7.

Jelölések I

A következőkben felsoroljuk a standard jelöléseinket. A könyv egyes helyein ettől eltérő elnevezések is előfordulhatnak.

Vektorok:

$x = (x_1, \ldots, x_n)$ sorvektor;

$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ oszlopvektor;

$\{x^{(m)}\}$, $\{x^m\}$, ill. $\{x_m\}$ vektorsorozat, m-edik tagjának i-edik komponense: $x_i^{(m)}$.

A $\sum_i \lambda_i v^i$ összegben a λ_i-k számok, a v^i-k vektorok.

Ha $\{v^i\}$ vektorsorozat, akkor $\mathrm{span}\{v^i\}$ az általuk felfeszített lineáris tér.

Mátrixok:

mátrix,	oszlopai,	elemei;	egységmátrix,	koordináta-egységvektorok	Kronekker-szimbólumok
$A =$	$(a_1, a_2, \ldots, a_n) =$	(a_{ij});	$I =$	$(e_1, \ldots, e_n) =$	(δ_{ij});

I_n-et akkor írunk, ha azt hangsúlyozzuk, hogy az $n \times n$-es egységmátrixról van szó;

transzponált mátrix: $A^T = (a_{ji})$; konjugált és transzponált mátrix: $A^* = (\bar{a}_{ji})$; inverz mátrix: A^{-1}; transzponált és inverz mátrix: A^{-T}.

$\{A_m\}$ mátrixsorozat:

$$A_m = (a_1^{(m)}, \ldots, a_n^{(m)}) = (a_{ij}^{(m)});$$

diagonális mátrix:

$$D := \mathrm{diag}(d_i) = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & 0 & d_n \end{pmatrix};$$

tridiagonális (más néven kontinuáns) mátrix:

$$\mathrm{tridiag}(a_i, b_i, c_i) = \begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & . & . & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & . & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & . & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & . & . & 0 & a_n & b_n \end{pmatrix}.$$

A helyzettől függően 0 lehet a szám, vagy vektor vagy mátrix (téglalap alakú is).

Az $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mátrix sajátértékei $\lambda_k(A)$, (röviden: λ_k), $k = 1, \ldots, n$. Amennyiben minden sajátérték valós, akkor a legkisebb $\lambda_{\min}$, a legnagyobb $\lambda_{\max}$.

Az A mátrix magtere $N(A)$, tehát $x \in N(A) \Rightarrow Ax = 0$.

Az $a \ll b$ jelöléssel kifejezzük azt, hogy a pozitív a és b számok között nagyságrendbeli különbség van, pl. $a = 0.01$, $b = 1$.

Legyen $x_0 \in \mathbb{R}^n$ és δ nemnegatív szám; ekkor $\mathcal{G}(x_0, \delta) := \{x \in \mathbb{R}^n, \|x - x_0\| \leq \delta\}$ az x_0 középpontú, δ sugarú gömb; ehelyett néha $G(x_0, \delta)$-t is írunk.

Ha az $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ függvény minimumát keressük a $D \subset \mathbb{R}^n$ halmazon, akkor ezt a következőképpen jelöljük:

$$f(x) \to \min_{x\in D}!$$

Legyen az f függvény a D halmazon definiált és ott k-szor $(k \geq 0)$ folytonosan deriválható. Ekkor

$$M_k := \max_{x\in D} |f^{(k)}(x)|.$$

Algoritmusok:

Az algoritmusok leírására olyan jelöléseket használunk, amelyek remélhetőleg mindenféle magyarázat nélkül is érthetőek:

Ciklusok: $i := 1(1)n$ [ciklusmag]$_i$

Amennyiben itt $n \leq 0$, a ciklus üres (nem lépünk be egyáltalán).

Tesztek: ? $a < b$? [utasítások]

Ha igaz a teszt, akkor kerülnek feldolgozására az utána következő, zárójelekbe zárt utasítások.

Ugrások: $\to 2$.

Ez jelöli az ugrást a 2. utasításhoz.

Egyébként szöveg vagy tetszőleges matematikai képletek is alkalmazhatók, a világosság kedvéért gyakran szorzási jel gyanánt $*$ szerepel; ha több utasítást akarunk írni egy sorba, akkor vesszővel választjuk el ezeket egymástól; a kommentárokat az utasításoktól jobbra írjuk.

Így az x vektor páros pozitív komponenseiből képzett összeg négyzetgyökének a kiszámítását a következő algoritmussal írhatjuk le (ahol $\left[\frac{n}{2}\right]$ az $\frac{n}{2}$ egész része).

Adott $n \geq 1$ és $x = (x_1, \ldots, x_n)$.

1. $s := 0$
2. $i := 2(2)n$ [? $x_i > 0$? $[s := s + x_i]]_i$ (ehelyett $s := \sum_{i=1}^{[\frac{n}{2}]} \max(0, x_{2i})$ is írható)
3. $s := \sqrt{s}$, stop [eredmény: s]