A Feynman-előadások fizikából

A Feynman-előadások fizikából

Richard P. Feynman
Robert B. Leighton
Matthew Sands

V. kötet

TYPOTEX

A könyv megjelenését támogatta:
a Magyar Tudományos Akadémia

Szakmailag lektorálta: Patkós András

ISBN 978 963 493 170 6

Typotex Kiadó
Alapította Votisky Zsuzsa, 1989
A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.
Felelős kiadó: Németh Kinga
Felelős szerkesztő: Gerner József
Borítóterv: Somogyi Péter
Nyomdai kivitelezés: Séd Nyomda, Szekszárd
Felelős vezető: Dránovits Anna

Tartalom

95. fejezet

Valószínűségi amplitúdók[1]

95.1. Az amplitúdók összetevésének szabályai

Schrödinger 1926-ban jutott el a kvantummechanika alaptörvényeinek felismeréséhez. Egyenletet állított fel, amelyből meghatározható, hogy a részecske milyen valószínűséggel található különböző helyeken. A valószínűséget az egyenlet megoldását adó úgynevezett valószínűségi amplitúdóból kapjuk. A Schrödinger-egyenlet nagyon hasonlít a klasszikus fizikában a fény terjedésére vagy a hanghullámok esetén a levegő mozgására kapottakhoz. Így a kvantummechanika fejlődésének kezdetén a legtöbb időt a Schrödinger-egyenlet megoldására fordították. Ugyanakkor kidolgozták és értelmezték a kvantummechanika alapvetően új fizikai gondolatait is. Ebben a munkában különösen Born és Dirac szerzett nagy érdemeket. Az elmélet további tanulmányozása során kiderült, hogy a Schrödinger-egyenlet közvetlenül nem tartalmazza például az elektron spinjét vagy a különböző relativisztikus jelenségeket.

A kvantummechanika hagyományos tárgyalásakor végigkövetik a tárgy történelmi fejlődését. Ennek során a tanuló először a klasszikus mechanikai ismeretek nagy részét elsajátítja, hogy megértse a Schrödinger-egyenlet megoldását, majd maga is hosszú ideig a különböző megoldások kidolgozásával foglalkozik. Csak az egyenlet részletes tanulmányozása után jut el az elektron spinjének „felsőbbrendű" fogalmához.

Először mi is azt gondoltuk, hogy leghelyesebb, ha fizika-előadásunk lezárásaként bemutatjuk, hogyan kell megoldani a bonyolultabb klasszikus fizikai egyenleteket, mint például a hanghullámok leírása zárt térben, a hengeres üregekben kialakuló elektromágneses sugárzási módusok stb. Eredetileg tehát ez volt a terv. Úgy határoztunk azonban, hogy eredeti elképzelésünk ellenére bevezetjük az Olvasót a kvantummechanikába, mert arra a következtetésre jutottunk, hogy a kvantummechanika haladónak mondott részei valójában elég egyszerűek. A felhasznált matematika sem túl bonyolult, csupán alapvető algebrai műveletekkel dolgozunk, és legfeljebb a legegyszerűbb differenciálegyenletekre van szükség. Mivel a továbbiakban a részecske térbeli viselkedését nem tudjuk *részletesen* leírni, az egyetlen probléma az ennek nyomán támadt fogalmi zavar kiküszöbölése.

---

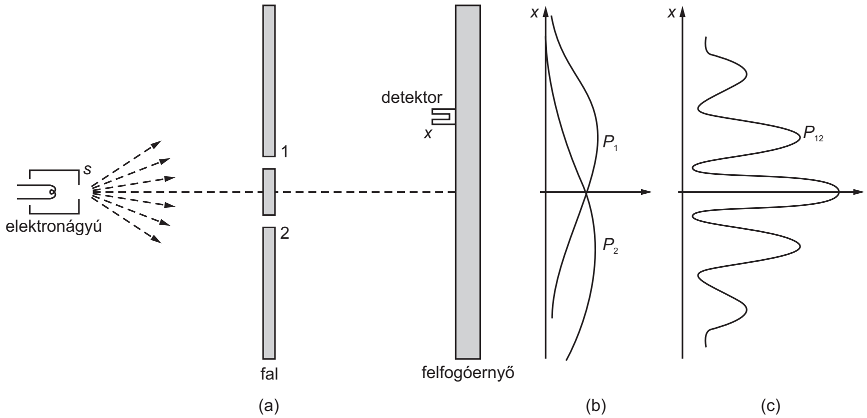
[1] Javasoljuk, hogy a kvantummechanikai fejezetek tanulmányozása előtt az Olvasó frissítse fel emlékezetét a 37. és a 38. fejezetek újraolvasásával! *(A Kiadó)*

Nos, a következőt fogjuk tenni: beszélünk a kvantummechanika hagyományosan „haladónak" minősített fejezeteiről, melyek azonban – s erről biztosítjuk az Olvasót – a szó mély értelmében igen egyszerű és alapvető dolgokat tartalmaznak. Őszintén szólva ez egy pedagógiai kísérlet; ezzel – amennyire tudjuk – eddig még senki nem próbálkozott.

