

E könyv előszavát Rényi Alfréd maga szándékozott megírni, de ebben megakadályozta a váratlan, korai halál. Mi, szerzőtársai itt is kifejezzük e tragikus esemény felett érzett megrendülésiünket, és hangsúlyozzuk azt a nagy veszteséget, amely a magyar valószínűségszámítási iskolát érte azáltal, hogy elvesztette páratlan vezetőjét.

Előszó a negyedik kiadáshoz

Közel 20 év telt el azóta, hogy a megelőző kiadás napvilágot látott. Ez idő alatt a valószínűségi számítás egyetemeken oktató tanárok egyre jobban megéreztek a példatár hiányát, amelyet mindenféle szükségmegoldásokkal csak részben tudtunk enyhíteni. Ezért merült fel bennünk az az ötlet, hogy a Tankönyvpályázat támogatásával – javított, aktualizált formában – újra megjelentessük a könyvet. Ezt mindenképpen indokolja, hogy az utóbbi 20 évben ugyan több valószínűségi számítási témájú tankönyv is megjelent, de a jelen példatárat egyik sem tudja maradéktalanul pótolni sem a lefedett anyag mennyiségét, sem a tárgyalt példák minőségét illetően.

Biztosak vagyunk abban, hogy a feladatgyűjtemény ismét ugyanolyan hasznos kiegészítője lesz a valószínűségi számítás oktatásának, mint amilyen korábban is volt. A feladatgyűjtemény magában foglalja az egyetemek, főiskolák alapképzésében oktatott valószínűségi számítás legtöbb fejezetét és nagy előnye, hogy a téma iránt mélyebben érdeklődők is számos érdekes feladatot találnak benne. Több, más tankönyvekben tételként szereplő állítást példák, szükség esetén egymásra épülő példasorok formájában dolgoz fel a példatár, mely így a leendő kutatók számára is fontos metodikai segédeszköz lehet.

A mostani kiadásban a modern nemzetközi szakirodalomban általánosan elfogadott jelölésrendszert alkalmazzuk, kijavítottuk a korábbi kiadás néhány apróbb hibáját, törekedtünk az eredmények számszerű megadására, valamint az irodalomjegyzéket is aktualizáltuk.

Móri Tamás, Zempléni András

A feladatgyűjteményről

Matematikát tanulni anélkül, hogy feladatokon, problémákon is gondolkodnánk, keveset ér. A feladatok nemcsak új oldalakról világítják meg, és egyúttal mélyítik is fogalmainkat, valamint azokról szerzett ismereteinket, hanem megoldásuk során azt is ellenőrizhetjük, hogy fogalmaink, ismereteink helyesek-e. A feladatok megoldása fejleszti szemléletünket, hozzásegít ahhoz, hogy „érezzük” a megtanult anyagot, és ami szintén igen fontos, kialakítja és fejleszti az önálló munkára, a problémamegoldó gondolkodásra való készségünket. A feladatok bevezethetnek a nyert ismeretek alkalmazásaiba is.

A legtöbb matematikai tankönyv tartalmaz feladatokat is. Általában azonban ezek kifejezetten csak gyakorló jellegűek, kisszámúak, és megoldás nélkül szerepelnek. A magyar nyelven megjelent valószínűségszámítási tankönyvek aránylag sok feladatot – s nem csak gyakorló jellegűeket – tartalmaznak, mégis az előbbi megállapítások részlegesen azokra is érvényesek.

A fejlett ipari államokban már régebben, az utóbbi években hazánkban is robbanásszerűen előtérbe kerültek a valószínűségszámítás, a sztochasztikus folyamatok és a matematikai statisztika ipari, gazdasági és más tudományokban való alkalmazásai. Szükségképpen egyre több egyetemen és főiskolán oktatják a valószínűségszámítást, sőt számos speciális tanfolyam anyagában is szerepel. A valószínűségszámítás tudományegyetemi oktatása szintén szélesebb körű és mélyebb lett. Oktatását a középiskolákban is bevezették. A mondottak szükségessé tették egy valószínűségszámítási feladatgyűjtemény megírását, s egyúttal azt a feladatot is a szerzők elé tűzték, hogy a gyűjtemény használható legyen a valószínűségszámítást tanulók e széles spektruma számára, akik különböző előismeretekkel, eltérő programok alapján foglalkoznak a matematika ezen fontos ágával.

