Csillagórák Vekerdi Lászlóval – jegyzetek

6. Kozmikus játékok

– 271. oldal: Butterfield azzal kezdte, hogy a közhelyként emlegetett *kopernikuszi fordulat* valójában nem is létezett.
Ez az állítás *Benedek István*nak is megtetszhetett. *Az értelem dicséreté*ben előadott könnyed érvelését Laci előkészítette a beszélgetéshez, hogy Butterfield mellett azt is olvassuk fel, lehessen élvezni, összevetni a két stílust. Ez rádióban nem lett volna szerencsés, de itt párba állíthatjuk őket:

> Butterfield: *Nem szabad elfelejtenünk, hogy Kopernikusz tanítása át meg át van szőve értékfogalmakkal, teologikus magyarázatokkal, és egy olyan szellemiséggel, amit ma* animizmusnak *nevezünk. Sokkal inkább lezár egy régi korszakot, mintsem megnyit egy újat. Ama nagy rendszerépítő egyéniségek egyike ő – Arisztotelészhez és Ptolemaioszhoz hasonló –, akiket csodálunk szintézisük miatt, melynek nagysága szinte misztikusnak hat, ugyanakkor teljességgel irreleváns a mának, úgyannyira, hogy inkább csak esztétikai szempontból értékelhető.*
>
> Benedek István: *Úgy tűnik Kopernikusz tudatában volt annak, hogy valami rendkívülit fedezett fel (ennek igazságát egy pillanatig sem tagadhatjuk!), de annak is, hogy valami nagyon fontosat nem fedezett fel.*
> *Ettől még lehetett volna könyvének átütő hatása, akár úgy, hogy 1543-ban új korszak kezdődik a természettudományban, akár úgy, hogy óriási felháborodás közepette megégetik a könyvet, és kiátkozzák a szerzőjét. Nem történt azonban sem ez, sem az.* Kopernikuszi fordulat nem volt.
> *Visszhangja alig, fel nem kavarta az indulatokat. A csillagászokat nem győzte meg, a filozófusokat és teológusokat nem ingatta meg, a nagyközönség nem értette. Minthogy a szerző már nem élt, vitatkozni sem lehetett vele. Továbbra is a ptolemaioszi geosztatikus világkép maradt uralmon.*

– 275. oldal: Vekerdi László is idézi a híres levelet. [Galilei Paolo Sarpihoz írta 1604-ben] Az, bizony így folytatódik:

> *„Például, ha egy súlyos test az A pontból esik az ABCD vonalban, felteszem, hogy a C-ben elért sebesség úgy aránylik a B-ben elérthez, mint a CA távolság aránylik a BA-hoz, és következésképpen: a D-ben annyiszor lenne nagyobb a sebessége, mint a C-ben, ahányszor nagyobb a DA távolság, mint a CA."*

Mit olvas még ki a Sarpihoz írt levélből Vekerdi László: „1604-ben Galilei tehát megadta a szabadesést leíró helyes matematikai törvényt, amit kísérletekkel

igazolt, és hozzáfűzött egy teljesen helytelen magyarázatot, ti. azt, hogy az eső test sebessége az esés alatt megtett úttal arányos. Ebből a feltevésből a helyes, négyzetes úttörvény semmiképpen sem vezethető le.
Ernst Mach-tól kezdve Alexandre Koyréig számos tudománytörténész törte a fejét ennek az ellentmondásnak a feloldásán. Mach Galilei »pozitivizmusában«, Koyré a »platonizmusában« vélte megtalálni a rejtély kulcsát. Mach szerint Galilei 1604-ben túlságosan a kísérletének hatása alatt állott. Koyré szerint viszont el sem végezte azt a leírt módon [lejtőn gurulássá lassítva a szabadesést], és csak a kísérletekhez ragaszkodó arisztoteliánus ellenfelei kedvéért »találta ki« az egész szép kísérletet.
Természettudományos elméletek és tények interpretációja nagyon nehéz kérdés. Galilei esetében különösen, mert a kézirataiban történt nagy veszteségek és a személye körül fonódott legenda ma már szinte lehetetlenné teszik gondolatai genezisének feltárását." (Vekerdi László: *Az újkori matematika és fizika megszületése* – 2010 Magyar Tudománytörténeti Intézet – Magyar Tudománytörténeti Szemle Könyvtára 9.)

