

9.

Tárgymutató I

9.1. Címszavak jegyzéke

- adaptív integrációs módszer, 350
 Aitken-féle eljárás, 350
 Aitken–Neville-eljárás, 324
 alappontok, 250, 334
 szabálytalanul elhelyezkedő, 317
 algoritmus, 17
 abszolút, ill. relatív kondicionált-
 sága, 17
 stabil, 17
 alulcsordulás, 13
 Amdahl-fele törvény, 26
 Armijo-feltétel, 404
 Arnoldi-módszer, 222
- Banach-tér, 38
 baricentrikus
 koordináták, 320
 becslés
 a-posteriori, 69
 a-priori, 69
 Bernstein-approximáció
 általánosítása, 320
 Bernstein-polinom, 263
 Bessel-egyenlőtlenség, 163
 Bézier-féle
 felület, 321
 görbe, 263, 315
 Bézout-tétel, 375
 BFGS-képlet, 411
- bifurkáció, 399
 BSF-képlet, 411
 B-spline, 287
- Cholesky-felbontás, 73
 Clenshaw-algoritmus, 297
 Csebisev-féle polinomok, 131, 143,
 301, 356
 Csebisev-iteráció, 132
 szemiiterációs, 133
 Csebisev-pontok, 259, 302
- Delaunay-trianguláció, 319
 Δ^2 -transzformáció, 351
 differenciák
 osztott, 253
 differenciálás
 numerikus, 279
 differenciaséma
 osztott, 254
 Dirichlet-felosztás, 319
- elimináció
 szimbolikus, 84
 eljárás
 relaxációs, 111
 epszilon
 gépi (ϵ_1), 12
 erős Wolfe vonalkeresési feltételek,
 404

446 9. Tárgymutató

- érintőformula, 334
- értékes számjegyek (végzetes) eltűnése, 13
- Faber-tétel, 267
- felezési eljárás, 376
 - sajátérték feladat megoldására, 236
- félnorma, 89
- feltöltődés, 78
- Filon-integráció, 358
- fok
 - leképezési, 376
- fokszám, 83
- fokszám algoritmus
 - minimális, 83
- folytatás módszere, 243, 396
- folytonossági modulus, 261
- forgatás, gyors, 185
- Fourier-sor
 - véges, csonkított, 292
- Fourier-transzformáció
 - gyors, 289
- főátló
 - soroként (szigorúan) domináns, 55
- főelem, 54
- főelem-kiválasztás
 - oszloponkénti, 66
 - részleges, 66
 - teljes, 68
- funkcionál
 - minimumhelyei, 376
- funkcionálok, lineáris, 335
- Galjorkin-módszer, 164
- Gauss-elimináció
 - algitmusa, 63
 - rövidített, 80, 85
 - sávós, 79
- Gauss-Jordan-algoritmus, 86
- Gauss-kvadratúrák, 353
- Gauss-Newton-módszer, 414
 - egyszerűsített, 418
- Gauss-Seidel-eljárás
 - szimmetrikus, 118
- Gauss-Seidel-iteráció, 191
- Gersgorin-körök, 207
- Givens- (forgatási) módszer, 184
- globális optimalizálás, 420
- globalizálás, 388
- GMRES-módszer, 222
- gömb
 - vonzási, 381, 388
- gradiens, 399
- gradiens módszer
 - egyszerű, 137, 401
 - konjugált, 139, 188, 406
 - prekondicionált, 145
- Gram-féle polinomok, 300
- Gram-Schmidt-ortogonalizáció, 168
 - módosított, 168
- Hadamard-tétel, 56
- hatékonyság, 18, 425
- Hermite-féle
 - interpolációs feladat, 264
 - általánosítása, 318
 - ortogonális polinomok, 300
- Heron-algoritmus, 387
- Hesse-mátrix, 400
- hiba
 - abszolút, 14
 - approximációs, 338
 - hozott, 15
 - képlet, 338
 - kiindulási, 15
 - relatív, 14
- hibaanalízis
 - direkt, 15
 - inverz, 15
- hibabecslés
 - Auchmuty-féle a-posteriori, 92
- hibaindikátor, 348
- Hilbert-tér, 159
- Horner-séma, 248
- Householder-módszer, 173
 - főoszlopkiválasztásos, 174
- Householder-transzformáció, 169
- húrmódszer, 423

