

Előszó

Erdős Pál gyakran beszélt A Könyvről, amelyben Isten matematikai tételek tökéletes bizonyításait őrzi, G. H. Hardy elméletét követve, miszerint csúnya matematikának nincs tartósan helye a világban. Erdős azt vallotta, hogy egy matematikusnak nem kell hinnie Istenben, de hinnie kell A Könyvben. Néhány éve megkértük, hogy írjon egy első (szerény) közelítést A Könyvről. Lelkes volt, és rá jellemző módon azonnal munkához is látott, hosszú oldalakat teleírva javaslataival. Könyvünknek 1998 márciusában kellett volna napvilágot látnia, Erdős nyolcvanötödik születésnapjára készült ajándéknak szántuk, de ő maga sajnos mégsem szerepel a társszerzők között, mert 1998 nyarán meghalt. Így a könyvet az ő emlékének szenteljük.

Nem tudjuk definiálni vagy jellemezni A Könyvet alkotó bizonyításokat, mindössze példákat kínálunk, melyeket mi válogattunk, remélve, hogy olvasóink osztozni fognak a brilliáns ötletek, okos meglátások és csodálatos megfigyelések iránti lelkesedésünkben. Szintén reméljük, hogy olvasóink – kivitelezésünk tökéletlensége ellenére – élvezni fogják ezeket. Válogatásunkat nagy mértékben befolyásolta Erdős Pál maga. A témák nagy részét ő javasolta, sok bizonyítás egyenesen hozzá vezethető vissza, másokat pedig az ő döbbenetes megérzése ihletett a megfelelő kérdés feltevésére illetve a megfelelő sejtés megfogalmazására. Könyvünk tehát jelentős részben Erdős Pál nézeteit tükrözi, arról, hogy mely bizonyítások tekinthetők A Könyv bizonyításainak.

Válogatásunk egyik korlátozó tényezője volt, hogy mindent elérhetővé szerttünk volna tenni azok számára, akiknek a matematikai tudása csak az egyetemi anyag elemi eszköztárával rendelkezik. Aki rendelkezik egy kevés ismerettel lineáris algebrából, analízisből és számelméletből, és ismer egy szerény adag diszkrét matematikai alapfogalmat és érvelési módszert, az mindent meg fog érteni és élvezni fogja a könyvet.

Sokaknak vagyunk rendkívül hálásak, akik segítettek és támogattak bennünket ebben a munkában – köztük egy szeminárium hallgatóinak, akikkel az első változatot készítettük: Benno Artmannak, Stephan Brandtnek, Stefan Felsnernek, Eli Goodmannak, Torster Heldmannak és Hans Mielkenek. Köszönjük Margrit Barrettnak, Christian Bresslernek, Ewgenij Gawrilownak, Michael Joswignek, Elke Posenak és Jörg Rambaunak a könyv szerkesztéséhez nyújtott technikai segítséget. Köszönettel tartozunk továbbá Tom Trotternek, aki elolvasta a kéziratot az elsőtől az utolsó oldalig, Karl H. Hofmannak csodálatos rajzaiért, mindenek felett pedig magának Erdős Pálnak.

Berlin, 1998. március

Martin Aigner – Günter M. Ziegler



Erdős Pál



„A Könyv”

Előszó a második kiadáshoz

A könyv első kiadását lelkesen fogadták. Együttal szokatlanul sok levelet kaptunk, melyek megjegyzéseket, javításokat és néhány rövidítést tartalmaztak, valamint érdekes javaslatokat más bizonyításokra és új feldolgozandó témákat vetettek fel. (Míg mi *tökéletes* bizonyításokat próbálunk meg közreadni, a kivitelezésünk nem az.)

A második kiadás lehetőséget ad arra, hogy bemutassuk könyvünk újabb változatát, mely három új fejezetet tartalmaz, jelentős átalakításokat és jó-néhány korábbi fejezetben új bizonyításokat, továbbá apró módosításokat és helyreigazításokat, melyek közül sok az érkezett javaslatokon alapul. Hiányzik viszont belőle egy régi fejezet, a „13 gömb problémája” című, melynek bizonyítása, mint kiderült, olyan részleteket igényel, amelyeket nem tudtunk kiegészíteni egy rövid és elegáns bizonyítással.

Köszönjük minden olvasónknak, aki írt és így segített nekünk – köztük Stephan Brandtnak, Jürgen Elstrothnak, Roger Heath-Brownnak, Lee L. Keenernek, Hanfried Lenznek, John Scholesnak, Bernulf Weißbachnak és még sokaknak. Ismételten köszönjük a heidelbergi Springer munkatársá, Ruth Allewelt és Karl-Friedrich Koch, valamint a berlini Christoph Eyrich és Torsten Heldman segítségét és támogatását, akárcsak Karl H. Hofmannak néhány fantasztikus új rajzát.