Nehézséget okoz majd persze, hogy az atomi rendszerek kvantummechanikai viselkedése számunkra eléggé idegenszerű. Senkinek sincs olyan köznapi tapasztalata, amelyre támaszkodva intuitív módon képet alkothatna ezekről a jelenségekről. Kétféle eljárás lehetséges: vagy fizikailag meglehetősen elnagyolva, csak a lényeget kiemelve írjuk le a jelenségeket anélkül, hogy a törvényeket a maguk absztrakt formájában megadnánk. A másik út, hogy felírjuk ezeket a törvényeket, akkor azonban – éppen az elvonatkoztatás miatt – az Olvasó nem látja világosan, hogy fizikailag miről is van szó, mi megy végbe. Ez utóbbi módszer nem kielégítő, mert teljesen absztrakt, az előbbi viszont, épp az elnagyolás miatt, nem ad kielégítő képet. Nem tudjuk, hogy végül is melyik a célravezetőbb. A 37. és 38. fejezetekben már ismerkedhettek ezekkel a problémákkal. A 37. fejezetben viszonylag pontos volt a leírás, a 38.-ban azonban csak vázlatosan jellemeztük a különböző jelenségeket. Igyekszünk megtalálni az arany középutat.

E fejezet elején néhány általános érvényű kvantummechanikai elvet tárgyalunk. Az állítások egy része teljesen, mások azonban csak részben pontosak. Nem mindig tudjuk közölni az Olvasóval, hogy pontos vagy részben pontos állításról van szó, a könyv végére érve azonban megértheti, mi az, ami továbbra is érvényes, és mi az, amit csak felvázoltunk. A következő fejezetekben nagyobb gondot fordítunk a pontos megfogalmazásra. Ennek egyik oka valójában az, hogy megmutassuk az Olvasónak a kvantummechanika egyik legfőbb szépségét, azt, hogy milyen kevés feltételezésből milyen sok mindent képes levezetni.

Kezdjük ismét a *valószínűségi amplitúdók* szuperpozíciójának vizsgálatával. Példaként a 37. fejezetben ismertetett kísérletre hivatkozunk, amelyet a 95.1. ábrán kissé módosított formában újra bemutatunk. A részecskék – mondjuk az elektronok – az S forrásból kiindulva érik el az F falat, amelyen két rés van. Az ernyő mögött helyezkedik el az X pontban rögzített detektor. Tegyük fel a kérdést: Mi annak a valószínűsége, hogy részecskét találunk X-ben? Az *első általános kvantummechanikai elvünk* az, hogy annak a *valószínűsége*, hogy az S forrás által kibocsátott részecske X-be csapódik be, kifejezhető egy komplex szám, a valószínűségi amplitúdó abszolút értékének négyzetével. Ez esetünkben „az S-ből kiin-



95.1. ábra. Interferenciakísérlet elektronokkal

dulva X-be érkező részecske amplitúdója". Ezek az amplitúdók gyakran előfordulnak, s egy – Dirac által bevezetett és a kvantummechanikában általánosan használt – jelölést alkalmazunk rájuk:

$$\langle \text{a részecske becsapódik } X\text{-be} \mid \text{a részecske elindul } S\text{-ből} \rangle \tag{95.1}$$

Más szóval, a két zárójel ennyit mond: „annak az amplitúdója, hogy…"; a függőleges vonaltól *jobbra* van a *kezdeti, balra* pedig a *végső* feltétel. Kézenfekvőnek tűnik a képletet tovább rövidíteni, és a kezdeti, valamint végső feltételeket csupán egy-egy betűvel jelölni. A (95.1) amplitúdót például így is írhatjuk:

$$\langle X \mid S \rangle. \tag{95.2}$$

Hangsúlyozzuk, hogy ez az amplitúdó szám, mégpedig *komplex* szám.

