Ferenczi Miklós

A matematika alapjairól

Ferenczi Miklós

A matematika alapjairól

TYPOTEX

Magyarország Kormánya
Európai Unió
Európai Regionális Fejlesztési Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE
SZÉCHENYI 2020

A mű elektronikus kiadása
a VEKOP-2.1.1-15-2016-00152 sz. projekt
keretén belül készült.

ISBN 978 963 493 075 4

Szakmai lektor: Sain Ildikó

Kedves Olvasó!
Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!
Újabb kiadványainkról és akcióinkról a *www.typotex.hu*
és a *facebook.com/typotexkiado* oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó
Alapította Votisky Zsuzsa, 1989
A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.
Felelős kiadó: Németh Kinga
Főszerkesztő: Horváth Balázs
A kötetet gondozta: Gerner József
A borítót készítette: Szalay Éva

Tartalomjegyzék

Bevezetés

A tapasztalatok azt mutatják, hogy egy könyv bevezetését igen kevesen olvassák el gondosan – kivételek azok az olvasók, akik viszont kizárólag a bevezetést olvassák el. Ezt a könyvet viszont nem ez utóbbi olvasókörnek szánjuk. Optimista hozzáállással ennek ellenére feltételezzük, hogy a tisztelt Olvasó átfutja ezt a bevezetést, ezért itt előrebocsátunk néhány olyan tudnivalót, amelyek megkönnyítik a könyv kezelését.

Amennyiben az olvasó gyorsan szeretne fogalmat alkotni a könyv taníthatóságáról és feldolgozhatóságáról, akkor azt javasoljuk, hogy először a III. részben található példatárba lapozzon bele. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a „matematika alapjai” elnevezést a „halmazelmélet és matematikai logika” témakörére is szokták használni. A könyv címe azonban *nem* a „halmazelmélet és matematikai logika” szinonimája, mert a témát itt egy átfogóbb értelmezésben fejtjük ki.

Először is leszögezzük, hogy az Olvasó egy *tankönyvet*, tehát nem tudományos könyvet tart a kezében. Felmerülnek ezért a következő kérdések:

1. Kiknek készült ez a tankönyv és milyen céllal?
2. Hány órányi előadás anyagát tartalmazza?
3. Mi különbözteti meg egyéb, hasonló témájú tankönyvektől?
4. Hogyan érdemes feldolgozni a könyvet?

Megkíséreljük megválaszolni ezeket a kérdéseket.

1. *A könyvet a matematika iránt különösen érdeklődő egyetemi hallgatóknak (nem csak matematika szakosoknak), valamint az első éves a matematikus hallgatóknak szánom.* Feltételezem a gimnáziumi matematikaanyag alapos ismeretét, de ennél nem többet. *A könyv célja az olyan általános matematikai fogalmak egységes tárgyalása*, amelyek szinte minden bevezető matematika-előadásban (analízis, algebra, geometria, valószínűségszámítás stb.) felmerülnek, éppen ezért szétszórtan, esetlegesen – nem egységes megközelítésben. E fogalmak fontossága viszont indokolja egységes tárgyalásu-

kat. Ez a könyv „törzsanyaga”, az I. rész. Tehát ennek a műnek nem az az elsődleges célja, hogy a matematika filozófiáját tárgyalja, hanem gyakorlati alapozást szeretne nyújtani a matematikához (a II. rész már a filozófiai megalapozásba is betekintést enged).

2. *A könyv I. része egy 14 hetes, tehát 1 szemeszteres, heti 2 órás kurzusra van méretezve*, amely előadássorozat címe akár meg is egyezhet a könyv címével. A II. rész egy további, heti 2 órás szemeszter anyagát tartalmazza, és például egy olyan speciális kollégium anyagaként képzelhetjük el, amelyben elmélyíthetjük az I. részben megszerzett tudást.

