

Tartalom

0. A gépi számítás jellegzetességei	9
0.1. Az egész számok	9
0.2. A lebegőpontos számok	10
0.3. Lebegőpontos számítás, kerekítés	12
0.4. Kondíciós számok, stabilitás, hibaterjedés	15
0.4.1. Hibák, kondíciós számok, algoritmusok, stabilitás	15
0.4.2. A kivonás hibaanalízise	18
0.4.3. A numerikus differenciálás	19
0.4.4. Másodfokú egyenlet gyökeinek kiszámítása	21
0.4.5. Skalárszorzatok hibája	23
0.4.6. Determinánsok kiszámítása	24
0.4.7. Lineáris regresszió	25
0.5. A számítógépek felépítéséről és a párhuzamos számításról	25
0.6. Összefoglalás	27
0.7. Feladatok	27
1. Lineáris egyenletrendszerek numerikus megoldása	32
1.1. Lineáris egyenletrendszerek eredete	32
1.2. Normák, kondíciós számok, becslések	37
1.3. Gauss-elimináció és LU-felbontás	45
1.3.1. A Gauss-elimináció	45
1.3.2. A Schur-féle komplementer	48
1.3.3. A Gauss-elimináció és az LU-felbontás viszonya	52
1.3.4. Domináns főátlójú mátrixok, M-mátrixok	55

1.3.5.	Algoritmusok, műveletigény	60
1.3.6.	Az LU-felbontás általános mátrixokra, főelem-kiválasztás	63
1.3.7.	Az LU-felbontás stabilitása, hibaanalízise	67
1.3.8.	Direkt módszerek szimmetrikus mátrixokra	73
1.3.9.	Ritkamátrixok	77
1.3.10.	A Gauss–Jordan-algoritmus	86
1.4.	Összefoglalás	87
1.5.	Feladatok	87
1.6.	Lineáris egyenletrendszerek iterációs megoldása	94
1.6.1.	Iterációs vagy direkt módszer?	94
1.6.2.	Iterációs módszerek konvergenciája	96
1.6.3.	Alapvető stacionárius iterációs eljárások	104
1.6.4.	A Gauss–Seidel-iteráció változatai	111
1.6.5.	Az inkomplett LU-felbontás	121
1.6.6.	Az egyszerű iteráció; prekondicionálás	124
1.6.7.	A Csebisev–iteráció	129
1.6.8.	A konjugált gradiens módszer	136
1.7.	Összefoglalás	148
1.8.	Feladatok	149
2.	A legkisebb négyzetek feladata	154
2.1.	Bevezetés	154
2.2.	Legjobb közelítés Banach- és Hilbert-terekben	157
2.3.	A Gauss-féle normálegyenletek	164
2.4.	Ortogonalizációs eljárások, QR-felbontás	166
2.5.	A Householder-féle QR-felbontás	169
2.6.	A szinguláris felbontás	174
2.6.1.	A többértelműen megoldható legkisebb négyzetek feladata	174
2.6.2.	A szinguláris felbontás létezése, struktúrája	174
2.6.3.	Az általánosított inverz mátrix	177
2.7.	További megoldási módszerek a legkisebb négyzetek feladatára .	182
2.7.1.	Szekvenciális és párhuzamos feldolgozás	182
2.7.2.	A Givens-eljárás	184
2.7.3.	Iterációs módszerek	187
2.8.	Összefoglalás	192
2.9.	Feladatok	193
3.	Sajátérték feladatok	200
3.1.	Sajátérték feladatok eredete	200
3.1.1.	Stabilitási problémák	200
3.1.2.	Rezgési és rezonancia problémák	202
3.1.3.	Internetes oldalak rangsorolása	203
3.2.	Elméleti tudnivalók	204
3.2.1.	A sajátértékek és sajátvektorok alapvető tulajdonságai . .	204
3.2.2.	A karakterisztikus polinomról	205