- interpolációs feladat
 - Hermite-féle, 264
 - Lagrange-féle, 250
- interpolációs feltételek, 250
- intervallum-aritmetika, 15
- irány
 - konjugált, 137
 - leereszkedési, 401
- iteráció
 - befejezése, 390
 - Csebisev-, 132
 - egyszerű, 124, 377
 - háromréteges, 133
 - inverz, 221
 - Richardson-, 132
 - többszintes, 146
- iterációs eljárás
 - általános kétréteges, 104
 - indefinit szimmetrikus mátrixra, 130
- Jacobi-féle polinomok, 301, 356
- Jacobi-iteráció
 - csillapított, 124
- Jordan-alak, 205
- Kantorovics-tétel, 380
- karakterisztika, 11
- karakterisztikus polinom, 204
- képlethiba, 338
- kiegyszerűsödes, 14
- kollokáció
 - ortogonális, 328
- kondíciós szám, 43, 179
- kontrakció, 98
- konvergencia ráta, 98
- konvergens
 - globálisan, 377
 - globalisan monoton, 388
 - köbösen, 220
 - lineárisan, 98, 377
 - lokálisan, 380
 - másodrendben, 380
 - monoton módon, 383
 - négyzetesen, 380
- konvex
 - egyenletesen, 160, 402
 - szigorúan, 159
- koordinátánkénti minimalizálás, 427
- közelítés
 - másodfokú, 390, 405
- középpont szabály, 334
- Krülov-altér, 222
- Kronrod-integráció, 359
- Krylov-módszer, 241
- kubátúra képlet, 360
- kvadratúra képlet, 334
 - rendje, 338
- kvázi-Newton-egyenlet, 394, 410
- Lagrange-féle
 - interpolációs feladat, 250
 - interpoláció polinom optimalizálása, 304
- Laguerre-féle polinomok, 330
- Laguerre-módszer, 381
- LDL^T -felbontás
 - szimmetrikus pozitív definit mátrixokra, 77
- leereszkedés módszere, 401
 - legmeredekebb, 137, 401
- leereszkedési kritérium
 - egyszerű, 401
 - erősített, 403
- Legendre-féle polinomok, 300
- leképezés fixpontjai, 97, 375
- lépéstávolság, 250
 - ekvidisztáns, 250
- lineáris funkcionálok, 335
- lineáris operátorok, 335
- Lipschitz-állandó, 16
- Lipschitz-folytonos, 16
- Lobatto-integráció, 358
- LU-felbontás, 53
 - inkomplett, 121
- mantissza, 11
- maradékvektor, 68
- Markowitz-költség, 83
- mátrix