A 37. fejezetben már láttuk, hogy ha a részecske kétféle úton érheti el a számlálót, akkor az eredő valószínűség nem a két valószínűség összege, hanem a két amplitúdó összegének abszolút értékét kell négyzetre emelni. Ha tehát mindkét út megengedett, akkor annak valószínűsége, hogy a részecske megérkezik a detektorba:

$$P_{12} = |\eta_1 + \eta_2|^2. \tag{95.3}$$

Mielőtt eredményeinket új jelölésünkkel megfogalmaznánk, leszögezzük a kvantummechanika *második általános elvét.* Ha egy részecske egy adott állapotot két lehetséges úton érhet el, akkor a folyamat teljes amplitúdója a két útnak megfelelő amplitúdók összege. Ezt új jelölésünkkel így írjuk:

$$\langle X \mid S \rangle_{\text{mindkét rés nyitva}} = \langle X \mid S \rangle_{1 \text{ résen keresztül}} + \langle X \mid S \rangle_{2 \text{ résen keresztül}}. \tag{95.4}$$

Közbevetőleg megjegyezzük, hogy az 1 és 2 rést olyan kicsinek tételezzük fel, hogy ha egy elektron átmegy valamelyiken, azt már nem kell megvizsgálnunk, hogy a rés melyik részén haladt át. A réseket fel is oszthatnánk, s így a rés egyes szakaszainak meghatározott amplitúdók felelnének meg, erre azonban, mivel – mint mondtuk – a rés kicsi, nincs szükségünk. Ez is elhanyagolás, de nagyobb pontosságra ezen a szinten nem törekszünk.

Próbáljuk meg részletesebben leírni azt, amit az alábbi folyamat amplitúdójáról mondhatunk: az elektron a detektort az 1 résen áthaladva az X pontban éri el. Használjuk fel *harmadik általános elvünket:* ha egy részecske valamely kiszemelt pályán halad, akkor az ennek az útnak megfelelő amplitúdót úgy írhatjuk fel, hogy a pálya egy részének amplitúdóját a hátralevő rész amplitúdójával szorozzuk. Ennek alapján a 95.1. ábra elrendezésében az S-ből X-be az 1 résen történő átmenetre felírható:

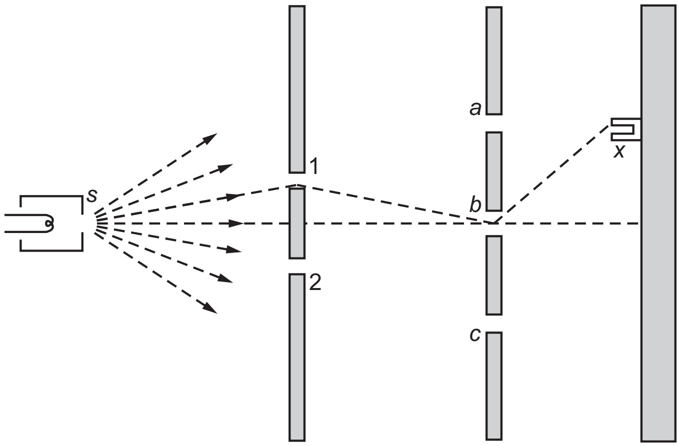
$$\langle X \mid S\rangle_{\text{1-en át}} = \langle X \mid 1\rangle\langle 1 \mid S\rangle. \tag{95.5}$$

Ez az eredmény ismét nem teljesen pontos. Az amlitúdó tekintetében figyelembe kellene vennünk ugyanis azt a tényezőt is, amelyet az elektron az 1 résen áthaladásakor nyer. Mivel a rés ebben az esetben egyszerű lyuk, a kérdéses tényezőt egységnyinek tekintjük.

A figyelmes Olvasónak feltűnhet, hogy a (95.5) egyenletet mintha fordított sorrendben írtuk volna fel. A képletet azonban, jobbról balra kell olvasni: az elektron S-ből 1-be, majd 1-ből X-be repül. Összefoglalásként: leszögezhetjük, hogy ha a pálya egymást követő események szerint több szakaszra bontható fel, akkor a kérdéses pályára vonatkozó eredő amplitúdót az egymás utáni események amplitúdóinak összeszorzásával kapjuk meg. Ezen elv alapján a (95.4) egyenlet átírható:

$$\langle X \mid S\rangle_{\text{mindkét pályára}} = \langle X \mid 1\rangle\langle 1 \mid S\rangle + \langle X \mid 2\rangle\langle 2 \mid S\rangle.$$

