

# Tartalomjegyzék

<b>Bevezetés</b>	<b>9</b>
<b>1. Algoritmikus problémák megoldása</b>	<b>12</b>
1.1. A feladattól a modellig . . . . .	14
1.1.1. Közlekedési lámpák ütemezése . . . . .	14
1.1.2. Arthur király civilizációs törekvései . . . . .	16
1.2. Algoritmusok . . . . .	18
1.2.1. Szuperforrás keresése . . . . .	18
1.2.2. Hosszú egészek párhuzamos összeadása . . . . .	21
<b>2. Rendezés</b>	<b>25</b>
2.1. Keresés rendezett halmazban . . . . .	27
2.2. Összehasonlítás alapú rendező módszerek . . . . .	29
2.2.1. Buborék-rendezés . . . . .	30
2.2.2. Beszúrásos rendezés . . . . .	31
2.2.3. Egy alsó becslés . . . . .	33
2.2.4. Összefésüléssel rendezés . . . . .	35
2.2.5. A kupac adatszerkezet és a kupacos rendezés . . . . .	37
2.2.6. Gyorsrendezés . . . . .	42
2.2.7. A $k$ -edik elem kiválasztása . . . . .	44
2.3. Kulcsmanipulációs rendezések . . . . .	46
2.3.1. Ládarendezés (binsort) . . . . .	47
2.3.2. Radix rendezés . . . . .	48
2.4. A Batchter-féle páros-páratlan összefésülés . . . . .	50
2.5. Külső táruk tartalmának rendezése . . . . .	51
2.5.1. Összefésüléssel rendezés külső tárukon . . . . .	52
<b>3. Keresőfák</b>	<b>57</b>
3.1. Bináris fák . . . . .	58

3.2.	Bináris keresőfák, naiv algoritmusok . . . . .	60
3.3.	2-3-fák . . . . .	64
3.4.	$B$ -fák . . . . .	69
3.5.	AVL-fák . . . . .	71
3.6.	További megjegyzések kiegyensúlyozott fákról . . . . .	77
3.7.	Egy önszervező megoldás: az $S$ -fák . . . . .	80
3.8.	Szófák . . . . .	83
<b>4.</b>	<b>Hash-elés és szekvenciális keresés</b>	<b>86</b>
4.1.	A hash-elés alapjai . . . . .	87
4.1.1.	Vödrös hash-elés . . . . .	88
4.1.2.	Nyitott címzés . . . . .	90
4.2.	Hash-függvények . . . . .	95
4.3.	Hash-elés kontra keresőfák . . . . .	98
4.4.	Szekvenciális keresés . . . . .	99
<b>5.</b>	<b>Információtömörítés</b>	<b>102</b>
5.1.	A Huffman-kód . . . . .	102
5.2.	A Lempel–Ziv–Welch-módszer . . . . .	106
<b>6.</b>	<b>Gráfalgoritmusok</b>	<b>110</b>
6.1.	Bevezetés . . . . .	110
6.1.1.	Alapfogalmak, jelölések . . . . .	111
6.1.2.	Gráfok ábrázolásai . . . . .	113
6.2.	A legrövidebb utak problémája (egy forrásból) . . . . .	115
6.2.1.	Dijkstra módszere . . . . .	116
6.2.2.	A Bellman—Ford-módszer . . . . .	120
6.3.	Floyd módszere az összes csúcspár közötti távolság meghatározására	122
6.3.1.	Floyd módszere . . . . .	123
6.3.2.	Tranzitív lezárás . . . . .	125
6.3.3.	Egy alkalmazás: centrum keresése irányított gráfban . . . . .	126
6.4.	Mélységi bejárás . . . . .	127
6.4.1.	Irányított gráfok mélységi bejárása . . . . .	128
6.4.2.	Irányított körmentes gráfok (DAG-ok) . . . . .	135
6.4.3.	Erősen összefüggő (erős) komponensek . . . . .	141
6.4.4.	Irányítatlan gráfok mélységi bejárása . . . . .	144
6.5.	A szélességi bejárás . . . . .	146
6.6.	Minimális költségű feszítőfák . . . . .	151
6.6.1.	Prim módszere . . . . .	156
6.6.2.	Kruskal módszere . . . . .	160