4 Tartalom

3.2.3.	A sajátértékek lokalizációja	206
3.2.4.	Becslések	209
3.3.	A Jacobi–módszer	212
3.3.1.	Leírás, konvergencia	212
3.3.2.	Gyakorlati szempontok	214
3.4.	Vektoriterációk	216
3.4.1.	A hatványmódszer	216
3.4.2.	Az inverz iteráció	219
3.4.3.	Krülov–alterek, Lánczos– és Arnoldi–módszer, GMRES	222
3.5.	A Householder–eljárás	227
3.6.	QR–módszer és változatai; felezési algoritmus	231
3.6.1.	A QR–módszer	231
3.6.2.	A felezési módszer	234
3.7.	További sajátérték feladatok	236
3.7.1.	Általánosabb stabilitási problémákról	236
3.7.2.	Az általánosított sajátérték feladat	237
3.7.3.	Markov–láncok	238
3.8.	Összefoglalás	240
3.9.	Feladatok	240
4.	Interpoláció és approximáció	247
4.1.	Interpolációs feladatok keletkezéséről	247
4.2.	Lagrange–interpoláció	250
4.3.	Folytonos függvények approximációja Bernstein–polinommal	259
4.4.	Az Hermite–féle interpoláció	264
4.5.	Spline interpoláció	267
4.6.	Négyzetes polinomiális közelítések	280
4.7.	Trigonometrikus interpoláció, gyors Fourier–transzformáció	288
4.8.	Ortogonalis polinomok	295
4.9.	Egyenletesen legjobb közelítés	306
4.10.	Többdimenziós interpoláció és approximáció	312
4.10.1.	Sík- és térgörbék interpolációja	312
4.10.2.	Tenzorszorzat interpoláció	315
4.10.3.	Szabálytalanul elhelyezkedő alappontok	317
4.11.	Összefoglalás	321
4.12.	Feladatok	321
5.	Közelítő integrálás	332
5.1.	Motiváció	332
5.2.	Elemi kvadratura képletek	334
5.3.	Kvadratura képletek konvergenciája	334
5.4.	Interpolációs kvadratura képletek	339
5.5.	Összetett kvadratura képletek	342
5.6.	A Romberg–integráció	344
5.7.	Gyakorlati szempontok	348

5.8. Gauss–integráció	351
5.9. Speciális integrandusok kezelése	356
5.10. Lobatto– és Kronrod–integráció	358
5.11. Többdimenziós integrálok kiszámítása	360
5.12. Összefoglalás	365
5.13. Feladatok	366
6. Nemlineáris egyenletek, egyenletrendszerek és szélsőérték feladatok	373
6.1. Motiváció	373
6.2. Gyökök létezéséről és számáról	375
6.3. Felezési módszer, egyszerű iterációk	376
6.4. A Newton–módszer és változatai	378
6.4.1. Leírás, konvergencia	378
6.4.2. Konvergenciarend, lokális konvergencia	380
6.4.3. A Newton–módszer változatai; gyakorlati szempontok	382
6.4.4. Monoton konvergencia	386
6.4.5. Egyenletrendszerek megoldása Newton–módszerrel	388
6.4.6. A Jacobi–mátrix közelítéséről	392
6.4.7. A Broyden–módszer	394
6.4.8. A folytatás módszere	396
6.5. Szélsőérték feladatok	399
6.5.1. Gradiens módszerek	401
6.5.2. Közelítő és kvázi-Newton–eljárások	407
6.5.3. A Gauss–Newton–módszer	412
6.6. További nemlineáris feladatok és megoldási módszerek	420
6.7. Összefoglalás	421
6.8. Feladatok	421
7. Jelölések I	430
8. Irodalom I	433
8.1. Könyvek, folyóiratok	433
8.2. Internet-címek	443
9.1. Címszavak jegyzéke	445
9. Tárgymutató I	445
9.1. Címszavak jegyzéke	445
9.2. Tételek, lemmák jegyzéke	451
9.3. Pseudokódos algoritmusok jegyzéke	453