Megmutatjuk, hogy ezekkel az alapelvekkel a 95.2. ábrán bemutatott jóval bonyolultabb problémát is meg tudjuk oldani. Most két ernyőt állítunk a sugárnyaláb útjába, az egyiken két rés van: 1 és 2, a másikon pedig három: A, B és C. A második ernyő mögött, X-nél helyezkedik el a detektor, és kíváncsiak vagyunk annak amplitúdójára, hogy ide részecske szóródik. Nos, az Olvasó is megadhatja a választ, ha kiszámítja az átmenő hullámok szuperpozícióját, illetve interferenciáját, vagy ha a hat lehetséges út mindegyikének amplitúdóját szuperponálja. Az elektron megérkezhet X-be például úgy, hogy először az 1, azután az A résen megy át, vagy először az 1, azután a B résen jut keresztül stb. Második elvünk szerint az alternatív pályákhoz tartozó amplitúdókat össze kell adni, így az S-ből X-be való átmenet amplitúdóját hat különálló amplitúdó összegeként kapjuk meg. Ezután a harmadik elv alapján ezen amplitúdók



95.2. ábra. Bonyolultabb interferenciakísérlet

mindegyike három amplitúdó szorzataként írható fel. Egyikük például az „S-ből 1-be” amplitúdó szorozva az „1-ből A-ba”, majd az „A-ból X-be” amplitúdóval. Rövidített jelölésünkkel

$$\langle X \mid S\rangle = \langle X \mid A\rangle\langle A \mid 1\rangle\langle 1 \mid S\rangle +$$
$$+\langle X \mid B\rangle\langle B \mid 1\rangle\langle 1 \mid S\rangle + \ldots + \langle X \mid C\rangle\langle C \mid 2\rangle\langle 2 \mid S\rangle.$$

Sok fáradságot takaríthatunk meg a szummajel alkalmazásával:

$$\langle X \mid S\rangle = \sum_{\substack{i=1,2\\ \varkappa=A,B,C}} \langle X \mid \varkappa\rangle\langle \varkappa \mid i\rangle\langle i \mid S\rangle. \tag{95.6}$$

Ahhoz, hogy egy ilyen jellegű problémában ezeket a módszereket felhasználhassuk, természetesen ismernünk kell az egyik helyről a másikba való átmenet amplitúdóját. Vázlatosan megadjuk egy tipikus amplitúdó felírásának alapgondolatát. Nem vesszük figyelembe például a fény polarizációját vagy az elektronspint, de ettől eltekintve elég pontos, és az Olvasó képes lesz megoldani olyan problémákat, melyekben különböző réskombinációk fordulnak elő. Tegyük fel, hogy üres térben részecske mozog *meghatározott energiával* az $\mathbf{r}_1$ helyről az $\mathbf{r}_2$ felé. A részecskére tehát nem hat erő. Egy numerikus tényezőtől eltekintve, az $\mathbf{r}_1$-ből $\mathbf{r}_2$-be való átmenet amplitúdója

$$\langle \mathbf{r}_2 \mid \mathbf{r}_1\rangle = \frac{e^{ipr_{12}/\hbar}}{r_{12}}, \tag{95.7}$$

ahol $r_{12} = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ és p a W energiához tartozó impulzus a

$$p^2c^2 = W^2 - (m_0c^2)^2$$

relativisztikus, vagy pedig a

$$\frac{p^2}{2m} = W_{\text{kin}}$$

nem relativisztikus egyenlet szerint. A (95.7) egyenlet lényegében azt fejezi ki, hogy a részecskének hullámszerű tulajdonságai vannak, mert az amplitúdó hullámmozgást ír le; hullámszáma egyenlő impulzusának és $\hbar$-nak a hányadosával.

A legáltalánosabb esetben az amplitúdó és a megfelelő valószínűség az időtől is függ. Kezdetben legtöbb vizsgálatunk során feltesszük, hogy a forrás mindig adott energiával bocsátja ki a részecskéket, ezért az idővel nem törődünk. Általános esetben azonban más kérdések is érdekelhetnek bennünket. Tegyük fel, hogy tetszőleges Q pontban és t pillanatban részecske válik szabaddá, és kíváncsiak vagyunk annak amplitúdójára, hogy valamilyen későbbi időpontban ez az $\mathbf{r}$ helyre megérkezik. Ezt az $\langle \mathbf{r}, t = t_1 | Q, t = 0 \rangle$ amplitúdó reprezentálja, amely nyilvánvalóan mind $\mathbf{r}$-től, mind pedig t-től függ.

