

Tél Tamás

Környezeti áramlások

Tél Tamás

Környezeti áramlások

Elméleti alapok, kísérleti
jelenségbemutatók

A könyv a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.



© Tél Tamás, Typotex, Budapest, 2025

Ez a mű a Creative Commons 4.0 Magyarország
Nevezd meg! – Ne add el! – Ne változtasd!
licencfeltételeinek megfelelően felhasználható.



Általános lektor: Tegze György

A kísérleti vonatkozások lektora: Vincze Miklós

ISBN 978 963 493 352 6

A borítón az Egyenlítő mentén zajló áramlások leírásához használt derékszögű koordináta-rendszert szimbolizáló edény látható. A vizsgált folyadéktartomány méretei: H vízmélység, L vízszintes kiterjedés. R_F a Föld sugara, Ω_F a forgási szögsebessége, g a gravitációs gyorsulás.

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!

Újabb kiadványainkról, akcióinkról a www.typotex.hu
és a facebook.com/typotexkiado oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó

Alapította Votisky Zsuzsa, 1989

A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.

Felelős kiadó: Németh Kinga

Felelős szerkesztő: Balázs Péter

Olvasószerkesztő: Erő Zsuzsa

Az ábrákat készítette: Fried Katalin

Tördelés: Juhász Lehel

Borítóterv: Szalay Éva

Tartalom

Bevezetés	13
I. Alapismeretek	17
1. Forgatott homogén közegek áramlása	19
1.1. A Rossby-számról részletesebben	20
1.1.1. Értelmezések	20
1.1.2. Tipikus értékek	21
1.1.3. A Rossby-szám kicsinységének fizikai jelentése	21
1.2. Coriolis-eltérítés	22
1.3. A Coriolis-erő hatása síkbeli mozgásokra	23
1.3.1. Tehetetlenségi körmozgás	24
1.3.2. Állandó külső erő hatása	25
1.4. A hidrodinamikai mozgásegyenletek	27
1.5. A dimenziótlan alak	29
1.6. Dinamikai nyomás	31
1.7. A gyorsan forgatott folyadék	32
1.7.1. Oszlopos áramlás, a Taylor–Proudman-tétel	32
1.7.2. Geosztrofikus áramlás	34
1.8. A kvázi-geosztrofikus közelítés	37
1.9. Tehetetlenségi hullámok	38
1.9.1. Hullámokról általában	38
1.9.2. A tehetetlenségi hullám	40
1.9.3. Fázis- és csoportsebesség	43
2. A sekélység hatása	45
2.1. A forgatott sekély folyadék egyenletei	45
2.2. A dimenziótlan egyenlet	49
2.3. A potenciális örvényesség megmaradása	49
2.4. Gyorsan forgatott sekély folyadék: a geosztrofikus áramlás	51
2.5. Kvázi-geosztrofikus mozgás: a topografikus Rossby-hullám	53
2.5.1. Szemléletes kép	53
2.5.2. Zárt felszínű Rossby-hullám	54
2.5.3. Szabad felszínű Rossby-hullámok	56
2.6. A kvázi-geosztrofikus egyenlet	59
2.7. Tehetetlenségi gravitációhullám vagy Poincaré-hullám	60
2.8. Kelvin-hullámok	63
2.9. Nemlineáris felszíni hullámok, szolitonok	65

3. A görbület hatása	67
3.1. Földrajzi koordináták, a lokális rendszer	68
3.2. Szabad mozgás forgó gömbön	69
3.3. Sekély folyadék a Föld érintősíkjában	72
3.4. f -sík-közelítés	73
3.5. β -sík-közelítése	75
3.6. A Sverdrup-összefüggés	78
3.7. Planetáris Rossby-hullám	79
3.8. Az általános légkörzés zonális áramlásai	82
3.9. Rossby-hullám zonális áramlásban	84
3.10. Hegységrendszer által gerjesztett Rossby-hullám	84
3.10.1. Szemléletes kép	84
3.10.2. Lineáris vizsgálat	85
3.11. Kvázi-geosztrofikus egyenlet a β -síkon	87
4. A viszkozitás hatása	89
4.1. Az Ekman-számról részletesebben	90
4.2. Az Ekman-réteg	91
4.2.1. Szemléletes kép	91
4.2.2. A gyorsan forgatott határeset	92
4.2.3. Peremfeltételek	94
4.3. Az alsó Ekman-réteg	94
4.3.1. A sebességtér	94
4.3.2. Ekman-pumpálás	96
4.3.3. Felpörgetési idő	97
4.4. A felső Ekman-réteg	98
4.4.1. A sebességtér	98
4.4.2. Ekman-transzport	100
4.4.3. Ekman-pumpálás nyírás következtében	102
4.5. Sekélyfolyadék-egyenletek szélnyírással	104
4.6. A szélhajtotta óceán	105
4.6.1. Általános megfontolások, Sverdrup-transzport	105
4.6.2. Egyszerű óceánmodell	106
5. Rétegzett közegek áramlása	111
5.1. Folyadékok rétegzettség	112
5.2. A Brunt-Väisälä-frekvencia	113
5.3. Hidrodinamikai egyenletek kis sűrűségeltérés esetén, a Boussinesq-közelítés	114
5.4. Hidrodinamikai egyenletek függőleges rétegzettség és kis sűrűségeltérés esetén	116
5.5. A dimenziótlan alak, a belső Froude-szám jelentése	117
5.6. Analógia a forgatott homogén folyadékkal	118
5.7. Belső hullám	119
5.7.1. Síkhullámmegoldások	119
5.7.2. Fázis és csoportsebesség	120
5.8. Hegy mögötti hullám	121
5.8.1. Szemléletes magyarázat	121
5.8.2. Lineáris leírás	123
5.9. Belső hullám sekély, folytonosan rétegzett folyadékban, normálmódusok	124
5.9.1. Elemi megfontolások	124
5.9.2. A szabad felszín hatása a normálmódusokra	125

