

MOSÓCZI ANDRÁS

**A GONDOLKODÁS  
FORRADALMA**



MOSÓCZI ANDRÁS

# **A GONDOLKODÁS FORRADALMA**

HOGYAN ALAKÍTJA  
A MATEMATIKA  
A VILÁGOT?

  
TYPOTEX

A könyv megjelenését a Nemzeti Kulturális Alap  
a kiadói program keretében támogatta.



Nemzeti Kulturális Alap

© Mosóczi András, Typotex, Budapest, 2020  
Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

ISBN 978 963 493 087 7

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!  
Újabb kiadványainkról, akcióinkról a [www.typotex.hu](http://www.typotex.hu)  
és a [facebook.com/typotexkiado](https://facebook.com/typotexkiado) oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó

Alapította Votisky Zsuzsa, 1989

A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók  
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.

Felelős kiadó: Németh Kinga

Főszerkesztő: Horváth Balázs

Felelős szerkesztő: Széll Szilvia

Tördelés: Jankovič Milán

Borítóterv: Faniszló Ádám

Készült a Multiszolg Bt. nyomdájában

Felelős vezető: Kajtor Bálint

# TARTALOM

ELŐSZÓ	9
KEZDET BEN VALA A TRIGONOMETRIA, AZTÁN HAMAROSAN JÖTT A TÍZPARANC SOLAT IS...	12
Mikor találták ki a számokat?	15
A Plimpton 322	23
VAJON A LOGARITMUS JÓ IS VALAMIRE?	25
A NAGY ÁTVERÉS ÉS A NAGY SZÁMOK TÖRVÉNYE	33
A nagy számok csodákra képesek	35
EGYENLETEK, MELYEK A VILÁGOT MŰKÖDTETIK	43
A skizofrén nullák nagy rejtélye	44
A világunkat leíró nagy egyenletek	54
Új idők prófétái	62
Azok a fránya pillangók	68
MILYEN TITKOKAT REJTENEK A SZAVAK?	73
Hogyan mérhető az információ?	75
A lyukkártya	82

Az információelmélet	87
Önjavító kódok	90
Hibajelző bankszámlaszámok	93
<b>MÁGIKUS VALÓSZÍNŰSÉGEK</b>	<b>95</b>
Valószínűségek mindenütt	99
A Pareto-elv	103
Viszlát, Pareto-elv, üdv, hosszú farkok!	105
<b>VÉGTELEN SZÁLLODÁK</b>	<b>108</b>
<b>A VILÁGURALOM TITKOS ÖSSZETEVŐI</b>	<b>121</b>
A kétféle agy	125
A határhaszon	129
A Nobel-díjat érő felismerés	134
<b>FRAKTÁLOK MINDENÜTT</b>	<b>146</b>
1,8 dimenzió és más furcsaságok	151
<b>AZ INFORMÁCIÓ UTAT TÖR MAGÁNAK</b>	<b>160</b>
A drót	161
A telefon csak egy játék	165
Puskás Tivadar telefonközpontja	167
<b>A SZÁMÍTÓGÉP SZÜLETÉSE</b>	<b>170</b>
Az Enigma	174
Egy végzetes hiba	177

Turing, a számítógép atyja	179
A számítógép megszületése	182
<b>AKIK FELTALÁLTÁK A JÖVŐT</b>	<b>184</b>
Határ a csillagos ég	188
A Sas leszáll	198
A Xerox PARC	201
A grafikus felhasználói felület	203
Az alma	205
A zseni lop	208
Nincs szoftver, nincs vevő	210
Megjelenik a Mac	212
Gates nyugodt menetelése	215
Megszületik az internet	218
Http://www	222
The Times They Are A-Changin'	224
Úrutazás fénysebességgel	227
Az új gőzgép	230
A gondolkodás forradalma	233





# ELŐSZÓ

„A legjobb módszer arra, hogyan jósoljuk meg a jövőt, az, ha mi találjuk föl.” Ez a mondás – melyet azóta már sokaknak, köztük Steve Jobsnak is tulajdonítottak – eredetileg Alan Kaytól származik. És ha valaki, akkor Alan Kay valóban feltalálta a jövőt, amikor a 60-as években kitalált valamit, amit ma úgy hívunk, hogy okostelefon. Azok a szerencsés kiválasztottak, akik képesek rá, hogy a semmiből megteremtsék a jövőt, általában valamilyen mérnökök, az a nyelv pedig, amelyen a jövő terveit szövik, a matematika.

