

G E O R G V O N W A L L W I T Z

DAVID HILBERT

G E O R G V O N W A L L W I T Z

DAVID HILBERT

HOGYAN VÁLTOZTATTA MEG
EGY MATEMATIKUS
A 20. SZÁZADOT



TYPOTEX

A mű fordítását a Goethe Intézet támogatta.



A könyv megjelenését a Magyar Tudományos Akadémia, valamint a kiadói program keretében a Nemzeti Kulturális Alap támogatta.



A fordítás alapjául szolgáló mű:

Georg von Wallwitz: *Meine Herren, dies ist keine Badeanstalt.*

Wie ein Mathematiker das 20. Jahrhundert veränderte

© 2017 Berenberg Verlag, Berlin

Hungarian translation © Gerner József, 2025

Hungarian edition © Typotex, Budapest, 2025

Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

Lektorálta Szabó Péter Gábor

ISBN 978 963 493 346 5

TARTALOM

ELŐSZÓ	7
ELMARADT NEKROLÓG	13
KÉT MADÁR, EGY BÉKA ÉS A HALADÁS ARKANGYALA	22
EGY BRILIÁNS ELME	34
HILBERT GÖTTINGENBE MEGY	46
HUSZONHÁROM PROBLÉMA PÁRIZSBAN	62
„A JELENKORI KULTÚRA KEZDETE”	75
HILBERT FIZIKÁT TANUL	94
KÉT DERÉK LEGÉNY	103
EZ NEM EGY FÜRDŐ	118
VÉGES JÁTÉK	131
NEUMANN JÁNOS, BOLOGNA	146
CSODAGYEREKEK GÖTTINGENBEN	160
„A PLAUZIBILITÁS ÖRDÖGI HIÁNYA”	173
DEMONSTRATIONES CATHOLICAE	185
A LOGIKA FÉNYÉBEN	203
TRANSLATIO IMPERII	221
UTÓSZÓ	239
KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS	243

ELŐSZÓ

*Gyakran hallani: ez szép, ez jó, de ez már
a tegnapi nap. Mégis én azt mondom: a tegnapi nap
még meg sem született. Igazából még nem is volt.*

Oszip Mandelstam: *Szó és kultúra* (1921)¹

Létezik egy alapvetően kedves embertípus, aki a világ megértése során készen áll arra, hogy az intuíció határain túllépve csupán a jelenségek formájára és belső logikájára hagyatkozzon. Fantáziadús, a logikus gondolkodásban erős figurák ők, kellő önbizalommal az elkerülhetetlen kudarcok elviseléséhez – számukra ugyanis a formális következtetés igazsága mindenekfelett áll. Ritkán töltik be az értelmiségi közszereplő státuszát, kevéssé áhítoznak hírnévre, többnyire beérik egy csendes zuggal, ahol azonban nem kevesebbet alkotnak meg, mint a modern világ kenőanyagát. Természetesen a matematikusokról van szó.

Mindannyian tudjuk, mekkora hatása van a munkájuknak. A *big data*, a *mesterséges intelligencia* és a *kriptográfia* fogalmain keresztül a matematikai eljárások áthatják a hétköznapi életet, miközben gyakran még az *iskolázott* átlagembernek is alig van fogalma a modern matematikáról és annak művelőiről. A matematikusok, valamint a társadalom művelt rétegei közötti kapcsolat a matematika jelentőségének növekedése ellenére lényegében megszűnt.

Ez nem mindig volt így. A 18. században egy filozófus, Voltaire írt könyvet Newton fizikájáról, és a párizsi, londoni, berlini

¹ Erdődi Gábor fordítása.

szalonokban nagyra becsülték a neves matematikusokat. A költőket, például Novalist, erősen foglalkoztatták Eukleidész axiómái és a binomiális képletek értelmezése. Fel sem merült senkiben, hogy a művelt ember eszményképébe ne tartoznának bele a legújabb matematikai ismeretek is. Később azonban, 1800 körül, megszűnt e felfogás magától értetődő jellege, ugyanis Carl Friedrich Gaussnak és néhány kortársának hátborzongató munkája nyomán a matematika elveszítette szemléletes voltát, és olyan tárggyá alakult, amelyet a korabeli gavallérok már képtelenek voltak amolyan szórakoztató időtöltés gyanánt művelni. A matematikából lassan kivesztek a műkedvelők. Ma már nem része az általános műveltségnek, és vannak olyan magasan művelt emberek, akik a társadalmi megbélyegzés kockázata nélkül elismerik, hogy halvány fogalmuk sincs a modern matematikáról. A matematika igényét a feltétlen, az örök érvényű, a szépség megtestesítőjének státuszára a világról való ismeretek szempontjából periférikusnak tartják, mintha művelésével a tú fokán akarnának átjutni, ami számukra járhatatlan út. Jelen könyv viszont éppen ezen az úton kalauzol.