5.10. Kétrétegű közegek	128
5.10.1. Kétrétegű sekélyfolyadék-dinamika	128
5.10.2. Belső hullám két közeg határán	129
5.10.3. Megjegyzések	131
5.11. A redukált sekélyfolyadék-modell	132
5.12. Belső szolitonok	133
5.13. Kelvin–Helmholtz-(KH)-instabilitás	134
5.13.1. Instabilitásokról általában	134
5.13.2. Szemléletes kép a KH-instabilitásról	135
5.13.3. Stabilitásvizsgálat	137
5.14. Termikus konvekció	141
5.14.1. Szemléletes kép	141
5.14.2. Stabilitásvizsgálat	143
5.14.3. Konvekció jóval az első instabilitás után	148
6. A forgatás és rétegzés együttes hatása sekély folyadékra	151
6.1. A forgatott kétrétegű sekély folyadék egyenletei	152
6.2. A kis sűrűségeltérésű és a függőleges rétegzettségű forgatott sekély folyadék egyenletei	153
6.3. Hullámok forgatott kétrétegű sekély folyadékban	154
6.4. Hullámok függőleges rétegzettségű forgatott, sekély folyadékban	157
6.5. Geosztrofikus áramlás kétrétegű sekély folyadékban	158
6.6. Frontok forgatott rendszerben, a Margules-összefüggés	160
6.7. A geosztrofikus egyensúly beállása	163
6.8. Geosztrofikus egyensúly folytonos rétegzettségű sekély folyadékban	164
6.8.1. A termikus áramlás	165
6.9. Kvázi-geosztrofikus egyenlet kétrétegű közegben	167
6.10. Belső Rossby-hullám kétrétegű közegben	168
6.10.1. Szemléletes kép	168
6.10.2. Rossby-hullám a kvázi-geosztrofikus egyenletből	169
6.11. Baroklin instabilitás	170
6.11.1. Szemléletes kép	170
6.11.2. Stabilitásvizsgálat kétrétegű közegben	173
6.11.3. A baroklin instabilitás kísérleti kimutatása	175
6.12. Nem kvázi-geosztrofikus frontok és jetek	179
7. Turbulencia	181
7.1. Az átlagolt hidrodinamikai egyenletek	182
7.2. Turbulens transzportegyütthatók	184
7.3. Logaritmikus sebességprofil	186
7.4. Turbulencia rétegzett közegekben	188
7.5. Teljesen kifejlett (homogén, izotróp) turbulencia	190
7.5.1. Háromdimenziós turbulencia	192
7.5.2. Kétdimenziós turbulencia	195
7.5.3. Geosztrofikus turbulencia	198
7.6. Szennyezések terjedése	200
Utószó az első részhez	205

Összefoglaló táblázatok	207
Áramló közegek fontosabb anyagi paraméterei	207
Dimenziótlan arányszámok	208
Jellegzetes távolságok	209
Közelítések	210
 II. Kiegészítő fejezetek	 211
 8. Forgatott homogén közegek áramlása (folytatás)	 213
8.1. Az örvényvektor egyenlete	213
8.2. A cirkuláció változása	214
8.3. Magnetohidrodinamikai áramlások forgó égitestek belsejében	216
8.3.1. A Maxwell-egyenletek és a magnetohidrodinamikai közelítések	217
8.3.2. Az indukciós egyenlet	218
8.3.3. A hidrodinamikai mozgásegyenlet	219
8.3.4. Geosztrofikus áramlás a magban	220
8.3.5. Tehetetlenségi mágneses hullámok	221
 9. A sekélység hatása (folytatás)	 225
9.1. Kvázi-geosztrofikus dinamika a sekélyfolyadék-egyenletekből	225
9.2. Szolitonok és a KdV-egyenlet	226
9.3. A KdV-egyenlet elemi levezetése	232
9.4. Cnoidális hullám	235
 10. A görbület hatása (folytatás)	 239
10.1. Nyomási koordináták az f - és β -síkon	239
10.2. Domborzati elemek hatása zonális áramlásra	241
10.2.1. Geosztrofikus közelítés	241
10.2.2. Kvázi-geosztrofikus eset	242
10.3. Nyugati peremáramlat ideális folyadékközelítésben	244
10.4. Kétdimenziós áramlások stabilitása, a barotróp instabilitás	247
10.4.1. A stabilitás feltétele	248
10.4.2. Illesztési feltételek	249
10.4.3. Véges rétegben nyírt áramlás	250
10.4.4. Nyírási instabilitás a β -síkon	252
10.5. Egyenlítői dinamika	254
10.5.1. Az egyenlítői β -sík és Rossby-sugár	254
10.5.2. Egyenlítői Kelvin-hullámok	254
10.5.3. Egyenlítői Poincaré–Rossby-hullámok	255
10.6. Gömbi hidrodinamika	258
10.6.1. Gyorsulások gömbi koordinátákban	258
10.6.2. Hidrodinamika forgó gömbön	261
 11. A viszkozitás hatása (folytatás)	 263
11.1. Ekman-transzport az alsó határrétegben	263
11.2. Viharhullámok	264
11.3. Nyugati peremáramlat sűrűlő folyadékban, a Stommel-modell	265
11.4. Az enyhén viszkózus folyadék kvázi-geosztrofikus egyenlete, a Rossby-hullám csillapodása	268

