

# Glosszárium

- Abel-csoport** Olyan csoport, amelyben a művelet eredménye független a tagok sorrendjétől. Ilyen például a körcsoport.
- Automorf függvény** Speciális, a harmonikus analízisben felbukkanó függvény.
- Automorf kéve** Az a kéve, amely Weil rozetta-kövének a jobb oldalán, a geometrikus Langlands-megfeleltetésben az automorf függvény szerepét átveszi.
- Csoport** Egy halmaz, mely olyan művelettel van ellátva, mely a halmaz két eleméhez egy halmazbeli elemet rendel. (A műveletet hol kompozíciónak, hol összeadásnak, hol szorzásnak nevezik.) Például az egész számok halmaza az összeadás műveletével csoport. A műveletnek a következő tulajdonságokat kell kielégítenie: létezik egységelem, inverz, és a művelet asszociatív.
- Dimenzió** Egy adott objektum pontjainak leírásához szükséges koordináták száma. Például az egyenes és a kör egydimenziós, a sík és a gömb felülete kétdimenziós.
- Dualitás** Két modellnek (vagy elméletnek) olyan kölcsönösen egyértelmű megfeleltetése, amelyben a paramétereknek és objektumoknak pontosan megadott ekvivalenciája adott.
- Egész szám** Olyan szám, mely vagy természetes, vagy 0, vagy egy természetes szám negatívja.
- Elmélet** A matematika vagy fizika egy bizonyos ága (például a számelmélet), vagy egy konkrét modell, mely objektumok közötti kapcsolatokat ír le (például a mérceelmélet  $SO(3)$  mércecsoporttal).
- Fibrálás** Legyen  $M$  és  $B$  két sokaság,  $f$  pedig egy leképezés  $M$ -ből  $B$ -be. A  $B$  tér minden pontjára tekinthetjük  $M$  azon pontjait, melyek  $f$  mentén

ebbe a kijelölt  $B$ -beli pontba képződnek; az így kapott  $M$ -beli halmazt a leképezés „fibrumának” (vagy „rostjának”) hívjuk. Az  $M$  sokaságot a  $B$  „bázistér” feletti fibrálásnak (vagy fibrált nyalábnak) nevezzük, ha minden fibruma egymással azonosítható (és minden  $B$ -beli pontnak van egy olyan  $U$  környezete, aminek ősképe a fibrum és  $U$  direkt szorzatával azonosítható).

**Fundamentális csoport** Egy sokaságon egy rögzített pontban induló és végződő folytonos zárt görbék csoportja.

**Függvény** Egy halmaz vagy sokaság minden pontjához egy számot rendelő szabály.

**Galois-csoport** Egy számtest összeadást és szorzást megőrző szimmetriáinak csoportja.

**Gömb** Az a sokaság, melyet a lapos 3-dimenziós térben egy rögzített ponttól egyenlő távolságra lévő pontok alkotnak.

**Halmaz** Objektumok egy gyűjteménye, például  $\{1, 2, \dots, N\}$  valamilyen  $N$  természetes számra.

**Harmadfokú egyenlet**  $P(y) = Q(x)$  alakú egyenlet, ahol  $P(y)$  másodfokú,  $Q(x)$  harmadfokú polinom. A könyvben sokat vizsgálom az  $y^2 + y = x^3 - x^2$  egyenletet.

**Harmonikus analízis** A matematikának azon ága, mely függvények harmonikusok összegére (például szinuszok és koszinuszok összegére) való felbontását vizsgálja.

**Hitchin-féle modulustér** Olyan tér (vagy sokaság), mely egy Riemann-felület fundamentális csoportjának valamely Lie-csoportba mutató reprezentációiból áll.

**Hurok** Zárt görbe, mint például a körvonal.

**Kac-Moody-algebra** Adott Lie-csoport hurokcs csoportja Lie-algebrájának az egyenessel vett bővítése.

**Katégoria** Olyan algebrai struktúra, amely „elemekből” és „morfizmusokból” áll; ez utóbbiak az elemek párpait kötik össze. Például a vektorterek kategóriát alkotnak, ahogy egy sokaság kévéi is.

**Kéve** Olyan szabály, mely egy sokaság minden pontjához egy vektorteret rendel, és teljesít valamilyen természetes tulajdonságot.

**Komplex szám**  $a + b\sqrt{-1}$  alakú szám, ahol  $a$  és  $b$  valós számok.

(Két szimmetria) **kompozíciója** Egy objektumnak az a szimmetriája, amelyet úgy kapunk, hogy azon két szimmetriát hajtunk végre egymás után.

**Kör** Olyan sokaság, amelynek egyik lehetséges meghatározása az, hogy a sík azon pontjainak halmaza, amelyek egy adott ponttól egyenlő távolságra vannak.

**Körcsoport** Tetszőleges kerek tárgy, például egy kerek asztal forgatásainak a csoportja. Ez a csoport kört alkot, melynek van egy kitüntetett eleme, a csoport egységeleme. A körcsoport a legegyszerűbb Lie-csoport.

**Kvantumtérelmélet** Ez a kifejezés az alábbi két dolog egyikére vonatkozhat. Elsősorban a fizika azon ágát jelentheti, mely kvantumrészecskék és -mezők kölcsönhatását modellező elméleteket vizsgál. Másodsorban egy ilyen modellt is jelenthet.