- alsó háromszög, 53
- általánosított inverz (Moore–Penrose-féle), 103, 166, 178
- fél sávszélessége, 78
- felső háromszög, 52
- forogtási, 184
- Gram-féle, 161
- hermitikus, 40
- Hesse-, 400
- Hessenberg–alakja, 224, 228, 395
- inerciája, 234
- inverz
 - kiszámítása, 62
- irreducibilis, 239
- iterációs, 94
- kísérő, 152
- kompakt tárolása, 84
- kondíciós szám, 43
- normális, 205
- ortogonális, 41
- prekondicionálási, 104, 121, 127, 129, 145, 147
- reguláris felbontása, 107
- ritka, 37, 77
- rosszul kondicionált, 44
- sávós, 36
 - tridiagonális, 36
- Schur-alakja, 205
- stabil, 208, 334
- strukturálisan szimmetrikus, 83
- szimmetrikus része, 51
- sztochasztikus, 245
- tridiagonális, 79
- tükrözési, 170
- unitér, 205
- valószínű pozitív definit, 51
- mátrixfüggvény, 325
- mátrixnorma, indukált, 38
- mátrix
 - profilja, 92
- megbízhatóság, 18
- megoldás
 - iterációs, 37
- minimalizálás
 - koordinátánkénti, 427
- M-mátrix, 57
- módszer
 - felezési (sajátérték feladat megoldására), 236
 - folytatásos, 243
- modulus
 - folytonossági, 261
- Monte Carlo módszerek, 365, 439, 442
- Müller-módszer, 381
- műveletigény, 17
- Neumann-sor, 58
- Newton–Cotes-féle kvadratúra képletek, 340
- Newton-féle
 - azonosság, 257
 - interpolációs polinom, 252
- Newton-interpoláció
 - általánosítása, 317
- Newton-módszer
 - csillapított, 383
 - diszkrétizált, 392
 - egyszerűsített, 423
- normálegyenlet(ek)
 - Gauss-féle, 165
- NURBS, 288
- operátorok, lineáris, 335
- oszlopösszeg norma, 39
- összeadási algoritmus, 30
- összetett képlet, 343
- paraméter
 - iterációs, 124
- párhuzamos számítógépek, 26
- Parseval–azonosság, 194
- polinom
 - karakterisztikus, 204
 - nullától legkevésbé eltérő, 302
 - ortogonális, 281
- pont, stacionárius, 194, 400
- pozitív definit, 40
- pozitív szemidefinit, 40

- prediktor- (javaslattevő) képlet, 399
 PSB-képlet, 411
- Q-rend, 386
 QR-módszer, 231
 eltolásos, 233
- Radau-integráció, 358
 Radon-képlet, 429
 Radon-képlet, 372
 rang, numerikus, 181
 Rayleigh-hányados, 217
 Rayleigh-hányados, 194
 Rayleigh-Ritz-eljárás, 244
 regresszió
 diszkrét polinomiális, 280
 lineáris, 282
 regularizációs eljárás, 181, 418
 Remez-eljárás, 310
 Richardson-
 extrapoláció, 347
 iteráció, 132
 Ritz-Galjorkin-módszer, 164
 Ritz-módszer, 164
 Romberg-integráció, 347
 R-rend, 386
- sajátérték feladat
 általánosított, 237
 standard alakú, 201
 teljes, 201
 sajátértékek
 eltolása, 218
 Schur-féle komplementer, 50
 Shephard-módszer, 318
 Sherman-Morrison-képlet, 425
 Simpson-formula, 334, 364
 skalárszorzat, 159
 skálázás, 44
 SOR-módszer, 111, 191
 sorösszeg norma, 39
 sorozat
 minimalizáló, 401
 szigorúan gradiensszerű, 403
 szigorúan leereszkedési, 403
- spektrálisan ekvivalens mátrixok, 128
 spektrálsugar, 41
 spline, 268
 bázisa, 286
 harmadfokú, 283
 periodikus, 314
 simító, 283
 teljes, 272
 természetes, 276
 spline integráció, 357
 spline interpoláció, 268
 standard függvények, 22
 Steffensen-módszer, 424
 Sturm-sorozat, 299
 súlyfüggvény, 296
 súlyok, 334
 súlyos kiegyesítség, 13
 szelőmódszer, 384
 szinguláris értékek, 176
 szinguláris felbontás, 175
 csonkított, 180
 szinthalmaz, 402
- tárigény, 18
 téglalap szabály, 340
 tenzorszorzat
 integráció, 361
 interpoláció, 316
 tér
 lineáris, 37
 lineáris normált, 37
 Thiessen-felosztás, 319
 többértelmű megoldás lehetősége, 391
 trapézformula, 334
 tridiagonális algoritmus, 80, 85
 túlszordulás, 10, 13
- utóiteráció, 72
- végeelem interpoláció, 319
 lineáris, 319
 vektor-számítógépek, 27
 visszahelyettesítés, 46
 von Mises-módszer, 216
 Voronoi-felosztás, 319