12. Rétegzett közegek áramlása (folytatás)	271
12.1. Belső hullámok törése, elhajlása, inverzió	271
12.2. Állóhullámok, tölengések	274
12.3. Szuperkritikus áramlások	276
12.3.1. Hidraulikus ugrás és torlóhullám (bore)	276
12.3.2. Gravitációs áramlatok, frontok nem forgatott rendszerben	279
12.4. Felületi feszültség hatása instabilitásokra	281
12.5. Kettős diffúziós instabilitás	284
12.5.1. Szemléletes kép	284
12.5.2. Stabilitásvizsgálat	285
12.5.3. Konvekció jóval az első instabilitás után	288
12.6. Az összenyomhatóság jellemzése: potenciális sűrűség és potenciális hőmérséklet	290
13. A forgatás és rétegzés együttes hatása sekély folyadékokra (folytatás)	295
13.1. Az örvényvektor egyenlete és a cirkuláció változása	295
13.2. Óceáni áramlatok gyűrűinek geosztrofikus áramlása	296
13.3. Part menti feláramlások	298
13.4. A kvázi-geosztrofikus egyenlet folytonos rétegzettségű sekély folyadékban	300
13.5. Rossby-hullám folytonos rétegzettség esetén	304
13.5.1. Rossby-hullám zárt rétegben	304
13.5.2. Hegységrendszer által gerjesztett Rossby-hullám	305
13.6. Baroklin instabilitás folytonos rétegzettségű közegben	308
13.7. Baroklin instabilitás a β -síkon	314
14. Turbulencia (folytatás)	317
14.1. Lokális turbulencia: könnyű közegek turbulens áramlása	317
14.1.1. Termikek	317
14.1.2. Turbulens csóvák	319
14.2. A logaritmikus sebességprofil rétegzett közegben	321
14.3. Keveredési rétegek vastagságának változása	322
14.3.1. Nyírt turbulens határréteg	322
14.3.2. Fűtött turbulens határréteg	323
Utószó a második részhez	325
Irodalom	327
Könyvek	327
Szakcikkék egyes fejezetekhez	329
A jelenségbemutató kísérletek listája	333
Név- és tárgymutató	335

Navigare necesse est
(*Hajózni márpedig szükséges*)

Pompeius

*Szüleim és testvérem emlékének,
akikkel együtt hajóztunk az Al-Dunán*

Bevezetés

Környezeti áramlás természetes közegeink, a levegő és a víz nagy anyagmennyiséget érintő mozgása. E jelenségek az emberi léptéknél jóval nagyobb távolságskálán zajlanak amely a több 1000 km-t is elérheti, azaz összemérhetővé válhat a Föld sugarával. Az áramlásokhoz tartozó időskála viszont emberi léptékű: óra, esetleg nap nagyságrendű. Nem kétséges, hogy a környezeti áramlások is a hidrodinamika témaköréhez tartoznak, csak más léptékűek mint a hagyományos (vagy mérnöki) hidrodinamika jelenségei, amelyek kiterjedése méter nagyságrendű.

Történetileg a légkör és az óceánok dinamikájának vizsgálata két külön tudomány, mai nevükön a dinamikus meteorológia és a fizikai oceanográfia keretében kezdődött meg a XX. század elején. A 30-as, 50-es években már alapvető jelentőségű felismerések születtek. Ezekhez feltűnően nagy számú skandináv tudós járult hozzá, részben a sarkkutató expedíciók eredményei által vezérelve. A korai eredmények azonban jelentőségük ellenére nem kerültek be a fizikusi/mérnöki köztudatba. A 60-as években kezdődött meg annak a felismerése, hogy a dinamikus meteorológia és a fizikai oceanográfia között igen erős az átfedés, mert számos fontos jelenség független az áramló közeg anyagi összetételétől. A légkör és a vizek áramlását, és ezek közös vonásait leíró tudomány a geofizikai folyadékdinamika (GFD) nevet kapta, amelyre egyre gyakrabban alkalmazzák a környezeti áramlások fizikája elnevezést is. A leírt jelenségek univerzálisak, azaz más környezetben is előfordulhatnak, így pl. más bolygók légkörében, vagy a Föld köpenyében és magjában.

A hagyományos hidrodinamikával szemben a környezeti hidrodinamika két legfontosabbak új vonása:

- *forgó* rendszerhez kötött, amelyben a mozgásegyenlet a newtoni formában nem érvényes: a leírásban az eltérítő hatású Coriolis-erő jelenléte alapvető,
- *rétegzett* rendszer, amelyben az egyes, közel vízszintes rétegek különböző sűrűségűek.

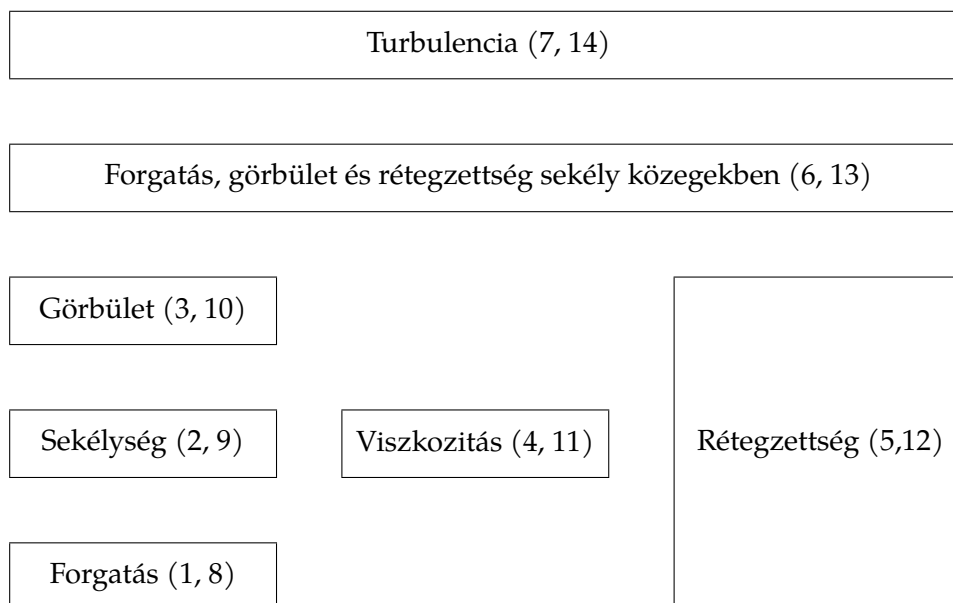
Ehhez járul az is, hogy *sekélyfolyadék* rendszer, amelynek mélysége sokkal kisebb vízszintes méreténél (hiszen a légkör legfontosabb alsó rétege, a troposféra, és az óceánok átlagos vastagsága is csak néhány km), továbbá *gömbi* rendszer, amelyben a Föld görbülete nem hanyagolható el.