Ha a detektorral különböző pontokban, más-más időben végzünk méréseket, akkor más és más eredményt kapunk. $\mathbf{r}$-nek és t-nek ez a függvénye differenciálegyenletet elégít ki, amely hullámegyenlet jellegű, például nem relativisztikus esetben ez a Schrödinger-egyenlet. Ez hasonlít az elektromágneses hullámok vagy a gázban terjedő hanghullámok egyenletéhez. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy az egyenletünket kielégítő hullámfüggvény *nem* ír le térbeli, valóságos hullámot, és semmilyen realitást – ellentétben például a hanghullámokkal – nem kapcsolhatunk ezekhez a függvényekhez.

Bár az előzőek arra indíthatnak bennünket, hogy egy részecske esetén a „részecskehullám” gondolkodásmódot továbbvigyük, ez semmi esetre sem helytálló, ha két részecskénk van. Annak amplitúdója ugyanis, hogy az egyik részecskét $\mathbf{r}_1$-ben, a másikat $\mathbf{r}_2$-ben találjuk meg, nem egyszerűen egy háromdimenziós térbeli hullám, hanem *hat* térbeli változó: $\mathbf{r}_1$ és $\mathbf{r}_2$ függvénye.

Két (vagy több) részecske esetén még egy elvet kell megfogalmaznunk: ha a két részecske nem hat kölcsön, annak amplitúdóját, hogy az egyik részecskével az a, a másikkal a b esemény történik, úgy kapjuk meg, hogy a két részecskére az egymástól függetlenül bekövetkező a és b esemény amplitúdóját összeszorozzuk. Ha például $\langle A|S_1\rangle$ annak az amplitúdója, hogy az 1 részecske S_1-ből A-ba, és $\langle B|S_2\rangle$ annak, hogy a 2 részecske S_2-ből B-be megy, akkor annak amplitúdója, hogy a két eseményre együtt kerül sor, a következő:

$$\langle A|S_1\rangle\langle B|S_2\rangle.$$

Még valamit ki kell emelnünk. Tegyük fel, hogy nem tudjuk, honnan jönnek a részecskék, mielőtt az első ernyő 1 és 2 rését elérnék (95.2. ábra). Mégis, ha adott az a két amplitúdó, hogy a részecske 1-be, illetve 2-be beérkezik, előre meg tudjuk mondani, hogy mi történik majd az ernyő mögött (például azt, hogy mekkora az X-be érkezés amplitúdója). Más szóval, mivel az egymás utáni események amplitúdói összeszorzódnak – amint azt a (95.6) egyenlet mutatja – az analízisben csupán két számot – esetünkben $\langle 1|S\rangle$-t és $\langle 2|S\rangle$-t – kell ismernünk. Ezek ismeretében a jövendő események megjósolhatók. Ez teszi a kvantummechanikát valójában egyszerűvé! A későbbi fejezetek során kitűnik majd, hogy ha két (vagy néhány) szám segítségével megszabjuk a kezdeti állapotot, tulajdonképpen jövendöléseket adunk. E számok természetesen függenek a berendezés részleteitől, és attól, hogy a forrás hol helyezkedik el, de ha ezeket megadtuk, többet nem kell tudnunk róluk.

95.2. Interferenciakép két rés esetén

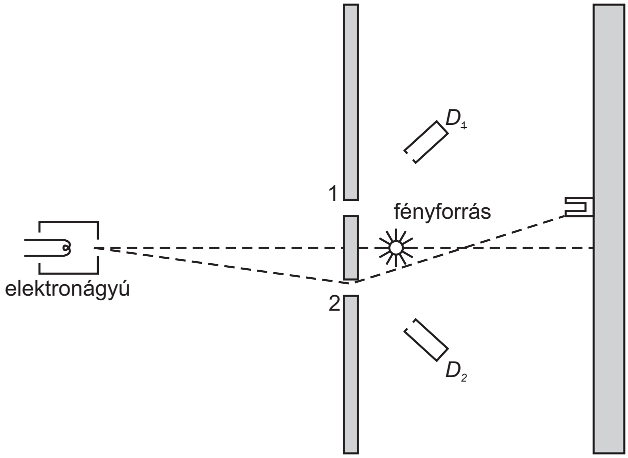
Már a 37. fejezetben megemlítettük azokat a jelenségeket, amelyeket most újra megvizsgálunk. Ez alkalommal azonban felhasználjuk az amplitúdóval kapcsolatos legfrissebb ismereteinket is, hogy illusztráljuk teljesítőképességüket.

Tekintsük ismét a 95.1. ábrán bemutatott kísérletet, azzal a kiegészítéssel, hogy a két rés mögött fényforrást helyezünk el (lásd 95.3. ábra).