450 9. Tárgymutató

Wielandt-eljárás, 219

Zincenko-eljárás, 425

9.2. Tételek, lemmák jegyzéke

1.1. Lemma (valós mátrix euklideszi normája)	40
1.2. Lemma (perturbált mátrix regularitása)	44
1.3. Tétel (Gauss–elimináció végrehajthatósága)	47
1.4. Lemma (Schur-féle komplementer létezése és jellemzése)	50
1.5. Tétel (Gauss–elimináció végrehajthatóságának egy elégséges feltétele)	52
1.6. Tétel (Gauss–elimináció domináns főátlójú mátrix esetén)	55
1.7. Lemma (M-mátrix tulajdonságai)	57
1.8. Lemma (M-mátrix inverzének becslése)	58
1.9. Tétel (Gauss–elimináció M-mátrix esetén)	59
1.10. Tétel (általános mátrix LU-felbontása)	63
1.11. Lemma (főelemkiválasztásos LU-felbontás stabilitása)	67
1.12. Tétel (LU-felbontás és a kerekítési hibák)	71
1.13. Lemma (szimmetrikus és pozitív definit mátrix LDU-felbontása)	73
1.14. Tétel (Cholesky–felbontás létezése)	73
1.15. Lemma (sávszélesség megmaradása)	78
1.16. Tétel (rövidített Gauss–elimináció stabilitása)	80
1.17. Tétel (Banach-féle fixpont tétel)	97
1.18. Tétel (stacionárius iterációk szükséges és elégséges konvergencia feltétele)	99
1.19. Tétel (Jacobi– és Gauss–Seidel-iterációk konvergenciája)	105
1.20. Lemma (reguláris felbontás létezése)	107
1.21. Tétel (M-mátrixok reguláris felbontása)	108
1.22. Lemma (Kahan; SOR-módszer szükséges konvergencia feltétele)	111
1.23. Tétel (SOR-módszer konvergenciája)	112
1.24. Lemma (2 Jacobi-lépés \cong 1 Gauss–Seidel-lépés speciális mátrixosztályban)	117
1.25. Tétel (relaxációs módszer konvergenciája M-mátrix esetén)	118
1.26. Lemma (mátrix szimmetrikus és pozitív definit négyzetgyöke)	119
1.27. Tétel (szimmetrikus Gauss–Seidel-eljárás konvergenciája)	119
1.28. Tétel (inkomplett felbontás létezése, regularitása)	121
1.29. Tétel (egyszerű iteráció optimális paramétere)	125
1.30. Lemma (prekondicionált egyszerű iteráció kontrakciószáma)	127
1.31. Tétel (szemiiterációs Csebisev-eljárás konvergenciája)	133
1.32. Tétel (konjugált gradiens módszer tulajdonságai)	138
2.1. Tétel (legjobb közelítés létezése)	158
2.2. Lemma (Hilbert-tér szigorú konvexitása)	159
2.3. Tétel (legjobb közelítés unicitása)	160
2.4. Tétel (legjobb közelítés jellemzése)	160
2.5. Lemma (Gram-féle mátrix tulajdonságai)	161