A környezeti áramlások számos olyan általános érvényű jelenségre vezetnek, amelyek a hagyományos hidrodinamika alapján elképzelhetetlenek. A nagyskálájú viselkedésről éppen úgy nem lehetnek hétköznapi tapasztalataink, mint a mikrovilágról. Így meglepő tényként érzékeljük például, hogy

- az áramlások nem a nyomáskülönbség irányába, hanem arra közel *merőlegesen* zajlanak,
- a felszín közelében a sebességvektor nemcsak nő, hanem el is *fordul* a magassággal,
- az óceáni áramlatok felett az átlagolt vízfelszín nem vízszintes, hanem enyhén *döntött*,
- a sűrűségkülönbség miatt kívülről láthatatlan rezgések és *belső hullámok* jöhetnek létre,
- az állandó sűrűségű felületek *nem mindig vízszintesek*, velük *felfelé erősödő* áramlás társul,
- erős óceáni áramlatok csakis a medencék *nyugati* pereme mentén alakulnak ki,
- a nemlinearitásból adódó instabilitások nagyskálán a *kétdimenziós* turbulencia felé vezetnek.

A könyv első része („Alapismeretek”) a környezeti áramlásokkal kapcsolatos legfontosabb, és a hagyományos hidrodinamika szempontjából legmeglepőbb jelenségek megértéséhez szükséges háttérrel adja. Mindenütt bemutatunk szám adatokkal alátámasztott becsléseket és konkrét környezeti példákat. Az összefoglaló táblázatokat (anyagi paraméterek, dimenziótlan számok, jellegzetes távolságok, alkalmazott közelítések) kezdettől fogva érdemes fellapozni az olvasás során. A második rész („Kiegészítő fejezetek”) a fő szöveg gondolatmenetét kiegészítő témákat dolgoz fel, a fejezetek címei és témakörei a két részben azonosak.

A könyv a különböző hatások egymásra épülését mutatja be (1. ábra). Az 1. fejezetben a forgatás okozta új vonásokat vizsgáljuk homogén folyadékokban. A 2., majd 4. fejezet bemutatja, hogy a sekélység és a Föld görbülete hogyan befolyásolja a forgatott közeg mozgását. Az általában gyenge, de nem teljesen elhanyagolható viszkozitás (4. fejezet) mindezeket a hatásokat egységesen értelmezhető rendszerbe fogja. A rétegzettség következményeit először (5. fejezet) forgatás nélkül, de a sekélységet figyelembe véve tekintjük át, ezért ez a fejezet az előzőek ismerete nélkül is olvasható. A 6. fejezet egyaránt tekinthető a rétegzett rendszerek forgatása vagy a forgatott rendszerek rétegződése következtében létrejövő jelenségek bemutatásának. E két hatás a környezeti áramlásokban összemérhető. A 7. fejezet a különböző típusú turbulens áramlások kvalitatív áttekintését adja, és kitér a szennyeződésterjedés dinamikájára is.



1. ábra. Az egyes fejezetek anyagának egymásra épülése (alulról felfelé). A számok a témát tárgyaló fejezetek, illetve kiegészítő fejezetek sorszámát adják meg.

Ezen összetett jelenségkör leírása óhatatlanul közelítéseken alapul. Így van ez annak ellenére, hogy a hidrodinamikai egyenletek egzaktul ismertek, de nemlinearitásuk miatt általános megoldásuk reménytelen. A környezeti áramlások fizikája így jó példa egy komplex probléma természettudományos megközelítésére, amely megfigyelésen, a szám adatok ismeretén, egyszerűsített elméleti leíráson, modellalkotáson, a modell érvényességi körének meghatározásán, majd a tapasztalathoz igazodó finomításán alapul.

Alapvető kérdés: lehetséges-e a nagyskálájú környezeti áramlások kísérleti modellezése laboratóriumban? A *dinamikai hasonlóság* törvénye szerint ennek szükséges feltétele az, hogy az egyes hatásokat jellemző dimenziótlan arányszámok azonosak legyenek a valóságos és a laboratóriumi áramlásban. A könyv minden fejezete egy-egy fontos jelenség, és az azzal kapcsolatos

dimenziótlan arányszám köré épül. Kimutatjuk, hogy e számok valóságos értékei forgókádak és sűrűségretegzett közegek (legegyszerűbben sós víz) használatával laboratóriumban is megvalósíthatók: a környezeti áramlások hűen modellezhetők emberi méretekben!

Az áramlástanak ez az ága a XX. század legvégéig *nem szerepelt a magyar fizikusi és mérnöki oktatásban*. A környezettudatosság és interdiszciplinaritás szemléletét követve, az ELTE Fizikai Intézete Horváth Viktor, Jánosi Imre, Szabó K. Gábor, és a szerző javaslatára 1998 őszén létrehozta a Kármán Környezeti Áramlások Laboratóriumot hallgatói mérések és a témával kapcsolatos kísérleti kutatás beindítására.

A könyv első kiadásának tekinthető „Környezeti áramlások” című 2003-as online jegyzet azzal a céllal íródott, hogy a Kármán Laboratóriumba járó különböző szakos hallgatók mind megtalálhassák benne a számukra jól követhető felépítést. 2012-ben megszületett az akkor induló Környezettudományi Doktori Iskola támogatására a Jánosi Imre és a szerző által írt „Bevezetés a környezeti áramlások fizikájába” című [tananyag](#). Ez alapszintű matematikatudású olvasók számára ad áttekintést, gazdag képanyaggal, műhold-felvételekkel illusztrálva, amelyek megtekintése e könyv olvasóinak is ajánlható. Ugyanakkor a legfontosabb fizikai alapegyenletek (kontinuitási, Navier–Stokes-, hődiffúziós egyenlet) egyszerű levezetése is megtalálható a kiadványban.

Mindez lehetőséget ad arra, hogy ebben az átdolgozott kiadásban az anyagot a fizika egy fejezeteként, a hidrodinamika tárgy folytatásaként mutassuk be, azok *elemi ismeretét* feltételezve. Az átdolgozott anyag elsősorban a fizikus, geofizikus és mérnök hallgatók és kutatók igényeihez igazodik, de hasznosnak találhatják az ilyen tárgyalás iránt érdeklődő meteorológus és földtudomány szakos olvasók is.

