

Előszó

A matematikát képleteinek sajátos nyelve, integrál- és szumma-jelei magas falként választják el a világ más területeitől. Ami e fal mögött történik, az a kívülálló előtt rendszerint titok marad, ő „puszta számokra” gondol, egy vértelen mechanizmusra, amely megkerülhetetlen szükségszerűség törvényei szerint működik. Annak, aki a fal belső oldalán áll, a fal többszörösen korlátozza a külvilág felé irányuló tekintetét; csakhogy ő túlzottan hajlamos arra, hogy a matematika jelenségeit külön mértékkel mérje, és büszke rá, ha birodalmába avatatlanok nem tolakodnak be. Lehetséges-e ezt a válaszfalat áttörni, a matematikát mások előtt megnyitni – úgy megnyitni mások előtt, hogy azok ebben élvezetet találjanak? A matematika ilyen átélése nem azoknak a szűk körére korlátozódik-e, akik specifikus „matematikai adottsággal” bírnak? Bizonyos, hogy matematikai adottsággal, azaz új matematikai igazságok önálló felfedezésének képességével csak kevesen rendelkeznek. Azonban a muzikalitásnak is csak kevesen vannak olyan értelemben a birtokában, hogy maguk tudnának komponálni valamelyes értékkel bíró darabot; mégis sok muzikális ember van, akik a zenét felfogják, esetleg reprodukálni is képesek, és az bennük mindenképpen örömet ébreszt. Mi úgy hisszük, hogy azoknak az embereknek a hányada, akik egyszerű matematikai dolgokat felfogni képesek, nem csekélyebb azoknak a hányadánál, akiket közönségesen muzikálisnak szokás nevezni – hacsak sikerül leküzdeniük azt az irtózást, amely bizonyos ifjúkori élményeik alapján sokakat mindentől, ami a matematiká-

hoz tartozik, távol tart. E lapok szándéka ezt megkísérelni: ha valaki vállalkozik rá, hogy a matematika valódi jellegét leplezetlenül megmutassa a matematikával szembeni idegenkedés eltűnik. Mintát kívánnak adni mindazon szerteágazó jelenségekből, amelyeket a matematika neve foglal össze – az önmaga kedvéért való matematikából, a belső értékekből, amelyekkel az önmagában bír.

Többen több ízben megkísérelték már, hogy nem matematikusoknak matematikáról beszéljenek. Többnyire azáltal törekedtek a matematikát érthetővé tenni, hogy a hasznosságát helyezték előtérbe; vázolták és kézzelfogható példákon ecsetelték azt az előnyt, amelyet műszaki vagy egyéb alkalmazásokban szolgáltat. Vagy pedig matematikai játékokról és multságokról írtak könyveket, amelyek sok szórakoztatót tartalmaztak, arról viszont, hogy mi a matematika, csupán torzképet adtak. Avagy végül a matematika alapjait általános filozófiai jelentőségükben fejtegették; ezzel az ilyen lapok olvasójának az érdeklődése – ami pedig a tiszta, az abszolút matematikára irányulna – különleges erővel nyomban a matematikának az ismeretelméleti, világnézeti kihatásai felé terelődik. Ám ebben az esetben is alapjában véve a matematikának a külső értékeire pillantunk rá, az értékét illetően rajta kívül keressük a mércét. Mi még az előadandó gondolatok matematikán belüli hatásainak sem fogunk helyet adni, azaz olyanoknak, amelyek a matematika más területein – úgyszólván belső – alkalmazásokkal bírnak. A matematika épületének természetéhez tartozó igen lényeges jelenséget kell ezzel mellőznünk: a nagy és meglepő kapcsolatokat, amelyek minden irányban átszövik ezt az épületet. A mi kereteink között kénytelenség erről lemondanunk, holott a legnagyobb matematikai felfedezések éppen azok, amelyek ilyen oldalági összeköttetések, ilyen távoli kapcsolatok feltárásában nyilvánulnak meg. Ahhoz, hogy ezeket bemutassuk, átfogó, hosszadalmas előkészületekre volna szükség és még inkább a felfogóképesség alapos csiszolására, ami nem állhat szándékunkban.

Egyszóval: eltérően attól, ahogyan más tudományterületek a kívülállóknak megmutatkoznak, tárgyalásunk súlypontját nem a tények képzik, hanem a jelenségek típusai, a kérdések felvetésének és a problémák megoldásának módszerei. A nagy matematikai eredmények, a teljes elméletek megértése persze megfelelő iskolázottságot, tartós elmélyedést igényel. Ez is egészen hasonló a zenéhez. Aki első alkalommal látogat el egy hangversenyre, semmiképpen sem ítélné meg Bach művét, „A fúga művészeté”-t, nem tekintheti át azonnal egy szimfónia felépítését. De ezek mellett a nagy zeneművek mellett léteznek kis dalok, amelyekben olykor él valami az igazi fenségből, és amelyekben a géniusz mindenki számára megnyilatkozik. Ilyen „kis dalokat” szeretnénk itt a matematika nagy birodalmából kiragadni: témák egy sorozatát, amelyek mindegyike külön-külön, önmagában is teljesen érthető és értékelhető; egyik sem kíván egy óránál hosszabb előadást; a következő alkalomra tartalmilag elfelejthetjük, ami előzőleg elhangzott. Arról is megfeledkezhetünk, amit fiatal éveinkben a matematikából meg kellett tanulnunk: logaritmusokról, trigonometriáról sehol sem lesz szó, hallgatni fogunk a differenciálszámításról vagy éppen az integrálokról is. Az egybevágósági tételekre, a zárójeles kifejezések összeszorzására fogunk igen fokozatosan visszaemlékeztetni – ez lesz minden.

Lehet, hogy nem a kezdő melódia íve az egyetlen egy dalban, ami azt széppé teszi; az egésznek a jellegzetes ötletét adhatja az alaptéma kis módosítása, a hangnem meglepő változtatása is; ezt csak az tudja igazán érzékelni és felfogni, aki előbb az alaptémát pontosan megfigyelte. Hasonló értelemben kell olvasónknak pontosan és érdeklődéssel „odafülnie” a kérdésfeltevés alapmótvumára, amellyel egy téma kezdődik, a kérdésfeltevés felépítésére, az első egyszerű példákra, amelyek egy-egy téma begyakorlását adják, mielőtt a fő gondolat következne; egy fokkal aktívabban kell követnie a gondolatmenetet, mint ahogyan azt az olvasmányok igénylik. Ha ezt teszi, úgy egyik témánál sem fog nehézséggel járni, hogy annak legfőbb mondanivalóját felfogja; akkor képes lesz egyet-mást meglátni abból, amit nagy gondolko-

dók némelyike tárt fel, amikor az elmélet birodalmát átmenetileg maga mögött hagyva valamely egyszerű kérdést egy apró, önmagában is zárt műalkotással, a valódi matematikai gondolkodás egy kis darabjával világított meg.

Értékes tanácsaikért és javaslataikért, valamint a korrigáláskor tanúsított baráti segítségükért mindenekelőtt *H. Cloos* úrnak (Bonn), *S. Heller* úrnak (Schleswig), *A. Johnsen* úrnak (Berlin), *H. Lessheim* úrnak (Breslau), *G. Neugebauer* asszonynak (Göttingen), *E. Staiger* asszonynak (Schleswig) mondunk köszönetet. Különös hálánk illeti a kiadóvállalatot érdeklődéséért, amelyben könyvünket részesítette.

Breslau és Bonn, 1930. április

H. RADEMACHER
O. TOEPLITZ