A 37. fejezetben a következő érdekes jelenséget fedeztük fel: Ha fotonszóródást figyeltünk meg az 1 rés mögött, akkor az ezekkel a fotonokkal koincidenciában levő elektronok eloszlása X-ben olyan volt, mintha a 2 rést lezártuk volna. Azon elektronok teljes eloszlása, amelyeket vagy az 1, vagy a 2 rés mögött „megpillantottunk”, a két különálló eloszlás összege volt, és teljesen különbözött attól, amelyet a fényforrások kikapcsolásakor nyertünk. Ezt tapasztaltuk, ha elég rövid hullámhosszú fénnyel kísérleteztünk. Ha a hullámhosszt növeltük, azaz ha nem voltunk biztosak abban, hogy melyik résnél történt a szóródás, az eredmény egyre inkább hasonlóvá vált a megvilágítás nélküli eloszláshoz.

Gondoljuk meg alaposabban – felhasználva új jelölésünket és az amplitúdók összetevésének szabályait –, mi is történik itt. Az egyszerűség kedvéért jelölje ismét η_1 annak az amplitúdóját, hogy az elektron X-be az 1 résen át érkezik, azaz

$$\eta_1 = \langle X|1\rangle\langle 1|S\rangle.$$



95.3. ábra. Kísérlet annak meghatározására, hogy az elektron melyik résen ment keresztül

Ehhez hasonlóan η_2 azt jelenti, hogy az elektron X-be a 2 résen át jut,

$$\eta_2 = \langle X|2\rangle\langle 2|S\rangle.$$

Ezek a két résen való áthaladás és X-be érkezés amplitúdói kikapcsolt fényforrás esetén. Ha most bekapcsoljuk a megvilágítást, akkor a következő kérdésre keresünk választ: Mi annak a folyamatnak az amplitúdója, hogy elektron indul ki S-ből és a fényforrásban egy foton szabaddá válik, és végeredményben az elektron megjelenik X-ben, a fotont pedig megpillantjuk az 1 rés mögött? Tegyük fel, hogy a fotont az 1 rés mögött a D_1 detektorral, a 2 rés mögött szóródott fotonokat pedig egy hasonló D_2 detektorral észleljük (lásd 95.3. ábra). Annak, hogy D_1-be foton, X-be elektron érkezik, megfelel egy amplitúdó, ugyanígy egy másik amplitúdó írja le azt, hogy a foton D_2-be és az elektron X-be esik be. Próbáljuk meg ezeket kiszámítani.

Bár nem ismerjük még a számolásban előforduló összes tényező matematikai képletét, mégis az Olvasó megérti majd a következő vizsgálat lényegét. Az elektron a forrásból elindulva eljut 1-ig, ennek amplitúdója $\langle 1|S\rangle$. Legyen α annak amplitúdója, hogy mikor az elektron az 1 résnél van, fotont szór a D_1 számlálóba. $\langle X|1\rangle$ pedig azé, hogy az elektron az 1 réstől eljut az X-ben levő detektorhoz. Tehát az az amplitúdó, hogy az elektron S-ből X-be jut az 1 résen át és fotont szór D_1-be, az alábbi:

$$\langle X|1\rangle\alpha\langle 1|S\rangle.$$

Vagy előbbi jelölésünk szerint éppen $\alpha\eta_1$.

Annak is van valamilyen amplitúdója, hogy a 2 résen áthaladó elektron fotont szór a D_1 számlálóba. A kétkedő Olvasó mondhatná: „ez lehetetlen; hogyan szórhatna fotont a D_1 számlálóba, hiszen az csak az 1 résre néz.” Elég nagy hullámhossz esetén diffrakciós jelenségek lépnek fel, és ez azért lehetséges. Ha a berendezést jól építették meg, és ha rövid hullámhosszú fotonokkal végezzük a kísérletet, akkor annak az amplitúdója, hogy a 2 résnél tartózkodó elektron fotont szór a D_1 számlálóba, nagyon kicsi. Mégis, hogy meggondolásaink általános érvényűek legyenek, figyelembe vesszük, hogy ilyen amplitúdó mindig van; nevezzük ezt β-nak. Annak amplitúdója tehát, hogy az elektron a 2 résen megy át és fotont szór D_1-be, a következő:

$$\langle X|2\rangle\beta\langle 2|S\rangle = \beta\eta_2.$$

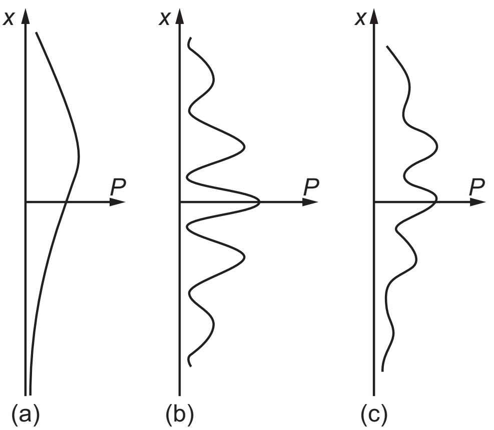
Az az amplitúdó, hogy elektront találunk X-ben és fotont D_1-ben, két tag összege: az elektron mindkét lehetséges útjához tartozik egy. Mindegyik tag két tényezőből áll: az első annak amplitúdója, hogy az elektron átmegy a résen, a második pedig azé, hogy az ilyen elektron fotont szór a D_1 számlálóba, ezért

$$\left\langle \begin{array}{c} \text{elektron } X\text{-ben} \\ \text{foton } D_1\text{-ben} \end{array} \middle| \begin{array}{c} \text{elektron } S\text{-ből} \\ \text{foton } L\text{-ből} \end{array} \right\rangle = \alpha\eta_1 + \beta\eta_2. \tag{95.8}$$

Hasonló kifejezést kapunk akkor is, ha a fotont D_2-ben figyeljük meg. Ha az egyszerűség kedvéért a rendszert szimmetrikusnak tételezzük fel, akkor α azt az amplitúdót is jelenti, hogy foton szóródik D_2-be, ha elektron halad át a 2 résen, és β azt, hogy foton szóródik D_2-be, ha az elektron az 1 résen megy át. Az annak megfelelő teljes amplitúdó, hogy D_2-be foton, X-be pedig elektron esik be, a következő:

$$\left\langle \begin{array}{c} \text{elektron } X\text{-ben} \\ \text{foton } D_2\text{-ben} \end{array} \middle| \begin{array}{c} \text{elektron } S\text{-ből} \\ \text{foton } L\text{-ből} \end{array} \right\rangle = \alpha\eta_2 + \beta\eta_1. \tag{95.9}$$

No, ezzel készen vagyunk! Ezek után könnyen kiszámíthatjuk a különböző események valószínűségét, például azét, hogy a D_1 számlál egyet, és X-be elektron kerül. Ez a (95.8) egyenlet által megadott amplitúdó abszolút értékének négyzete, azaz $|\alpha\eta_1 + \beta\eta_2|^2$. Vegyük gondosabban szemügyre ezt a kifejezést. Ha β zérus – ilyen berendezést szeretnénk készíteni –, akkor az eredmény egyszerűen $|\alpha|^2|\eta_1|^2$, a valószínűséget tehát az $|\alpha|^2$ tényező csökkenti. Ilyen valószínűségi eloszlást akkor kapnánk, ha csak egy résünk volna. Ez az eset a 95.4*a* ábra görbéjén látható. Ha viszont a hullámhossz nagyon nagy, akkor a 2 rés mögött a D_1 felé történő szóródás ugyanolyan lehet, mint az 1 rés mögött. Bár α-nak és β-nak tetszőleges fázisa is lehet, vizsgáljuk meg azt az egyszerű esetet, amikor a két fázis egyenlő. Ha α gyakorlatilag β-val egyenlő, akkor $|\alpha|^2|\eta_1 + \eta_2|^2$ a teljes valószínűség, mivel a közös $|\alpha|^2$ tényező kiemelhető. Ez azonban éppen az az eloszlás, amelyet akkor kapnánk, ha egyáltalán nem lennének jelen fotonok. Ezért nagyon hosszú hullámok esetén a számlálás nem ad értékes információt, s így ismét az interferenciajelenséget mutató eredeti eloszlásgörbéhez jutunk vissza. Ezt a 95.4*b* ábrán láthatjuk. Kisebb hullámhosszok esetén, amikor a számlálási információk részben felhasználhatók, a nagy η_1 és a kis η_2 interferál, és közbenső eloszlást kapunk. Ezt vázoltuk fel a 95.4*c* ábrán. Felesleges kiemelnünk, hogy ha a D_2-ben a fotonokat és X-ben az elektronokat számoljuk koincidenciában, akkor ugyanilyen eredményt kapunk. Ha az Olvasó visszaemlékszik a 37. fejezetre, észreveheti, hogy mostani eredményeink az ott kapottak számszerű leírását adják.