Az emberiség történetében hosszú-hosszú évszázadok teltek el nagyobb izgalmak nélkül, hogy aztán egyszer történjen valami, ami mindent megváltoztat. A mindent felforgató változások új felfedezésekhez, új problémákhoz és új sikerekhez vezetnek el. Ezeknek köszönhetően lassan fölfedeztük a bolygót, amelyen élünk, térképeket és naptárakat készítettünk, erdősegeket és hegyeket alakítottunk át. Hatalmas templomokat, piramisokat, óriási városokat emeltünk... és romboltunk le.

De pár száz éve egy sokkal rendkívülibb változás indult el, amikor az ipari forradalom és az azt követő technikai forradalom az egész világot felforgatta. Olyan elképesztően nagy dolgok történtek, melyekhez képest a korábban elért eredmények csak szelíd domboknak látszódnak az égbe törő havas hegycsúcsok árnyékában.

Ahhoz, hogy Kolumbusz útnak induljon és felfedezze Amerikát, hatalmas bátorság és rettenetes kitartás kellett. Sok pénzre, megfelelő hajókra, térképészeti és csillagászati ismeretekre volt szükség. Nem kevés szerencse is segítette útját, a siker pedig, amely vállalkozását koronázta, hatalmas változást hozott a kereskedelemben vagy éppen a geopolitikai viszonyokban. De lépünk egyet hátrébb, hogy lássuk az egész képet. Ez a felfedezés gazdasági és geopolitikai értelemben is az emberiség történetének talán eddigi legnagyobb felfedezése volt, technikai értelemben viszont nem több egy jól kivitelezett hajóútnál, amely ráadásul kisebb félreértéssel végződött, hiszen Kolumbusz Indiába keresett egy rövidebb utat, és Amerikát fedezte föl helyette. Vagyis ez a hajóút hosszabb, merészebb, kockázatosabb, mint az ezt megelőző számtalan másik, de mégis csak egy hajóút.

Mindössze arról van szó, hogy valaki egy kicsit jobban, okosabban és merészebben csinálja ugyanazt, amit már évezredek óta sokan mások. Hasonlítsuk össze ezt a felfedezést azzal a hihetetlen teljesítménnyel, hogy egy robbanóanyaggal megrakott fémdobozban néhány ember elhagyja azt a bolygót, amelyen élünk. Átkel a légüres téren egy idegen égitestre, egy fénylő foltra az égen, mely az emberiség hajnala óta mítoszok és legendák főszereplője. Sétálnak egyet rajta, aztán visszatérnek a Földre. A holdra szállás segít megérteni azt, hogy itt valami elképesztően nagy változás történt a technika fejlődésében néhány száz év leforgása alatt. Egy olyan ugrás, melyhez képest minden addigi csak bátortalan lépésnek tűnik.

Vajon mi lehet az oka, hogy az emberiség hosszú évezredekken keresztül hajókkal és lovas kocsival közlekedett, most pedig itt az autó, a vonat vagy a repülő? Ennyire ráérték korábban?

Vajon mi lehet az oka, hogy az emberek több ezer éven át csak füstjelekkel vagy kürtjelekkel tudtak egymással nagyobb távolságra kommunikálni, most pedig telefonon is fel tudunk hívni valakit, aki egy olyan kontinensen él, melynek még a létezéséről sem tudtunk 600 évvel ezelőtt?

Vajon mi lehet az oka, hogy évezredek óta hatalmas könyvtárakban, emberfeletti küzdelmek árán, tűzvészekkel és háborúkkal dacolva gyűjtötték és tárolták az emberiség minden tudását őrző könyveket ahelyett, hogy egy 256 GB-os pendrive-on zsebre vágják volna?

Mi történhetett az elmúlt pár száz évben, ami ezt a hihetetlenül nagy fejlődést okozta?