2.6. Lemma (legjobb közelítés operátora)	162
2.7. Tétel (szinguláris felbontás)	175
2.8. Tétel (relaxációs eljárás legkisebb négyzetek feladatának megoldására)	191
3.1. Tétel (Gersgorin; sajátértékek lokalizációja)	207
3.2. Tétel (negatív M-mátrixok stabilitása)	209
3.3. Lemma (Bauer–Fike; perturbált mátrix sajátértékei)	209
3.4. Tétel (sajátértékek hibabecslése)	210
3.5. Tétel (sajátvektorok hibabecslése)	211
3.6. Tétel (Jacobi–módszer konvergenciája)	214
3.7. Tétel (hatványmódszer konvergenciája)	216
3.8. Tétel (inverz iteráció konvergenciája)	219
3.9. Tétel (QR-módszer konvergenciája)	232
3.10. Tétel (Sylvester; az inercia megmaradása)	234
4.1. Tétel (Lagrange-féle interpolációs polinom létezése, unicitása)	250
4.2. Lemma (az osztott differenciák tulajdonságai)	253
4.3. Tétel (Lagrange-féle polinom approximációs hibája)	256
4.3a. Következmény (osztott differenciák középpérték tétele)	257
4.4. Tétel (Weierstrass; folytonos függvény polinomiális approximációja)	259
4.5. Lemma (Bernstein–polinom tulajdonságai)	263
4.6. Tétel (Hermite-féle interpolációs polinom létezése, unicitása)	264
4.7. Lemma (teljes spline ortogonalitási tulajdonsága)	272
4.8. Tétel (teljes spline extrémális tulajdonsága)	275
4.9. Lemma (teljes spline 2. deriváltjának hibabecslése)	276
4.10. Tétel (harmadfokú spline approximációs hibája)	278
4.11. Lemma (ortogonális polinomok mint bázis)	296
4.12. Tétel (háromtagú rekurzió)	297
4.13. Tétel (ortogonális polinomok gyökei, 1)	298
4.14. Tétel (ortogonális polinomok gyökei, 2)	298
4.15. Tétel (legkevésbé nullától eltérő polinom)	303
4.16. Tétel (de la Valée-Poussin; alsó határ)	306
4.17. Tétel (Csebisev; szükséges és elégséges feltétel)	307
4.18. Tétel (egyenletesen legjobb közelítés unicitása)	309
4.19. Tétel (lineáris végeselem interpoláció hibája)	320
5.1. Tétel (kvadratura képletek szükséges és elégséges konvergencia feltétele)	335
5.2. Tétel (Banach–Steinhaus; konvergens operátor sorozatok korlátossága)	336
5.3. Tétel (Pólya; kvadratura képletek elégséges konvergencia feltétele)	337
5.4. Tétel (Sztyeklov; kvadratura képletek elégséges konvergencia feltétele)	337

9.3. Pszeudokódos algoritmusok jegyzéke 453

5.5. Tétel (összetett kvadratúra képletek konvergenciája)	344
5.6. Tétel (Euler–MacLaurin-formula)	344
5.7. Tétel (Gauss–kvadratúra képletek tulajdonságai)	353
5.8. Tétel (Gauss–képletek hibabecslése)	354
5.9. Tétel (tenzorszorzat integráció hibája)	361
6.1. Tétel (Newton–módszer konvergenciája)	378
6.2. Tétel (szelőmódszer konvergenciája)	385
6.3. Tétel (Newton–módszer monoton konvergenciája)	386
6.4. Tétel (folytatásos módszer elégséges konvergencia feltétele)	397
6.5. Lemma (konvex függvény minimuma)	402
6.6. Tétel (leereszkedési sorozat konvergenciája)	403
6.7. Tétel (konjugált gradiens módszer konvergenciája nemlineáris esetben)	406
6.8. Lemma (Broyden–mátrix inverze, LL^T -felbontása)	410
6.9. Tétel (Gauss–Newton–módszer konvergenciája)	415

9.3. Pszeudokódos algoritmusok jegyzéke

Aitken–Neville-algoritmus	324
Clenshaw–algoritmus	297
Felezési módszer (sajátértékek kiszámítására)	235
(gyökök meghatározására)	376
Gauss–elimináció (LU-felbontás)	63
rövidített	85
Gauss–Jordan-algoritmus	86
Gauss–Newton–módszer egyszerűsített algoritmus	418
GMRES–módszer alap-algoritmus	224
Gradiens módszer, konjugált	140
nemlineáris esetben	406
prekondicionált	145
Gram–Schmidt-ortogonalizáció, modifikált	168
Horner–séma	248
Interpolációs polinom behelyettesítési értéke	255
Inverz iteráció	221
Lagrange-féle polinom kifejtett alakja Newton–alakból	255
Nemlineáris rendszer megoldásának elvi algoritmus	421
Newton–módszer, csillapított	389
Összeadási algoritmus	30
QR-felbontás Householder–módszerrel	173
Relaxációs módszer (SOR-iteráció) egy lépése	121
Romberg–integráció	347

454 9. Tárgymutató

Simpson–integráció kétdimenziós esetben	364
Spline bázisának konstruálása	287
Szimmetrikus egyenletrendszer megoldása LDL^T -felbontással	77
Tridiagonális algoritmus	85