

# Tartalomjegyzék

<b>1. Optimalizálás gráfokon</b>	<b>1</b>
1.1. Bevezetés . . . . .	1
1.2. Algoritmikus bizonyítások I: a mohó megközelítés . . . . .	2
1.2.1. Legolcsóbb feszítő fák . . . . .	2
1.2.2. Láncok, utak, részfák . . . . .	5
1.2.3. Irányítások . . . . .	7
1.2.4. Színezések . . . . .	10
1.2.5. Forrás telepítés . . . . .	11
1.3. Algoritmikus bizonyítások II: javító utak . . . . .	12
1.3.1. Kőnig és Hall tételei . . . . .	12
1.3.2. Fokszámkorlátos irányítások . . . . .	14
1.4. Algoritmikus bizonyítások III: helyi javítások . . . . .	19
1.4.1. Irányítások . . . . .	20
1.4.2. Párosítások . . . . .	21
1.4.3. A szintező algoritmus megengedett $m$ -áramok kiszámítására . . . . .	22
1.5. Szétszedés pontos halmaz mentén . . . . .	28
1.6. Elemi konstrukciók . . . . .	34
1.6.1. Pontszétnyitás . . . . .	35
1.7. Szub- és szupermoduláris függvények használata . . . . .	38
1.7.1. Hall tétele újra . . . . .	38
1.7.2. Él-Menger újra . . . . .	40
1.7.3. Irányítási lemma újra . . . . .	41
1.7.4. Megengedett áramok: Hoffman tétele . . . . .	42
1.8. Minimális költségű fenyők . . . . .	43
1.9. Fenyők és fák pakolása . . . . .	49
1.9.1. Fedés fenyvesekkel és erdőkkel . . . . .	53
1.10. Maximális párosítások . . . . .	54
1.11. Perfekt gráfok . . . . .	60

<b>2. Optimalizálás matroidokon</b>	<b>65</b>
2.1. Bevezetés . . . . .	65
2.2. Függetlenség és rang . . . . .	67
2.2.1. Függetlenségi axiómák . . . . .	67
2.2.2. Példák matroidokra . . . . .	70
2.2.3. További fogalmak . . . . .	71
2.3. Körök és felbonthatóság . . . . .	73
2.3.1. Körök tulajdonságai, köraxiómák . . . . .	73
2.3.2. Felbonthatóság . . . . .	76
2.4. Bázisok és rang . . . . .	80
2.4.1. Bázisaxiómák . . . . .	80
2.4.2. Rangaxiómák . . . . .	83
2.5. Matroid-algoritmusok és -poliéderek . . . . .	85
2.5.1. Orákulumok . . . . .	85
2.5.2. A mohó algoritmus . . . . .	87
2.5.3. Matroidok poliéderei . . . . .	91
2.6. Matroid műveletek . . . . .	94
2.6.1. Elemi műveletek . . . . .	94
2.6.2. Duális matroid . . . . .	96
2.6.3. Minorok: elhagyás és összehúzás . . . . .	100
2.6.4. Maximális súlyú bázisok matroidja . . . . .	101
2.7. Matroidok halmazrendszerekből és gráfokból . . . . .	102
2.7.1. Partíciós matroid és rokonai . . . . .	103
2.7.2. Transzverzális matroidok és deltoidok . . . . .	105
2.7.3. Párosítás-matroid . . . . .	107
2.7.4. Gammoidok . . . . .	108
2.8. Matroidok összege és metszete . . . . .	109
2.8.1. Matroidok összege . . . . .	109
2.8.2. A matroidmetszet-tétel . . . . .	112
<b>3. Poliéderes kombinatorika</b>	<b>117</b>
3.1. Egész poliéderek, teljesen duális egészértékűség . . . . .	117
3.1.1. Oldalak . . . . .	117
3.1.2. Egész megoldások . . . . .	119
3.1.3. Teljesen duálisan egészértékű rendszerek . . . . .	120
3.2. TU-mátrixok: példák, alaptulajdonságok . . . . .	121
3.2.1. Lamináris hipergráfok . . . . .	125
3.2.2. Keresztezésmentes hipergráfok . . . . .	127
3.3. Farkas-lemma, dualitás, optimalitási feltételek TU-mátrixokra . . . . .	128
3.4. Kerekítés és egyenletes színezés . . . . .	131
3.4.1. Kerekítés . . . . .	131
3.4.2. Egyenletes színezések . . . . .	132

3.5. TU-mátrixok jellemzése . . . . .	133
3.6. Páros gráfok és lineáris programozás . . . . .	135
3.6.1. Páros gráfok: optimális részgráfok . . . . .	135
3.6.2. Páros gráfok: élszínezések . . . . .	138
3.7. Hálózati optimalizálás és lineáris programozás . . . . .	140
3.7.1. Megengedett potenciálok, legolcsóbb utak . . . . .	140
3.7.2. Megengedett áramok és folyamok . . . . .	141
3.7.3. Minimális költségű áramok és folyamok . . . . .	142
3.7.4. Hálózati mátrixokkal adott lineáris programok . . . . .	146
3.8. Fedés sétákkal és utakkal . . . . .	147
3.8.1. Az irányított kínai postás probléma . . . . .	147
3.8.2. Aciklikus digráfok optimális fedése utakkal . . . . .	149
3.9. Fedés körökkel . . . . .	152
3.10. Gyökeresen $k$ -élösszefüggő digráfok . . . . .	155
<b>4. Merev gráfok és szerkezetek . . . . .</b>	<b>159</b>
4.1. Merev és infinitezimálisan merev szerkezetek . . . . .	159
4.2. Merev gráfok a síkban . . . . .	163
4.3. A merevség tesztelése . . . . .	170
4.4. Rögzítés pontleszúrással . . . . .	172
4.5. Összefüggőség és merevség . . . . .	174
<b>5. Függelék . . . . .</b>	<b>177</b>
5.1. Fogalmak, jelölések . . . . .	177
5.1.1. Egyszerűbb tulajdonságok . . . . .	181
5.2. NP-teljes problémák . . . . .	183