Az elméleti fizika kísérleti tapasztalatokra épít. Ennek szellemében mindenütt utalunk lehetséges mérésekre, és sok téma kapcsán *kísérleteket* bemutató rövid, szabadon hozzáférhető videók linkjeit is megadjuk, amelyek hűen tükrözik a Kármán Laboratóriumban is megfigyelhető jelenségek körét. A jelenségbemutató videók a szövegben megjelenő QR-kódokra kattintva, vagy azok beolvasásával érhetők el.

A fogalmi tisztasághoz elegendőnek érezzük, hogy e könyvben kizárólag fekete-fehér ábrák szerepeljenek. Az egész anyaggal nem titkolt célunk az is, hogy a fizika szépségét és sokrétűségét bemutassuk egy adott kérdéskörön belül.

Köszönetnyilvánítás

A 2003-as kiadás alapos elolvasásáért és építő, kritikai megjegyzéseikért köszönet illeti Jánosi Imre és Szabó K. Gábor kollégáimat. Az ábrák gondos, körültekintő és jó minőségű megrajzolása Barabás István munkája volt. Az e kiadásra alapuló oktatás kapcsán sok értékes hallgatói javaslat gyűlt össze az évek során, itt Ábel Dániel, Bajkó Ildikó, Czifrik Xénia, Dolowschiák Márk, Fenyvesi Nóra, Hunyadi Viktória, Király Andrea, Kovács István, Labancz Krisztina, Lohner Roland és Vörös Zoltán nevét említjük.

Az új változat előkészítéseként Fehér Szilveszter, Jánosi Dániel és Somogyfoki Réka hallgatókkal 2023 tavaszi szemeszterében alkalmunk volt arra, hogy átbeszéljük, a régi jegyzet első hat fejezetében milyen módosítások szükségesek. Az anyagot később rendkívüli alapossággal átolvasták Herein Mátyás és Weidinger Tamás kollégáim, részletes és értékes megjegyzéseket téve. A szolitonokkal kapcsolatos fejezeteket Bene Gyula és Palla László nézte át kritikusan. A magnetohidrodinamika elemi tárgyalásának és a barotróp instabilitás témájának szükségességét Herein Mátyás, illetve Vincze Miklós vetette fel, és Petrovay Kristóf egészített ki. A környezeti problémákról alkotott képemhez nagyban hozzájárultak a Józsa Jánossal, Károlyi Györggyel, Kiss Ádámmal és Antonello Provenzaléval folytatott beszélgetések, az új kiadás lehetőségét taná-

csokkal is támogatták Patkós András és Rácz Zoltán kollégáim. Köszönet minden segítő tartalmi hozzájárulásért, és külön köszönet Urbán Ferencnek a régi Latex és képi dokumentumok felfrissítéséért.

A demonstrációs kísérletek bemutatásának gondolata Fred Feudellel folytatott beszélgetésben merült fel, aki megosztotta velem a hasonló témájú egyetemi előadásához Potsdamban használt anyagot. Az itt bemutatott gyűjteményt Vincze Miklós nézte át alaposan, és tette teljessé. Vállalta a mérésekhez írott rövid szövegek lektorálását is, a kísérletező szemszögéből.

Nélkülözhetetlen segítséget jelentettek a lektor, Tegze György megjegyzései is, amelyek nagyban hozzájárultak az anyag pontosításához és arányossá tételéhez, értékes demonstrációs kísérletek bemutatását is javasolva.

Köszönet illeti a Typotex Kiadót a szerkesztési folyamat során kapott segítségért, az új ábrák megrajzolásáért, a régiek szépítéséért, és a gondos tördelésért, valamint a Magyar Tudományos Akadémiát a Könyvkiadási pályázat keretében nyújtott anyagi támogatásért.

Záró gondolat: őszinte hálával tartozom a Kármán Laboratóriumot megalapító kollégáimnak a labor kiépítésének örömteli folyamatáért, majd a diákokkal is végzett ottani közös munkákért, az együtt folytatott mérésekért. Különösen sokat tanulhattam a fizikáról és a kísérleti fizikusi hozzáállásról Jánosi Imrétől, akivel a 2000 évek elején sokat dolgozhattam együtt, és aki sajnos már nincs köztünk. Az ő szemléletét követi Vincze Miklós, aki továbbviszi a megkezdett laboratóriumi munkát és hagyományt.

Tél Tamás

I. rész

Alapismeretek

1. fejezet

Forgatott homogén közegek áramlása

Az áramlások vizsgálata során különösen hasznosnak bizonyulnak az ún. dimenziótlan arányszámok, amelyek egy jelenség erősségét mérik valamely másik jelenség erősségéhez viszonyítva. Nagy vagy kis értékük segít eldönteni, hogy a jelenség adott összefüggésben lényeges-e. Az ilyen számok természetesen jelennek meg a mozgásegyenletek dimenziótlanításakor. Ismeretük alapvetően fontos a laboratóriumi modellezhetőség szempontjából: csak olyan áramlás modellezhető hűen mérésekkel, amelynek laboratóriumi dimenziótlan száma jó közelítéssel megegyezik a természetivel.

Minden lényegesen új jelenséghez tartozik egy dimenziótlan szám. Ez a fizika különböző ágai közül talán legtisztábban az áramlástanban figyelhető meg. Az egyes fejezetek ennek megfelelően a tárgyalt jelenséghez tartozó dimenziótlan szám rövid bemutatásával kezdődnek.

A Földön (vagy más forgó égitesten) zajló környezeti áramlás esetén az inerciarendszerben történő leírás helyett természetes az együtt forgó rendszer vizsgálata, hiszen a megfigyelő ebben helyezkedik el. Az előzőben a forgó kontinensek, mint peremfeltételek kezelése sokkal bonyolultabb leírást igényelne, mint a tehetetlenségi erők figyelembevétele. Közülük a Coriolis-erő dominál, amely a vízszintes síkban zajló mozgásokat ebben a síkban eltéríti.