Ahhoz, hogy megérthessük, mi is történt itt pár száz évvel ezelőtt, és mi köze ennek a matematikához, hosszú és kalandokban gazdag, izgalmas út vezet. Induljunk el ezen az úton, és fedezzük föl együtt az emberiség fejlődésének titkát!

# KEZDET BEN VALA A TRIGONOMETRIA, AZTÁN HAMAROSAN JÖTT A TÍZPARANCSOLAT IS...

A Föld nem más, mint egy örök tűzben lebegő hatalmas lapos henger, amelyre egy őt körülvevő tüzes kerék résein át beszűrődő fények vetülnek. Ahogy a kerék forog, úgy a rések – melyeket a Földről csillagoknak és bolygóknak látunk – szép lassan elmozdulnak az égbolton. Ez a mára erősen vitatható elmélet volt Anaximandrosz geocentrikus világképe, melyet később egy forradalmi görög gondolkodó, Platón tökéletesített. Platón rájött, hogy az égbolton mozgó fényes pontok valójában égitestek, sőt, a Föld is hozzájuk hasonló, tehát nem valami lapos henger, hanem maga is gömb alakú. Teóriája széles körben terjedt el a nagy görög gondolkodók között, többek közt Ptolemaiosz is ez alapján alakította ki világképét, melyben a Föld mint gömb alakú középpont körül a többi égitest kör alakú pályán kering. Ma már tudjuk, hogy Ptolemaiosz sem tévedhetetlen, hiszen a bolygók – és így a Föld is – a Nap körül keringenek, a Nap pedig csak egy a sok millió csillag közül, melyek hatalmas nyájba verődve a Tejút nevű galaxisban egy központi mag körül keringve róják a világmindenség végtelen útját. De vajon honnan is tudjuk mindezt? Hiszen senki sem látta még a Tejútrendszer kívülről, sőt igazából magát a Naprendszert sem – a Voyager-1 űrszonda, amely jelenleg a tőlünk legmesszebbre jutott ember alkotta tárgy, éppen csak elérte a Naprendszerünk peremét. A mostanra triviá-

lisnak tűnő és már a gyerekeknek szánt képeskönyvekben is felbukkanó Naprendszerünket és galaxisunkat ábrázoló rajzokig bizony hosszú és nehéz út vezetett.

De vegyünk egy még banálisabbnak tűnő ügyet. Valaki megkérdezi tőlünk, hogy mennyi az idő. Ez aztán egy igazán egyszerű kérdés, amire, attól függően, hogy mekkora távolságon belül van épp a mobilunk, vagy épp van-e rajtunk karóra, nagyjából fél percen belül képesek vagyunk válaszolni. A válasz annyira természetes és ösztönös, hogy föl sem merül bennünk, képvisel-e különösebb értéket ez az információ. Alighanem igencsak meglepődnének rajta, ha a „hány óra van?” kérdésre visszakérdeznénk, hogy „mennyit ér meg önnek ez az információ?”. Pedig volt idő, amikor ez az információ nagyon is sokat ért.

Az emberiség már egészen hamar fölfedezte, hogy egy év 365 napból áll, és azt is, hogy a Hold úgy durván 30 naponta mindig ugyanazt a holdfázist mutatja. Így jutottak több ezer évvel ezelőtt arra a következtetésre, hogy az idő végtelen folyamát évekre, az éveket pedig 30 napos hónapokra érdemes fölosztani. Kisebbs-nagyobb trükkökkel azon is hamar túltették magukat, hogy bár a 360 szerencsés módon osztható 30-cal, a 365 már sajnos nem. Így hát aztán minden évben keletkezett öt felesleges nap, amit mindig valamilyen furfangos módon kellett lekönyvelni. Később az is kiderült, hogy néha még ezek után is keletkeznek rejtélyes extra napok, amelyek eltüntetésére sok különböző trükköt és fortélyt eszeltek ki a történelem folyamán.