6.6.3.	Az UNIÓ-HOLVAN adatszerkezet . . . . .	162
6.6.4.	Megjegyzések . . . . .	166
6.7.	Maximális párosítás páros gráfokban . . . . .	167
6.7.1.	A magyar módszer . . . . .	168
6.8.	Maximális folyamok hálózatokban . . . . .	171
6.8.1.	Kapcsolat a minimális vágással: a Ford–Fulkerson-tétel . . .	174
6.8.2.	A Ford–Fulkerson-algoritmus . . . . .	178
6.8.3.	Edmonds–Karp és Dinic algoritmusai . . . . .	179
6.8.4.	Alkalmazások . . . . .	183
<b>7.</b>	<b>Turing-gépek</b>	<b>190</b>
7.1.	A Turing-gép fogalma . . . . .	191
7.2.	Idő- és tárigény . . . . .	197
7.3.	Néhány szimuláció . . . . .	198
7.4.	A kiszámíthatóság alapfogalmai . . . . .	202
7.5.	Az univerzális Turing-gép . . . . .	205
7.6.	Alapvető kiszámíthatatlansági tételek . . . . .	208
7.6.1.	A diagonális nyelv – egy nem rekurzív felsorolható nyelv	208
7.6.2.	Az univerzális nyelv – egy rekurzív felsorolható, de nem rekurzív nyelv . . . . .	209
7.7.	Összefüggések a kiszámíthatósági fogalmak között . . . . .	210
7.7.1.	Rekurzivitás és rekurzív felsorolhatóság . . . . .	211
7.7.2.	Függvények és halmazok (nyelvek) . . . . .	213
7.8.	További eldönthetetlen problémák . . . . .	215
7.8.1.	A Megállási probléma (Halting problem) . . . . .	216
7.8.2.	Hilbert 10. problémája . . . . .	217
7.8.3.	A Dominóprobléma . . . . .	222
7.8.4.	Post megfeleltetési problémája . . . . .	226
7.8.5.	Egy nyitott kérdés: a kongruens számok felismerése . . .	227
7.9.	Kolmogorov-bonyolultság . . . . .	229
7.10.	A közvetlen elérésű gép (RAM) . . . . .	239
<b>8.</b>	<b>Az NP nyelvosztály</b>	<b>246</b>
8.1.	Idő- és tárkorlátok . . . . .	247
8.2.	Tár-idő-tétel, nevezetes nyelvosztályok . . . . .	250
8.3.	Nemdeterminisztikus Turing-gépek; az NP nyelvosztály . . . . .	255
8.4.	Néhány NP-beli nyelv . . . . .	262
8.4.1.	3 színnel színezhető gráfok . . . . .	262
8.4.2.	Hamilton-körrel rendelkező gráfok . . . . .	262
8.4.3.	Síkba rajzolható gráfok . . . . .	263

8.4.4.	A prímszámok nyelve . . . . .	265
8.4.5.	A felismerés és a keresés kapcsolata (prímtényező felbon- tás) . . . . .	266
8.5.	Karp-redukció, NP-teljesség . . . . .	268
8.6.	A SAT nyelv és a Cook–Levin-tétel . . . . .	272
8.7.	További NP-teljes feladatok . . . . .	275
8.7.1.	Konjunktív normálformájú formulák kielégíthezősége és a 3-SAT . . . . .	276
8.7.2.	3 színnel színezhető gráfok . . . . .	278
8.7.3.	Maximális méretű független pontrendszer gráfokban . . . .	280
8.7.4.	A 3 dimenziós házasítás és az X3C feladat . . . . .	282
8.7.5.	Hamilton-kört tartalmazó gráfok és az Utazó ügynök prob- léma . . . . .	285
8.7.6.	A Hátizsák feladat és néhány más rokon probléma . . . . .	289
8.7.7.	Lineáris programozás . . . . .	292
8.7.8.	Minimális késésszámú ütemezés . . . . .	296
<b>9.</b>	<b>Néhány általános algoritmus-tervezési módszer</b>	<b>297</b>
9.1.	Elágazás és korlátozás . . . . .	299
9.2.	Dinamikus programozás . . . . .	302
9.3.	Közelítő algoritmusok . . . . .	305
9.4.	Véletlent használó módszerek . . . . .	310
9.4.1.	Az RP nyelvosztály . . . . .	314
9.4.2.	Prímtesztelés . . . . .	316
9.4.3.	Nagy prímszám keresése . . . . .	320
9.5.	Prekondicionálás . . . . .	321
<b>10.</b>	<b>Nyilvános kulcsú titkosítások</b>	<b>328</b>
10.1.	Kriptográfia - a titkosítások tudománya . . . . .	328
10.2.	Nyilvános kulcsú kriptográfia . . . . .	331
10.3.	A Rivest–Shamir–Adleman- (RSA-) kód . . . . .	332
	<b>Tárgymutató</b>	<b>336</b>