Berlin, 2000 szeptember

Martin Aigner – Günter M. Ziegler

Előszó a harmadik kiadáshoz

Amikor 1998-ban ennek a könyvnek az első kiadását készítettük, nem is álmodtuk volna, hogy ilyen sikeres vállalkozás lesz, hogy sok nyelvre lefordítják majd, hogy rengeteg lelkes levelet kapunk az olvasóktól tele megannyi csodálatos, javító szándékú javaslattal, illetve új témákkal, amelyek hosszú évekre munkát adnak majd nekünk.

A harmadik kiadás két új fejezettel gazdagodott (Euler partíció-azonosságaival és a kártyakeveréssel), az Euler-sorok három bizonyítása külön fejezetbe került, és számos kiegészítést is tartalmaz, például a racionális számok megszámlálásának Calkin–Wilf–Newman-féle változatát. Előzetesen csak ennyit.

Mindenkinek köszönettel tartozunk, aki az elmúlt öt évben támogatta ezt a vállalkozást, és aki újat hozott a harmadik kiadásba. Köztük David Bevannek, Anders Björnernek, Dietrich Braessnek, John Cosgravenek, Hubert Kalfnak, Günter Pickertnek, Alistair Sinclairnek, Herb Wilfnek.

Berlin, 2003 július

Martin Aigner – Günter M. Ziegler

A magyar kiadás lektorának előszava

Erdős Pál, aki sem vallásos, sem misztikus nem volt, és a világról megalapozott és kiterjedt ismeretekkel rendelkezett, időnként megemlíttette a Transzfinit Könyvet, amiben a matematika minden tétele benne van, még-hozzá legszebb, legrövidebb bizonyításával. Pusztán szóhasználat, jellegzetes Erdősizmus volt tehát, nem is élt vele nagyon gyakran. Erdős, aki fiatalon a reménybeli Olvasóhoz hasonlóan, a Középiskolai Matematikai Lapok feladatmegoldója volt, szerette a frappáns, ügyes bizonyításokat, a váratlan fordulatokat. Lelkesen hallgatta ezeket és amit ezután csinált, még érdekesebb volt: mozgásba hozva kivételes problémafelvető képességeit, sokszor általánosítások, új problémák garmadáját vetette fel. Így lett sokszor egy probléma bizonyításának lezárásából egy (sokszor kiterjedt) új elmélet kiindulópontja.

Az esztétikai élvezeten túl érdekes és tanulságos volt látni, milyen gyorsan integrálta a matematika eszköztárába az új ötleteket, de soha nem felejtette el, hogy egy mégoly rövid, frappáns bizonyítás sem teszi feleslegessé a korábbiakat. Sokszor nem az elemi, ravasz, trükkös bizonyítás az, ami rávilágít a tétel hátterére, ami lehetővé teszi a továbblépést. Az is változhat idővel, mit tanulhatunk egy bizonyításból. Nincs tehát érdekesebb vagy hasznosabb bizonyítás, ahogy nincs értékesebb vagy hasznosabb matematika sem. És mindenekelőtt: egy rövid bizonyítás megtalálásának pillanatára a fáradtságos, keserves munka óráinak ezrei hullanak, dolgozni kell, meg kell ismerni a nagy, nehéz elméleteket, a matematika igazi kincseihez elsősorban unalmas, szürke és hosszú monográfiák tanulmányozása vezet.

A könyv válogatása tükrözi a szerzők személyes ízlését is, és ha az Olvasó olykor egyes esetekben kevésbé osztja a szerzők lelkesedését, a kombinatorikai és kombinatorikus geometriai fejezetekben bőséges kárpótlást kap. Ha külsőségekben nem is, tartalmában hasonló gyűjteményt már kapott kézbe a hazai olvasó: egy orosz és egy magyar feladatgyűjteményt illetve legújában egy cikkgyűjteményt (lásd a könyv végén lévő irodalomjegyzéket, ahol az egyes területeken hozzáférhető hazai szakkönyveit is felsoroltuk). A jelen könyv kivételes erénye frissessége: a régi megoldások mellett igen sok egy-két évtizedes, sőt nem is egyszer mindössze egy-két éves bizonyítás is utat talált ide. Ezért sok újat tanulhatnak belőle a gimnazisták, egyetemisták mellett a professzionális matematikusok is.

Budapest, 2004 január

Komjáth Péter