9-es számú mezőn áll. De nem biztos, hogy szerencséje van. Ha például kettőt balra lépve nem érte el a falat, akkor nem tudhatja megmondani, hogy eredetileg a 6-os, a 3-as vagy a 9-es mezőn állt-e.

Tegyük fel, hogy azt állítom: képes vagyok a kedves Olvasót úgy elhelyezni valamelyik mezőre, hogy két lépésből nem tudja megállapítani, hol volt eredetileg. A következő gondolatmenet mintha cáfolná ezt a kijelentést: „Nem lehetek egyik sarokban sem, hiszen akkor – mint az előbb a 9-es példáján láttuk – két lépés alapján eldönthetném, hol vagyok. Ha azonban az 1, a 3, a 7 és a 9 jelű mezőt kizárhatom, akkor a 2, 4, 6 és 8 jelzésűeket is, hiszen ha például egyet fölfelé lépve a falhoz érek, akkor – mivel az 1-es és a 3-as mezőt kizártam –, csak a 2-esen lehetek. Így viszont csak az 5-ös mezőn állhatok – képes vagyok tehát megmondani, hol vagyok, méghozzá egyetlen lépés megtétele nélkül!” L. Sorensen (1982).

**A nehéz kő*

Képes-e egy mindenható lény olyan nehéz követ teremteni, amelyet ő maga sem képes felemelni? Képes, hiszen – mindenható lévén – bármit megtehet. Másrészt viszont nem lehet képes, hiszen ha képes lenne, akkor lenne valami, amire nem képes – ti. megemelni a követ. Ajánlott olvasmányok: Savage (1967), Schrader (1979); a probléma egy változatát tárgyalja Mele és Smith (1988).

Heterologikus

Nevezzünk egy kifejezést heterologikusnak, ha önmagáról nem állítható. Eszerint az ‘ötszótagú’ kifejezés heterologikus, mivel az 'ötszótagú' az ötszótagú

mondat hamis, a 'rövid' viszont nem heterologikus, hiszen a

'rövid' az rövid

mondat igaz. Vajon heterologikus-e a 'heterologikus'?

A definíciót röviden a következő sémával fejezhetjük ki, amelyben a 'heterologikus' kifejezést 'Het' rövidíti:

$$\text{Het}(`\varphi') \leftrightarrow \neg\varphi(`\varphi').$$

Ha itt φ helyébe a 'Het' kifejezést írjuk, ellentmondásra jutunk. Ajánlott olvasmány: Russell (1908), Quine (1966), különösen a Grelling-paradoxonról szóló 4skk. oldalak.

**A tombola*

Képzeljünk el egy tombolát, ahol ezer sorsjegy van, de csak egyetlen nyeremény. Bármelyik sorsjegyről legyen is szó, ésszerű feltételezés, hogy meglehetősen kicsi a valószínűsége annak, hogy az lesz a nyertes. Ésszerű tehát, ha úgy vélekedünk, hogy egyik sorsjegy esetében sem valószínű, hogy éppen az fog nyerni – ésszerű tehát, ha úgy vélekedünk, hogy kicsi a valószínűsége annak, hogy valamelyik sorsjegy nyerni fog.

Az előszó

Tudván, hogy nem vagyunk tévedhetetlenek, ésszerű feltenni, hogy ha könyvet írunk, abba hibák is kerülhetnek. Vannak szerzők, akik ezt könyvük előszavában el is ismerik. Egy komoly író azonban meg van győződve minden egyes mondatának igazságáról. A racionalitás és a szerénység így íróinkat ellentmondásba kényszeríti. L. Makinson (1965).

Még egyszer az előszó

Képzeljük el, hogy egy könyv előszava csupán egyetlen mondatból áll: „E könyvben legalább egy hamis állítás van." Ekkor a könyvben valahol ténylegesen lennie kell egy hamis mondatnak. Ha ugyanis a könyv minden mondata igaz, akkor, amennyiben az előszó igaz, úgy hamis, ha pedig hamis, akkor igaz – ami ellentmondás. L. Prior (1961) 85sk. o.

Az ellenállhatatlan hódító

Valakinek, aki sokáig hiába próbálkozott, azt tanácsolják, hogy tegye föl a következő két kérdést:

1. Ugyanazt válaszolod majd a második kérdésre, mint az elsőre?
2. Velem töltöd az éjszakát?

Ha szíve választottja tartja a szavát, a második kérdésre csak igennel felelhet, függetlenül attól, hogy mit válaszolt az elsőre.

E paradoxont rendkívül szórakoztató módon általánosítja Storer (1961).

Buridan tizedik szofizmája

Képzeljük el a következőket:

A azt gondolja, hogy $2+2=4$.

B azt gondolja, hogy a kutyák hüllők.