Az átlagos matematikus pontosan tudja, hogy tudományának konkrét tartalmát a közvélemény nem ismeri, de nem is kíváncsi rá. Bármennyire is szeretné elmagyarázni az utca emberének, hogy mi fán terem a topológia vagy az algebrai geometria, legjobb esetben is csak ködös iskolai emlékeket tudna benne felidézni, tartalmas gondolatokat átadni viszont aligha. Tartalmi magyarázatokkal tehát ebben a könyvben nem sokra mennénk – értelmetlen lenne. Csak arról biztosíthatom az olvasót, hogy a logikai összefüggések megértése csodálatos élmény, és hogy a gondolkodás e szintjén, a megérzéseken és a színes képzeteken túl is van élet. Beszélhetünk viszont az életrajzi vonatkozásokról, a gondolkodásmódról és azokról a kérdésekről,

amelyekből a matematika kialakult – hogy aztán annál jobban rácsodálkozhattunk: milyen mélységben képes egy tisztán szellemi gyakorlat megragadni a valóságot.

A matematika erejét legerőteljesebben az 1900 körül született generáció tapasztalhatta meg. Gyermekkoruk technikai fejlettségének szintjét az elektromos izzók és a gőzgépek jelentették, ötven évvel később viszont már autók, repülőgépek, atombomba, számítógépek, radarok, rádió és televízió vették körül őket, és a világra alig lehetett ráismerni. A fizika megteremtette a relativitáselméletet és a kvantumelméletet, továbbá teljesen új tudományágak jöttek létre, például a játékelmélet vagy a kibernetika. A világ oly drámai módon változott meg, mint egyetlen korábbi időszakban sem. Ehhez a viharos változáshoz képest a mai nyugati ember csak lassú haladást érzékel.

Ha azt az embert keressük, aki mindenki másnál sűrűbben tűnt fel ennek az átalakulásnak a gyökereinél, hamar rátalálunk a göttingeni David Hilbertre, a 20. század első felének legbefolyásosabb matematikusára. A világot ekkoriban sajátos módon megrengető természettudományos lángelmék mögött ő volt a szürke eminenciás. Senki másnál nem találkozott annyi, később meghatározó jelentőségűvé váló tudós, és egyetlen más íróasztalnál sem formálódott az életutak és gondolatok kapcsolódásából olyan szövedék, amelyből végül – nem tervezett módon – egy új korszak született. A matematika 20. századi fejlődésének ő szabott irányt. Azon dolgok közül, amikkel ma a hétköznapi életünk során találkozunk, sok minden – például a számítógép – az ő elképzeléseinek cáfolataként született meg. És az sem véletlen, hogy sok olyan fizikus, aki később részt vett az atombomba előállításában, az 1920-as évek Göttingenében ismerte meg egymást.

„Véleményem szerint ebben a században mindenekfölött két tényező formálta az emberi történelmet. Az egyik a természettudományok és a technológia fejlődése – korunk kétségkívül legnagyobb sikertörténete [...] A másikat kétségkívül azok a nagy ideológiai viharok alkotják, amelyek gyakorlatilag az egész emberiség életét megváltoztatták”² – írja Isaiah Berlin, a kor egyik leghitelesebb szemtanúja. Bár a 20. század történelmének köpönyegét kívülről háborúk, pusztítás, száműzetések, különböző ideológiák, rasszizmus és vakbuzgóság tarkítják, béléseinek anyagát a matematikán alapuló természettudomány rendkívüli fejlődéséből szőtték, és ez utóbbi legalább annyit alakított a század megjelenésén. A zsarnokokról, akiknek útjából a 20. században senki nem térhetett ki, sokat írtak és vitatkoztak – talán többet is, mint érdemelnék. Kétszáz év elteltével a történészek talán ráébrednek, hogy a matematika és a fizika 20. század során felfedezett elméletei és módszerei markánsabb változást eredményeztek a történelemben, mint az ideológiák embertelensége.

A matematika e dicső korszakában Hilbert vezéralakja volt egy olyan iskolának, amely természettudományos és technikai eszközöket adott a kezünkbe a világ újfajta megismeréséhez. Ez az iskola a világ minden tájáról magához vonzotta a tehetséges fiatalokat, sokszínű és zseniális közösséget teremtve, amely minden tekintetben eltért a megszokottól. Hilbert mindig feltétel nélkül kiállt tanítványai mellett, például Emmy Noether esetében, akinek docensi kinevezését csak nagy nehézségek árán tudta keresztülvinni a filozófiai fakultás azon tagjaival szemben, akik a császári nőideál mellett köteleződtek el (végül arra hivatkozott, hogy az egyetemi fakultásra nem vonatkozhatnak a fürdőkben

² Isaiah Berlin: *Az eszmény keresése*. In uő: *Az emberiség göcsörtös fája. Fejezetek az eszmék történetéből*. Szerk. Henry Hardy. Európa, Budapest, 1996, 11.