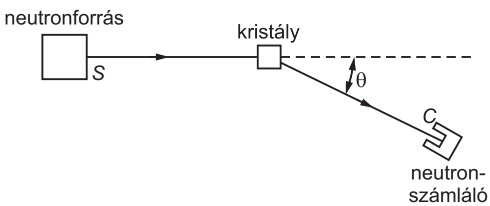
95.4. ábra. Annak valószínűsége, hogy a 95.3. ábrán látható kísérletben koincidenciában figyeljük meg az X-be érkező elektront és a D-be érkező fotont, ha: a) $\beta = 0$, b) $\beta = \alpha$ és végül c) $0 < \beta < \alpha$

Ki kell emelnünk egy fontos részletet, hogy az Olvasó elkerülhessen egy elég általános hibát. Tegyük fel, hogy csupán arra az amplitúdóra vagyunk kíváncsiak, hogy az elektron X-be érkezik, függetlenül attól, hogy a fotont D_1 vagy D_2 számlálta. Vajon össze kell-e adni a (95.8) és (95.9) egyenletekben megadott amplitúdókat? Nem! *Sohasem szabad eltérő és megkülönböztethető végső állapotok amplitúdóit összeadni!* Ha a foton beérkezett valamelyik számlálóba, akkor – ha akarjuk – a rendszer megzavarása nélkül mindig meghatározhatjuk, hogy melyik alternatíva következett be. Bármelyik lehetőség valószínűsége teljesen független a másikétól. Megismételjük: nem szabad tehát az *eltérő végállapotok* amplitúdóit összeadni; itt a „vég" szócska azt a pillanatot jelenti, amikor a *valószínűséget* meg akarjuk kapni, azaz amikor a kísérlet befejeződött. A különböző kísérletek során a *megkülönböztethetetlen* alternatívák amplitúdóit viszont össze kell adni, mielőtt még a teljes folyamat lejátszódott volna. Kijelentheti az Olvasó, hogy ő „nincs tekintettel" a fotonra, de ez a természetre nincs hatással, mert az mindentől függetlenül a maga módján viselkedik, akár leolvassuk az adatokat, akár nem, és az Olvasónak nem szabad összeadnia az amplitúdókat. Először négyzetre emeljük a lehetséges eltérő végállapotok amplitúdóit, és utána összegezünk. A helyes eredmény arra az esetre, hogy elektron van X-ben, és akár D_1-be, akár D_2-be foton esett be:

$$\left|\left\langle \begin{matrix}\text{elektron } X\text{-ben}\\ \text{foton } D_1\text{-ben}\end{matrix} \,\middle|\, \begin{matrix}\text{elektron } S\text{-ből}\\ \text{foton } L\text{-ből}\end{matrix}\right\rangle\right|^2 + \\ + \left|\left\langle \begin{matrix}\text{elektron } X\text{-ben}\\ \text{foton } D_2\text{-ben}\end{matrix} \,\middle|\, \begin{matrix}\text{elektron } S\text{-ből}\\ \text{foton } L\text{-ből}\end{matrix}\right\rangle\right|^2 = \\ = |\alpha\eta_1 + \beta\eta_2|^2 + |\alpha\eta_2 + \beta\eta_1|^2. \tag{95.10}$$

95.3. Szóródás kristályon

Olyan jelenséggel foglalkozunk, amelyben a valószínűségi amplitúdók interferenciáját kissé gondosabban kell elemeznünk. Tekintsük neutronok szóródását kristályon. Tegyük fel, hogy van egy kristályunk, amelynek atomjai periodikusan rendeződtek, mindegyikben középen van a mag, és hogy a neutronnyaláb nagy távolságból érkezik. A különböző magokat i-vel jelöljük, ahol $i = 1, 2, 3, ..., N$; összesen N atomunk van. A feladat: számítsuk ki annak valószínűségét, hogy a számláló neutront jelez. Az elrendezés a 95.5. ábrán látható. Bármelyik – mondjuk a k-adik – atomot



95.5. ábra. Neutronok szóródása kristályon

kiválasztva annak amplitúdója, hogy C-be neutron érkezik, egyenlő azzal az amplitúdóval, hogy a neutron az S forrásból eljut a k-adik maghoz, szorozva azzal az amplitúdóval, hogy ott szóródik – legyen ez α –, szorozva azzal az amplitúdóval, hogy a k-tól eljut a C számlálóba. Írjuk ezt le:

$$\langle \text{neutron } C\text{-be} | \text{neutron } S\text{-ből}\rangle_{k\text{-n keresztül}} = \langle C|k\rangle\alpha\langle k|S\rangle. \tag{95.11}$$