A Coriolis-erő fontosságát az

$$Ro = \frac{U}{2|\Omega|L} \quad (1.1)$$

Rossby-szám méri, amely megadja a hidrodinamikai mozgást okozó eredő erő és a Coriolis-erő viszonyát a függőleges tengely körül állandó Ω szögsebességgel forgatott folyadék U tipikus sebességgel L vízszintes tartományra kiterjedő áramlásában. A Rossby-szám fontosságát C.-G. Rossby (1898–1957) svéd meteorológus, a geofizikai folyadékdinamika egyik megalapozója, a forgatással kapcsolatos sok jelenség első leírója ismerte fel.

A Földre gondolva, az áramlást egyelőre az Északi-sark ($\Omega > 0$) vagy a Déli-sark ($\Omega < 0$) környékére képzeljük, derékszögű koordinátákat használva, viszonylag kis kiterjedésű tartományban (lásd majd 1.6. ábra), vagyis a Föld görbületét nem vesszük figyelembe. Ezzel a választással biztosítjuk, hogy a forgatási szögsebesség nem helyfüggő, éppúgy mint laboratóriumi kísérletekben. A Rossby-szám függetlensége az anyagi paraméterektől (7.1. táblázat) arra utal, hogy a forgatás szerepe egyaránt fontos minden közegben. A Coriolis-erő akkor jelentős, ha a szögsebesség relatíve nagy, vagyis ha a Rossby-szám kicsi.

1.1. A Rossby-számról részletesebben

Tekintsünk egy homogén (azaz nem rétegzett) folyadékot, amelyet időben állandó Ω szögsebességgel forgatunk a függőleges tengely körül. A szögsebesség előjele pozitív, ha a forgatás az óramutató járásával ellentétes irányú. A Föld forgása az északi-féltekéről nézve tehát pozitív szögsebességű. Legyen L az áramlás lineáris mérete a vízszintes síkban, és U az áramlás jellegzetes vízszintes sebességének nagysága az együtt forgó rendszerben. A Rossby-szám több mennyiség hányadosaként is értelmezhető.

1.1.1. Értelmezések

Időn alapuló értelmezés. A t_f forgatási idő arányos a forgatási szögsebesség reciprokával, választható mint¹:

$$t_f = \frac{1}{2|\Omega|}. \quad (1.2)$$

Az áramlás t_h hidrodinamikai idejét úgy becsüljük, mint

$$t_h = \frac{L}{U}. \quad (1.3)$$

Ha ez a t_h sokkal kisebb a t_f forgatási időnél, akkor az áramlást nyilván nem befolyásolja lényegesen a forgás. Ha viszont hosszabb az áramlás ideje, mint a forgatási idő, akkor a forgatás szerepe lényeges az áramlásban. Az (1.1) Rossby-szám tehát a t_f/t_h arányt adja meg:

$$Ro = \frac{\text{forgatási idő}}{\text{hidrodinamikai idő}}. \quad (1.4)$$

Gyorsuláson alapuló értelmezés. A forgatott rendszerben mozgó testek külső erőhatás nélkül is görbült pályán mozognak, hiszen a rendszer „elfordul” alattuk. Az *együtt forgó* megfigyelő a szabad mozgás pályájának görbülését okozó Coriolis-erőt tapasztal. A dinamikára gondolva, a Rossby-szám az a_h hidrodinamikai gyorsulás és a $2U\Omega$ nagyságrendű Coriolis-gyorsulás (pontos alakját majd (1.9) adja) hányadosa. Mivel a_h az áramlási sebesség időbeli változása, becsülhető mint U/t_h , amely a hidrodinamikai idő (1.3) kifejezése alapján $a_h = U^2/L$, és ezzel

$$Ro = \frac{\text{hidrodinamikai gyorsulás}}{\text{Coriolis-gyorsulás}}. \quad (1.5)$$

Örvényességen alapuló értelmezés. Egy áramlást a $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ sebességtérrel jellemzünk, azaz megadjuk a sebességet minden $\mathbf{r}$ pontban és t pillanatban. Ehhez egy $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t)$ örvénytér is tartozik, a sebességtér rotációja ($\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{v}$). Az örvényvektor dimenziója U/L , tehát ez a mennyiség éppúgy frekvencia egységekben mérendő, mint a forgás szögsebessége. Tipikus értéke becsülhető U/L -ként, és ezért írhatjuk, hogy

$$Ro = \frac{\text{átlagos örvényesség}}{2|\Omega|}. \quad (1.6)$$

A Rossby-szám tehát az átlagos örvényesség és a forgatási szögsebesség viszonyát is megadja. Örvénymentes áramlásban a Rossby-szám eltűnik, de a környezeti áramlások általában örvényesek (1.2. fejezet).

¹A nevezőben fellépő 2-es faktort az indokolja, hogy a Coriolis-hatásban a forgatás szögsebessége mindig a 2Ω kombinációban jelenik meg (lásd pl. (1.9)).

1.1.2. Tipikus értékek

A Föld forgásának szögsebessége $\Omega_F = 2\pi/\text{nap}$, a bolygónkon zajló áramlásokra nézve az emberi időskálán univerzális állandó²:

$$\Omega_F = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/s.} \quad (1.7)$$

Ez nagyon alacsony frekvenciának felel meg. Hagyományos, nem forgatott laboratóriumi kísérletekben, ahol a lineáris méret m , a sebesség m/s nagyságrendű, a Rossby-szám 10^4 körüli, azaz ilyenkor a Föld forgásának hatása jogosan hanyagolható el.³

Merőben más a helyzet nagyskálájú földi áramlásokban. Elsőként tekintsünk egy több országnyi kiterjedésű *ciklont*, amelynek mérete vehető $L = 1000$ km-nek. Benne az áramlás sebessége $U = 10$ m/s körüli (ez 36 km/óra sebességű szelet jelent). Ezekkel a paraméterekkel a Rossby-szám becsülhető mint $Ro = U/(2\Omega_F L) = 0,07$.