A szerzők igyekeztek megoldani ezt a feladatot, s ez már nagyrészt meghatározta a feladatgyűjtemény *felépítését*. Célunk volt az is, hogy a feladatgyűjtemény minél önállóbban használható legyen, bár csak a feladatgyűjteményre támaszkodva, nem lehet megtanulni a valószínűségszámítást.

A feladatgyűjtemény első három fejezete a tudományegyetemi valószínűség-számítási előadás anyagához kapcsolódik, a negyedik fejezet egyszerűbb, sztochasztikus folyamatokra vonatkozó feladatokat tartalmaz. A feladatgyűjtemény három fő részből áll: feladatok, útmutatások, megoldások. Mindenütt csak azt az előismeretet feltételezzük, amely elegendő a fogalmak pontos megértéséhez. A könnyebb használhatóság és az egyértelműség kedvéért a feladatgyűjtemény tartalmazza a fontosabb fogalmak definícióit és alapvető tulajdonságait (a szereplő definíciók előfordulási helye megtalálható a könyv végén levő tárgymutatóban). Az ezekkel kapcsolatos részleteket illetően általában és gyakran konkrétan is utalunk az említett magyar nyelvű tankönyvekre. A fogalmak bevezetését egyszerű gyakorló feladatok követik, majd megvilágító, elmélyítő vagy alkalmazásokra, ill. valamely érdekes jelenségre utaló feladatok következnek. A behatóbban érdeklődők számára nehezebb feladatokat is beiktattunk. Ezeknél a Pólya – Szegő-elvet igyekeztünk alkalmazni (l. [41]): a nehéz feladatokat egyszerűbb részfeladatokra bontottuk fel, amelyek fokozatosan közelítenek a nehéz feladat megoldásához. Az áttekinthetőség kedvéért az egyes pontokon belül az összefüggő feladatcsoportokat alcímekkel választottuk el egymástól.

A feladatokra [ill. definícióra (**D**), tételre (**T**)] a fejezet, a pont és a feladat sorszámának megjelölésével hivatkozunk, pl. **1.2.3a**.

A *megoldások* közlésénél természetesen az érthetőségre, de a rövidségre is törekedtünk. Ezért az azonos típusú feladatok közül csak az elsőnek adjuk meg a részletes megoldását. Ha az olvasó nem tud megoldani egy feladatot, amelynek a megoldását a gyűjtemény nem tartalmazza, célszerű, ha visszatér az azt megelőző feladatok megoldásához. Olyan feladatoknál, amelyek megoldásához egy, általában új ötlet segít, ez az ötlet a feladatra vonatkozó útmutatásnál található meg. A feladatok szövege utáni „,” jel azt mutatja, hogy a feladathoz a könyv megfelelő helyén útmutatást is adtunk.

A feladatok jelentős része eredeti, bár sok feladatot vettünk át ismert tankönyvekből, a magyar nyelvű tankönyveken kívül elsősorban *W. Feller* könyvéből ([17]). Ezeket a műveket ajánljuk azoknak is, akik behatóbban kívánnak foglalkozni a valószínűségszámítással. (L. még [30].)

A szerzők köszönetüket fejezik ki *Tusnádny Gábornak*, *Baráti Györgynek* és *Nemetz Tibornak*, akik részt vettek és komoly segítséget nyújtottak a szerzői munkában, továbbá *Révész Pálnak* az igen lelkiismeretes lektori munkáért, *Kászonyi Lászlónak*, *Berkes Istvánnak*, *Székelny Gábornak* és *Szántó Györgynek* a kézirat átnézése során tett észrevételeikért.

Nagy segítséget nyújtana az olvasó, ha az észlelt hibákat, valamint esetleges észrevételeit eljuttatná az ELTE TTK Valószínűség-számítási Tanszékére (e-mail: m2vsz@ludens.elte.hu).

Budapest, 2001. március