**Langlands-duális csoport** Olyan Lie-csoport, melyet a  $G$  Lie-csoporthoz rendelünk egy bizonyos művelettel. Az eredményt ( $G$  Langlands-duálisát)  ${}^L G$ -vel jelöljük.

**Langlands-reláció (vagy Langlands-kapcsolat)** Egy Galois-csoport reprezentációjához egy automorf függvényt (vagy egy automorf reprezentációt) rendelő szabály.

**Leképezés** egy  $M$  halmazból (vagy sokaságból) egy  $N$  halmazba (vagy sokaságba). Olyan szabály, mely  $M$  minden pontjához  $N$  egy pontját rendeli hozzá.

**Lie-algebra** Egy Lie-csoportnak az egységeleménél vett érintőtere.

**Lie-csoport** Olyan csoport, ami egyben sokaság is, és a csoportbeli művelet a sokaságon egy sima leképezést ad.

**Megfeleltetés** Különböző típusú objektumok közötti kapcsolat, vagy egy olyan szabály, mely egyik típusú objektumokhoz másik típusú objektumokat rendel. Például a kölcsönösen egyértelmű leképezés egy megfeleltetés.

**Mércecsoport (gauge group)** Egy adott mérceelméletben fellépő Lie-csoport, mely többek között meghatározza az elméletben lévő részecskéket és kölcsönhatásaikat.

**Mérceelmélet (gauge theory)** Egy bizonyos típusú fizikai modell, mely bizonyos mezőket és azok kölcsönhatásait írja le. Minden Lie-csoportra létezik egy ilyen elmélet (vagy modell). A Lie-csoportot az elmélet mércecsoportjának hívjuk. Például a körvonal csoportjához tartozó elmélet az elektromágnesesség.

- Moduláris forma** Az egységkörlapon értelmezett olyan függvény, mely speciális transzformációs szabályoknak tesz eleget a körlap szimmetriacsoportjának bizonyos részcsoportjára (az úgynevezett moduláris csoportra) nézve.
- Nagy Fermat-tétel** Az az állítás, hogy az  $x^n + y^n = z^n$  egyenletnek a természetes számok körében egyetlen 2-nél nagyobb  $n$ -re sincs megoldása.
- Nem-abeli csoport** Olyan csoport, melyben két elem szorzatának értéke általában függ a két elem sorrendjétől. Ilyen csoport például az  $SO(3)$  Lie-csoport.
- Polinom (egyváltozós)** Egy  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  alakú kifejezés, ahol  $x$  egy változót,  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  pedig valós számokat jelöl. Hasonlóan definiálhatók többváltozós polinomok is.
- Polinomiális egyenlet** Egy  $P = 0$  alakú egyenlet, ahol  $P$  egy- vagy többváltozós polinom.
- Prímszám** Olyan természetes szám, mely 1-en és önmagán kívül nem osztható semmilyen természetes számmal.
- Reprezentáció (csoporté)** Olyan szabály, mely egy adott csoport minden eleméhez úgy rendeli hozzá egy adott vektortér egy szimmetriáját, hogy bizonyos természetesen adódó tulajdonságok teljesüljenek. Általánosabban, egy  $G$  csoport egy  $H$  csoportbeli reprezentációja olyan szabály, mely  $G$  minden eleméhez  $H$  egy elemét rendeli úgy, hogy bizonyos természetesen adódó tulajdonságok teljesüljenek.
- Shimura–Tanijama–Weil-sejtés** Az az állítás, hogy harmadfokú egyenletek és bizonyos moduláris formák között egy-egy értelmű megfeleltetés áll fenn. A megfeleltetett objektumokra teljesül, hogy a harmadfokú egyenlet megoldásainak száma modulo  $p$  ( $p$  egy prím) a moduláris forma együtthatóival egyezik meg.
- SO(3)** A gömb forgatásainak csoportja.
- Sokaság** Sima geometrikus alakzat, mint például a körvonal, a gömbfelület, vagy egy fánk felülete.
- Számtest** Olyan számrendszer, melyet a racionális számokból kapunk úgy, hogy véges sok egyváltozós, racionális együtthatós polinom megoldásait hozzávesszük.
- Szimmetria** Egy adott objektum olyan transzformációja, mely megtartja annak alakját és pozícióját.

**Szuperszimmetria** Olyan szimmetria egy kvantumtérelméletben, mely felcseréli a bozonokat és a fermionokat.

**Természetes szám** Az 1 szám, illetve minden olyan szám, amely az 1 ismételt összeadásával megkapható.

**Véges test** Egy  $p$  prímszámra a 0 és  $p - 1$  közötti természetes számok halmaza, illetve ennek olyan bővítései, melyeket úgy kapunk, hogy hozzávesszük egy egyváltozós polinom megoldásait.

**Véges test feletti görbe** Egy véges,  $p$  elemű test elemeire (illetve a test tetszőleges véges bővítésének elemeire) felírt kétváltozós algebrai egyenletek (például harmadfokú egyenletek) összes megoldásából álló algebrai objektum.

**Vektortér** Az  $n$ -dimenziós lapos tér vektorainak halmaza, mely vektorok összeadásával és vektorok számokkal való szorzásával mint műveletekkel van ellátva. (Ezek a műveletek természetes tulajdonságokat teljesítenek.)