Egy óceáni példa a nagy áramlatokból, mint pl. a Golf-áramlatból leszakadó *örvények* vagy *gyűrűk* (eddy-k) mozgása, amelyek mintegy $L = 100$ km átmérőjűek, és bennük a kerületi sebesség $U = 1$ m/s $= 3,6$ km/h körüli, ugyanannyi, mint az áramlatok tipikus sebessége (amely körülbelül a Duna áramlási sebességének felel meg). Ezzel $Ro = 0,07$. Az egész óceáni medencékre kiterjedő áramlások jóval lassabbak és egyben nagyobb kiterjedésűek. Jellemző adataik $U = 0,1 - 0,01$ m/s, L több ezer km, ezért a hozzájuk tartozó Rossby-szám kettő-négy nagyságrenddel kisebb. Számos más példa is azt mutatja, hogy a *nagy skálájú környezeti áramlásokban a Rossby-szám egyenél határozottan kisebb*, azaz azokban a forgatás hatása jelentős.

Érdemes röviden megbecsülni a *bolygó légkörök* jellegzetes Rossby-számaikat a 7.2. táblázat adatai alapján. A Vénusz sugara összemérhető a Földével, forgása igen lassú (periódusideje 243 nap), és a felszíni szelek is gyengék. $U = 1$ m/s-mal számolva az $L = 1000$ km-es skálán $Ro \approx 1,7$. A Vénusz felszíni áramlásaiban tehát a forgás nem játszik lényeges szerepet. A Mars sugara a földinek mintegy fele, forgásideje alig hosszabb egy napnál. A tipikus szélesség $U = 30$ m/s, amellyel az $L = 500$ km-es skálán $Ro \approx 0,4$. A Mars esetében már nem hanyagolható el a forgás, de nem az a domináló hatás: az időjárás egyáltalán nem változékony, a marsi szelek időben közel periodikusan ismétlődnek. A Jupiter sugara több mint 10-szerese a Földének, tengelyforgási ideje viszont alig 10 óra. Az áramlások jellegzetes lineáris mérete ezért egy nagyságrenddel nagyobb mint a Földön, $L = 10000$ km körülinek vehető, de a sebességek is nagyobbak, $U = 100$ m/s. Így összességében a Rossby-száma a Föld légkörére jellemzőnél kisebb, $Ro \approx 0,03$, és ennek megfelelően ciklonok és anticiklonok létezhetnek a Jupiter légkörében.

1.1.3. A Rossby-szám kicsinységének fizikai jelentése

Kis Rossby-szám esetén gyorsan forgatott áramlásról van szó. A gyorsaságot azonban nem hétköznapi értelemben kell érteni, hanem az áramlás belső idejéhez képest. A $Ro \ll 1$ feltétel azt jelenti, hogy

$$|\Omega| \gg \frac{U}{L}. \quad (1.8)$$

Első hallásra ellentmondásnak tűnhet, hogy bár a Föld lassan forog, hidrodinamikája mégis egy gyorsan forgatott rendszeré. Laboratóriumban kis Rossby-számot biztosíthatunk, ha például egy $L = 1$ méteres edényt, amelyben az áramlás sebessége $U = 1$ cm/s, percenként 1

²A geofizikai időskálán a forgás lassul, a nap hossza 100 000 év alatt kb 2 s-mal nő.

³Ezért nem a Föld forgása az elsődleges meghatározója a háztartási vízfolyókban megfigyelhető forgásirányának (csak akkor lenne az, ha minden más hatást, pl. a peremekét, egy erre a célra tervezett kísérletben gondosan kiküszöbölénék). Népszerűsítő anyagként lásd: <http://theorphys.elte.hu/fiztan/CoriolisH/>.

fordulattal forgatunk. Ekkor $2|\Omega| = 0,21/\text{s}$, és ezért $Ro = 0,05$. A laboratóriumi szögsebesség több mint ezerszer gyorsabb a Föld szögsebességénél. A látszólagos ellentmondás abban rejlik, hogy nem a laboratóriumi és a földi szögsebességet kell összevetnünk, hiszen az áramlások egyéb adatai is mások. A dinamikai szempontból érvényes (1.8) összehasonlításban a szögsebességet az adott rendszerbeli áramlás karakterisztikus frekvenciájához, U/L -hez viszonyítjuk. Tehát hiába kicsi az Ω_F számértéke (sokkal kisebb a hang frekvenciájánál), mégis sokkal nagyobb a környezeti áramlások jellegzetes frekvenciájánál.

A Bevezetésben említett tulajdonság, miszerint a földi környezeti áramlások időskálái emberi léptékűek, a távolságskálák viszont a méternél jóval hosszabbak, következik a Rossby-szám kicsinységéből és az $U \approx 3,6 \text{ km/h}$, 36 km/h óceáni, illetve légköri áramlási sebességből. (Mivel $1/(2\Omega_F)$ körülbelül 2 óra, $Ro = 0,1$ esetén azt kapjuk, hogy $L/U = 20$ óra, amelyhez $L = 100, 1000 \text{ km}$ nagyságrendű távolság tartozik.)

A Rossby-szám kicsinysége egyszerre jelenti az áramlás lassúságát a forgatás időskáláján (1.4), a hidrodinamikai gyorsulás kicsinységét a Coriolis-gyorsuláshoz képest (1.5), és az örvénység gyengeségét a forgatás szögsebességéhez viszonyítva (1.6).

1.2. Coriolis-eltérítés

Az $\mathbf{F}_C$ Coriolis-erő *merőleges* a forgatott rendszerbeli sebesség irányára, és merőleges a forgástengelyre is, a mozgás sebességének abszolútértékét *nem* változtatja. Vektoriális írásmódban a $\mathbf{v}$ sebességgel mozgó test Coriolis-gyorsulása

$$\mathbf{a}_C = 2\mathbf{v} \times \boldsymbol{\Omega}. \quad (1.9)$$

Az $\boldsymbol{\Omega}$ szögsebesség-vektor a forgástengely irányába esik. A gyorsulás a pillanatnyi sebességtől jobbra mutat pozitív forgatási szögsebesség esetén. Az erő helyett főleg a Coriolis-gyorsulást használjuk, a hidrodinamikai egyenletekben ugyanis az egységnyi tömegre ható erő jelenik meg.⁴

Érdemes elfogadni, hogy a fizikában használatos v_x, v_y, v_z jelölés helyett a geofizikai folyadékdinamikában kerülnek az indexeket, és u -val, v -vel jelölik az x , illetve y irányú két vízszintes sebességkomponenst, míg a függőleges komponens jele w .