C azt gondolja, hogy *A*, *B* és *C* jelenlegi gondolatai közül páratlan számú igaz.

Vajon igaz-e, amit *C* gondol? L. Buridan, a Hughes (1982) kötetben, 85. o., Prior (1961), Burge (1978), 28. o.

A Forrester-paradoxon

Smith meg fogja ölni Jonest. Kötelező érvényű előírás, hogy ha megöli Jonest, akkor gyengéden kell megölnie. Ebből úgy tűnik, az következik, hogy ha Smith megöli Jonest, akkor kötelező, hogy gyengéden kell megölnie. De nem tudja Jonest gyengéden megölni anélkül, hogy meg ne ölné. Ha tehát meg fogja ölni Jonest, akkor egyúttal kötelező is, hogy így tegyen. L. Forrester (1984)

Választás

Valaki, akinek az adott szavában megbízunk, a következőt ígéri: az *A* dobozban – bárhogyan választunk – biztosan lesz 100 dollár; a *B* dobozban 10 000 dollár lesz – de csak akkor, ha irracionálisan választunk. Melyik doboz(oka)t válasszuk? Vö. Gaifman (1983).

A Bertrand-paradoxon

Mi a valószínűsége annak, hogy egy kör véletlenszerűen kiválasztott húrja hosszabb lesz a körbe rajzolható szabályos háromszög oldalánál? A húr lesz a hosszabb, ha felezőpontja a rá merőleges és őt felező sugár belső felére esik: a valószínűség tehát $\frac{1}{2}$. – De: a húr hosszabb lesz, mint a szóban forgó szakasz, ha felezőpontja a fele akkora sugarú koncentrikus kör belsejébe esik. Mivel ez utóbbi kör területe az eredeti kör területének negyede, a valószínűség $\frac{1}{4}$.

**Értelmetlen*

1. sor: Az 1. sorban olvasható mondat értelmetlen.
2. sor: Az 1. sorban olvasható mondat értelmetlen.

Az 'értelmetlen' kifejezés megfelelő interpretációja mellett hajlunk arra, hogy a 2. sorban olvasható mondatot igaznak tartsuk: a mondat, amelyre vonatkozik, kiküszöbölhetetlenül és értelmetlenül körbenforgó, megérdemli, hogy az igazságértékek közti „résbe" hulljon stb. A második sorban álló mondat azonban pontosan ugyanaz a mondat, amelyet – joggal – értelmetlennek nyilvánít.

A példa eredete: Gaifman (1983).

**A forintos játék*

A játékot ketten játsszák. Felváltva kerülnek sorra, mindegyikük vagy egy, vagy két egyforintost vehet el az asztalon lévő kupacból. Amit egy játékos a kupacból elvett, megtarthatja. Ami a játék végén a kupacban marad, mindkettőjük számára elvész. A játék két esetben ér véget: ha már nincs több egyforintos, vagy ha valamelyik játékos egyszerre két érmét vesz el a kupacból.

A paradox konklúzió: ha mindkét játékos racionálisan játszik, és ezt mind magukról, mind a másikról tudják is, akkor az első játékos rögtön az első lépésben két darab egyforintost fog elvenni, s ezzel be is fejezi a játékot. A konklúzió valóban paradox, hiszen úgy véljük, két racionális játékosnak az egész összeget el kellene osztania, hiszen így mindketten jobban járnak. (S ha a racionalitás nem ad útmutatást arra nézve, hogy miként járhatunk jobban, akkor mi értelme van egyáltalán?)

A paradox konklúzió mellett következő érvelés szól. Képzeljük el, hogy már csak két egyforintos van az asztalon, s mi kerülünk sorra. Ha egyet veszünk el, akkor a másik fél is egyet fog elvenni, s a játék véget ér – úgy, hogy csupán egy forintot tehetünk el. Ez számunkra nyilván rosszabb állás, mint ha két érmét vettünk volna el. A játék akkor egyből véget ért volna, de mi két forinttal lettünk volna gazdagabbak, s nem eggyel.

Tegyük most fel, hogy három pénzérme van előttünk. Ha csak egy érmét veszünk el, akkor ellenfelünk előtt kettő marad az asztalon. Tudjuk, hogy ellenfelünk is racionálisan gondolkodik, s az előző gondolatmenet alapján azt is, hogy az ő helyzetében a racionális döntés az, ha mindkét érmét elveszi. Ha tehát a három érméből csak egyet veszünk el, biztosak lehetünk benne, hogy ellenfelünk a maradék kettőt el fogja venni, s a játék úgy ér véget, hogy nekünk csak egy forintunk van. Ha viszont kettőt veszünk el, akkor a játékot két forinttal fejezhetjük be.

Az érvelés visszafelé haladva folytatható, s nem függ attól, hogy hány érme van a kupacban.

L. Hollis és Sugden (1993).