A jelenleg ismert legősibb civilizáció, ahol már komolyan foglalkoztak az idő mérésével, a sumeroké volt. A sumerok valamilyen rejtélyes okból a 60-as számrendszert ítélték a legmegfelelőbbnek számításaik elvégzéséhez, így az idő mérését is 60-as egységekben tudták elképzelni. A napokat 12 nappali és 12

éjszakai órára osztották föl, az órákat pedig 60 percre. A napok és a hónapok mellett az órákat és a percekét is mérték árnyék-órákkal és napórákkal. Az árnyékóra lényege, hogy bármely oszlop a Nap járásának megfelelően különböző hosszúságú árnyéket vet. Reggel hosszabbat, aztán a nap közepén rövidebbet, és az estéhez közeledve ismét hosszabbat. Az árnyék hosszából tehát következtetni lehet arra, hogy éppen mennyi lehet az idő. Az idő mértékegysége pedig a lépés. Ha rövidebb az árnyék, akkor kevesebb lépés, ha hosszabb, akkor pedig több. Így utólag vizsgálva azért kijelenthetjük, hogy az időnek a lépésekben történő mérése nem vetekedhetett a mai atomórák pontosságával. Egy alacsonyabb embernek például ugyanaz az óra lehet, hogy több lépést jelentett, és két különböző óra is mérhetett más-más lépéshosszú időt, ha nem ugyanolyan magasak voltak az oszlopok. Az árnyékórához képest a napóra már sokkal fejlettebb műszer volt, ahol nem az árnyék hossza számított, hanem az, hogy éppen hova vetül az árnyék a földre rajzolt félkör alakú rovátkák hálózatában. Hamar rájöttek ugyanis, hogy az árnyék hossza sajnos még attól is függ, hogy éppen nyár van, vagy tél. A napóra viszont képes volt ezt a körülményt is megfelelően kezelni azzal, hogy külön rovátkák voltak minden hónap számára.

A természet meglehetősen sok kis bosszantó aprósággal keserítette meg az égi jelenségekben rendszert kereső emberek életét. A holdfázisok váltakozása (teliholdtól teliholdig) sem kerekén 30, hanem 29,53 napig tart, ami folyamatos korrekcióra kényszeríti a holdnaptárakat, és így 29 és 30 napos holdhónapok váltják benne egymást. Egy év sem 360, hanem 365,256 nap, ezért hát további trükkök kellene a felesleges napok eltüntetésére, vagy pedig bele kell törődni abba, hogy a naptári évek elcsúsznak

a Föld keringésének periódusához képest. Az iszlám naptár például fontosabbnak ítélte meg a holdhónapokhoz való ragaszkodást, mint azt, hogy a Föld keringésének ciklikusságához igazodjon, így aztán a 29 és 30 napos holdhónapok náluk 354 napos éveket tesznek ki. A 12 holdhónapból álló iszlám évek emiatt folyamatos csúszásban vannak az általunk megszokott hagyományos évekhez képest. 2020-ban például augusztus 19-én ér véget az 1441. év, és augusztus 20-án kezdetét veszi az új.

## Mikor találták ki a számokat?

Az emberiség hajnalán szerte a Föld felszínén, egymástól elszigetelve, számos civilizáció kezdte el használni a számokat a napok és hónapok nyilvántartására. Innen tudták, hogy hány napig tart még a nyár, vagy éppen meddig kell kihúzni a téli hidegeket. De ugyanilyen fontos volt az idő számítása azokon a területeken is, ahol az Egyenlítő közelsége miatt viszonylag egyenletes a klíma. Itt a folyók termékenységét hozó áradásának időpontja foglalkoztatta az embereket. És persze számokat használtak állataik és egyéb javaik nyilvántartására is. Maga a számolás azonban már jóval hamarabb megjelent, mint a számok írásának képessége. A legtöbb helyen rovátkákkal jelezték a számokat, és a rovátkákat már képesek voltak megfeleltetni azoknak a tárgyakkal, amiket épp megszámláltak. Mai matematikai nyelven egy bijekciót, vagyis egy kölcsönösen egyértelmű leképezést hoztak létre a kecskék és a rovások között oly módon, hogy minden kecskének pontosan egy rovást feleltettek meg. A legősibb ilyen lelet, amely számolásra szolgáló rovátkákat tartalmazott, az a 30 ezer éves farkaslábszárcsont, amelyen 50 rovátka látható 5-ös csoport-