A forgástengelyt z irányúnak választva, amikor $\boldsymbol{\Omega} = (0, 0, \Omega)$, a Coriolis-gyorsulás a vízszintes síkba esik:

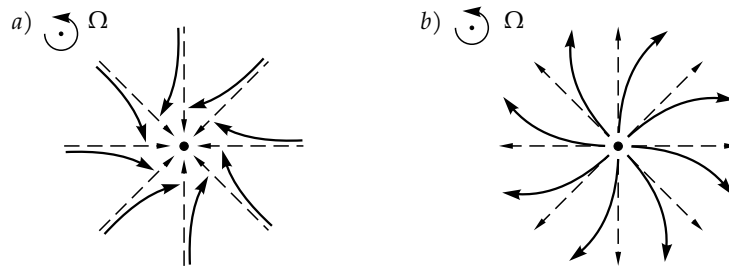
$$\mathbf{a}_C = (2\Omega v, -2\Omega u, 0). \quad (1.10)$$

Az x tengely irányú gyorsulás tehát a sebesség y komponensével, az y irányú pedig az x komponens ellentettjével arányos.

Az áramlások szempontjából a forgatott rendszerek egyik meghatározó hidrodinamikai tulajdonsága, hogy örvényesek, bármilyen függőleges áramlás örvénységet hoz létre. Ha például valamely leáramlás egy adott szinten összefolyást okoz, amely kezdetben a középpont felé irányul, akkor a Coriolis-gyorsulás miatt az eredetileg radiális áramlásban erre merőleges mozgás, forgás, cirkuláció is megjelenik. Jól látszik ez, ha forgatott folyadékba közel függőlegesen festéket fecskendezünk. A felső szinteken összeáramlás történik, amely nem forgatott rendszerben radiális összeáramlást okozna (szaggatott vonalak az 1.1. ábrán), de a forgatás miatt fellépő Coriolis-erő pozitív Ω esetén a folyadékelemeket eltéríti és összességében az óramutató járásával ellentétes, pozitív körüljárású körkörös áramlást ad hozzá a radiálishoz (folytonos vonalak

⁴A 2-es faktortól eltekintve az (1.9) összefüggés megfelel a $\mathbf{B}$ mágneses térben mozgó töltött részecskére ható Lorentz-erő által okozott gyorsulásnak.

az 1.1a ábrán). A festékrendszer becsavarodik. Az alsó felszín elérve a szétterülő áramlás el-
lenkező körüljárású lesz (1.1b. ábra).



1.1. ábra. Forgatott rendszerben történő áramlások alaptulajdonsága. A le-, vagy feláramlás ese-
tén az adott szinten történő össze- vagy szétáramlás nem maradhat sugárirányú a folyadékre-
szecskékre ható Coriolis-erő miatt. Ez a hatás kis Rossby-szám esetén különösen jelentős. Pozitív
forgásirány mellett az összeáramlás pozitív cirkulációt vagy örvényességet hoz létre (a), szét-
áramlás pedig negatív (b).

A hagyományos hidrodinamikának egyik fontos tulajdonsága az áramlások forgási erőssé-
gének, cirkulációjának megmaradása (elhanyagolható viszkozitás esetén). A környezeti áram-
lásokban azonban a cirkuláció megmaradása nem teljesül! Forgatott rendszerben tehát születhet
vagy eltűnhet cirkuláció, annál gyorsabban, minél gyorsabb a forgatás (részletesebben lásd 8.1.,
8.2. fejezet).

Érdekes néhány gondolattal előre tekinteni a Föld sarkaitól távolabb érvényes leírásra,
amelyről részletesen a 4. fejezetben lesz szó. Az időjárásunkat befolyásoló ciklonok és anticik-
lonok elsősorban a közepes szélességeken fordulnak elő. Ciklonokban a levegő feláramlik, a
felszín közelében összeáramlás történik, a magasban (a troposféra felső részén) szétáramlás.
Anticiklonban a magasban összeáramlás, míg a felszín közelében szétáramlás zajlik. Az 1.1. ábra
a) és b) része tekinthető a ciklonok, illetve anticiklonok felszín közeli áramlását mutató ábrának
is az északi féltekén. (A ciklonok felszín közeli felhőzete valóban a 1.1a. ábra nyilaihoz hason-
lő rajzolatot mutat.) Ciklonálisnak a ciklonok felszín közeli forgásirányát nevezzük, amely az
északi féltekén az óramutatóéval ellentétes (pozitív) körüljárású, a délin fordítva.

Fontos előre tudatosítani azt is, hogy a centrifugális erő nemcsak a sarkok közelében hanyag-
olható el, hanem a Föld tetszőleges érintősíkjában is. Ez azért érvényes, mert az érintő az eredő
nehézségi erőre merőleges, amiben benne van a csakis a földrajzi helytől függő centrifugális erő-
nek a gravitációhoz képest gyenge hatása. (A Föld enyhén geoid alakját éppen a centrifugális erő
alakította ki, az érintő ennek a geoidnak az érintője.) Így az érintősíkban zajló mozgások nem
érezik a centrifugális erőt (annak hatását a nehézségi gyorsulás magában foglalja). A környe-
zeti áramlásokban a centrifugális erő nem játszik szerepet. A laboratóriumban ezt a tulajdonságot az
edény olyan lassú forgatásával érhetjük el, amely még nem vezet a felszín jelentős behorpadá-
sára (néhány dm sugarú edényekben percenkénti néhány fordulattal ez elérhető).

1.3. A Coriolis-erő hatása síkbeli mozgásokra

Mielőtt részletesebb hidrodinamikai megfontolásokba kezdenénk, érdemes néhány pontmecha-
nikai problémát áttekinteni, amelyekből utalások nyerhetők a folyadékelemek mozgására is.
Az Ω szögsebességgel forgatott síkon olyan mozgásokat vizsgálunk, amelyekben kizárólag a
Coriolis-erő a tehetetlenségi erő.