3. Mivel a könyv tankönyv, igen fontosak a didaktikai szempontok. Más, hasonló tárgyú művekkel összevetve a következőkre hívjuk fel a figyelmet:

a) *Nagy hangsúlyt kapnak a könyvben a feladatok, melyek végigkísérik a tárgyalás egészét.* Megoldott feladatokat PÉLDÁK, valamint Feladatok címszó alatt is találunk (utóbbiaknál a megoldást M betűvel jeleztük). A könyv III. része egy kisebb példatár. A szükséges elméleti alapozáson túl az a célunk, hogy szép példákon és feladatokon keresztül világítsunk rá a szükséges fogalmak, tételek jelentőségére.

b) *Fontos fejezete a könyvnek a hetedik fejezet, melynek címe: „A matematika néhány fontos eleméről”.* Itt általánosan – helyenként metaszinten – vizsgáljuk a matematikai definíciókat, bizonyításokat, következtetéseket. Didaktikailag azonban az is elfogadható, ha ezt a fejezetet a többi fejezettel párhuzamosan tárgyaljuk. A fejezet tehát többféle oktatási elképzelést tesz lehetővé.

c) *A könyv nagy hangsúlyt helyez a halmazelméletre és a matematikai logikára.* A szerző meggyőződése, hogy a téma alapos ismerete elengedhetetlen a matematika alapjainak megértéséhez.

4. *Hiszünk abban, hogy inkább „kevesebbet, de mélyebben” érdemes tanítani*, mint nagy ismeretanyagot, de felületesen. Különösen igaz ez a matematika alapjaira. A könyv teljes anyaga messze meghaladja az egyetlen szemeszter heti 2 órájában átadható tudást. Ráadásul az írásba foglalt ismeretanyag mindig bővebb és pontosabb az előadáson elhangzottaknál. Ne arra törekedjünk, hogy egy szemeszter alatt minél nagyobb anyagot végezzünk el, hanem arra, hogy számunkra kedves, érdekes és fontosnak tartott témákban mélyedjünk el. Ennek érdekében még az első rész ismeretanyagának egy részét is feláldozhatjuk. Például az elsőrendű logikával foglalkozó 4. fejezetből elhagyhatjuk a fejlettebb számolási technikát igénylő szakaszokat, de ugyanígy az 5., halmazelméleti fejezetből, vagy a 6., számfogalomról szóló fejezetből is elhagyhatunk részeket. Ezzel egyidőben a második részből is szóba hozhatunk bizonyos fejezeteket (pl. a bizonyításelméletet vagy az

algebrai logikát). Fontos, hogy külön figyelmet fordítsunk a már említett 7. fejezetre.

Az első rész feldolgozásánál két lehetőséget ajánlunk:

a) Feladatcentrikus feldolgozás. Ez a gyakorlatban egy interaktív és könnyedébb feldolgozást jelent.

b) Elméletcentrikus feldolgozás.

Az a) esetben kap erőteljes hangsúlyt a III. részben található példatár. A szerző az oktatás során mindkét megközelítést kipróbálta.

Néhány szó a II. részről. Számos olyan fontos gondolat előkerül az I. részben (a „törzsanyagban”), amelyek részletes kifejtésére az adott szituáció nem alkalmas, ugyanakkor – bizonyos értelemben – veszteség lenne róluk megfeledkezni. A II. részben ezek kifejtésére sor kerül. Az érintett témakörök közül több határterület, így áttekintésük különösen hasznos. Például a bizonyításelmélet a logika és az elméleti számítástudomány határterületének tekinthető, a nemstandard analízis az analízis és a logika határterületének, az induktív logika a matematikai statisztika és a logika határterületének, az algebrai logika az algebra és a logika határterületének, a mértékelmélet pedig a valószínűségszámítás és az analízis határterületének. A felsorolásból az is látszik, hogy ezek a fejezetek alkalmasak arra, hogy elmélyítsük analízisbeli, algebrai, valószínűségszámítási, valamint logikai ismereteinket. A II. rész ezen túl néhány igen korszerű, nagy jövő előtt álló területet is érint, például a gépi bizonyítások kérdését vagy az algoritmuselméletet. Megjegyezzük, hogy míg az I. részben *a fejezetek egymásra épülnek,* addig a második részben nem ez a helyzet, tehát tanulmányozásuk *tetszőleges sorrendben* történhet. Felvethető természetesen, hogy legalább a II. részbe bekerülhettek volna olyan témák, mint a geometria, a gráfelmélet vagy a klasszikus algebra. Ennek a terjedelmi korlátok szabtak határt.

Szeretnék köszönetet mondani a könyv létrejöttében segítséget nyújtó matematikus hallgatóimnak, továbbá kollégámnak, Simon Andrásnak. Köszönettel tartozom a könyv lektorának, Sain Ildikónak lelkiismeretes munkájáért, valamint Simonovits Andrásnak és Csima Juditnak szakmai segítségükért.

A szerző