érvényesülő szabályok). Védjegyévé vált a nagy Eukleidész szellemében megfogalmazott *axiomatikus módszer*, amely azt az alapelvet hirdeti, hogy nem elég megérteni a pudli viselkedését, de az állatot logikailag kifogástalan módon össze is kell tudnunk rakni. Ez annak kísérletét jelentette, hogy a dolgokat belső logikájuk mentén értsük meg. Szellemi forradalom volt, szakítás egy romantikus hagyománnyal, amely a matematikust csupán saját zseniális intuíciója iránt elkötelezett emberként láttatta.

A matematikai tudás a piramisokhoz hasonlóan épül fel. Az iskolában legtöbbünk lényegében olyan baljós tudományként éli meg a matematikát, amely betanult képletek megfelelő alkalmazásából áll, és csak zsebszámológép használata mellett viselhető el. Az iskolában tanult matematika a piramis alapja, és objektíven megközelítve is unalmas – a kívülállók e vélekedését bármelyik szakmabeli matematikus is készséggel megerősíti. A profik azonban rögtön hozzáteszik, hogy ugyanakkor a matematika érdekes és szép. Ott lesz *érdekes*, ahol a valósággal kerül kapcsolatba, és szemléletessé válik. A matematika nagy része konkrét problémák megoldásának talaján jött létre, a szellemi világ és a természet közti kapocsként vált megragadhatóvá. A tunéziai sivatagi hangyák tájékozódó képessége például leginkább vektorműveletekkel érthető meg, hasonlóképp a valószínűségszámítás a szerencsejátékokban alkalmazandó optimális stratégiák kereséséből nőtt ki. A matematika *szép* a piramis csúcsán lesz, ott válhat esztétikai élménnyé, amikor a számelmélet, a topológia vagy az algebra megértéséhez vezető fáradságos út jutalma az örök igazság és harmónia misztikumának átélése. Ott már az inspirációra és a formák szabad játékára kerül a hangsúly, amelyekhez ösidők óta a szépség szellemi megtapasztalásának élményét társítjuk. Ha a matematikai fogalomalkotás szilárd állványzatára elő-

ször sikerül felkapaszkodnunk, gyökeresen eltérő kép rajzolódik ki a szemünk előtt. Olyan, mintha a homályos és összefüggéstelen fogalmak tengeréből kiemelkedve hirtelen egy piramis csúcsáról tekintenénk szét.

A laikus olvasónak azt ajánljuk, ne akarjon egyszerre átvágni a képletek sűrű bozótján, ami kezdetben még elválasztja a piramis csúcsán megtapasztalható átszellemültségtől – mindenekelőtt a stílusra és az útra összpontosítson. Hogyan is olvasson hát a laikus egy matematikusról szóló munkát? Minden szaknyelvben megtalálhatók azok a kifejezések, amelyek a szakma művelői számára rengeteg gyakorlás során válnak magától értetődővé, mint ahogyan egy táncos számára azzá válik a lépések sorrendje. Ha az olvasó a könyvben számára homályos fogalmakat vagy szakaszokat talál, arra kérem, legyen türelmes és bátor, a nehezebb részeket először csak fussa át, a lényegre koncentráljon. Nem egyzakt definíciókról lesz szó, hanem az elmúlt évszázad által kiérlelt nagyszerű, meghatározó jelentőségű gondolatokról. Ezeknek a gondolatoknak a többsége túllép az iskolában tanult matematika keretein, ezért lábjegyzetet fűztem hozzájuk **LH** megjelöléssel – ez a lábjegyzet haladóknak rövidítése.

Egy elsőre felületesnek tűnő lektűr nem gázol a matematikusok önérzetébe. Egy-egy értekezést olvasva maguk is gyakran átugorják a nehezebbnek ígérkező szakaszokat. Először többnyire csak azokat a mondatokat olvassák el, amelyek a gondolatmenet lényegét adják vissza. Csak ezután – amennyiben úgy érzik, hogy a cikkben jó elgondolás rejlik – rágják át magukat a bizonyításon. Nem minden matematikus szorgalmas, és nem minden matematikus szeret szenvedni. Ez éppúgy áll az olvasóikra is.