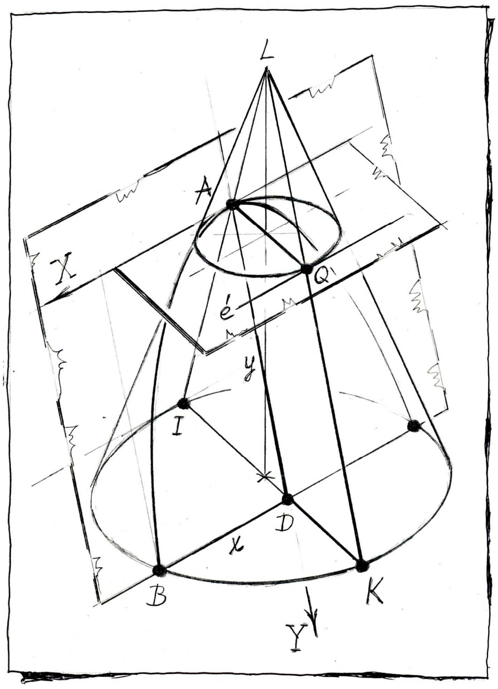
– 276. oldal: Érdemes egyáltalában bajlódni ezekkel a nehezen érthető modern rekonstrukciókkal, mikor megjelent műveiben maga Galilei még csak meg sem említi a fóliánsokon található kísérleteket és spekulációkat?
„Bár nem említi, végig megőrizte őket. Nélkülük meg se lehet érteni, miképpen jutott a mozgás új elméletéhez. Teljes pontossággal e feljegyzésekkel sem, hiszen így van annyiféle rekonstrukciós lehetőség. Épp ez a sokféleség mutatja viszont, no meg a rekonstrukciók bonyolultsága, nehezen érthetősége, egymást is félreértése, hogy miféle konceptuális és experimentális nehézségekkel kellett Galileinek megbirkóznia..." (V L: *Az újkori matematika és fizika megszületése*)

– 276. oldal: „...miféle ködön és homályon kellett átküzdenie a Nagy Toszkánnak magát ahhoz, hogy a kísérletek által megteremtett »távcsövével« megláthassa a mozgás fizikájának alapjait."
Maga az első lépés prózaian egyszerű: a szabadesés sebessége az idővel *arányos*. És ezzel a felismeréssel megindult a mechanika helyes útján a majdani Newton-axómák felé. De azt is tudta, érezte, hogy az úttörvény matematikai levezetésében bármilyen zseniálisan átértelmezte is a Merton-féle középérték-szabályt idő–sebesség lineáris grafikonná, az így létrejött háromszög területétének a sebességértékeket szemléltető szakaszokkal történő „besatírozása" még nem egy korrekt matematikai igazolás. (Hiányzik az integrálás gondolatmenete: a kétoldali közelítéssel egy szám kivételével minden más kizárása). Egyelőre nem is publikálta az eredményeket.

– 276. oldal: Ennek a jegyzetnek a Vekerdi-szövegeit egy Laci halálának évfordulójára megjelent szép kötetből szemelvényeztem. *Az újkori matematika*

és fizika megszületése címmel gyűjtötte össze még a szerző irányításával *Gazda István* Vekerdi László ilyen témájú írásait.
A szakszerkesztő *Bodorné Sipos Ágnes* volt, a szaklektorálást kezdetben *Scharnitzky Viktor* tanár úr, majd (elhunyta után) matematikatörténészeink új nemzedékének kiváló képviselője, *dr. Szabó Péter Gábor* végezte.
Lacit, aki a sízést és a modern matematikát Szele Tibor barátjától tanulta, tudománytörténészként kezdettől izgatta, miként alakultak ki az emberi gondolkodásnak ma használatos absztrakciói. Az interdiszciplináris hálózat bogozgatására aligha született nála alkalmasabb ember, de – miközben egyéb historiográfiai mezőknek is nagy volt a csábítása, itt – Rényi oltalmazó segítségét elveszítve – már nem kapott túl sok bátorítást. Így aztán, valahányszor ezt a postumus kötetet lapozgatom, megszólalnak a Radnóti-sorok, ha nem is létrejöttük kegyetlen tragikusságával, de nemzedékem oly sok, túl sok tagjára vonatkoztathatóan: *„...kezem őrzi kezük szoritását, / művük idézgetem, és torzóik aránya kibomlik...”*

– 280. oldal: Mire a rajzommal elkészültem, egész otthonosan éreztem magam a kis kalitkában, és még azt is megnéztem, hogyan alakul a gondolatmenet, ha az „emeleti” kört a legkisebbre veszem: a parabola *A* csúcsánál. Az értelmezést az olvasóra hagyom.



Azért itt mellékelem a levezetést, hogy látni lehessen, milyen rövid. A *2.* a *cédulán* a pontokat már nagybetűvel jelöltem mai szokás szerint. Az arányok (Galilei levezetéseinek rémességei) nagy részétől megszabadulunk.
$DB^2 = ID \times DK$,
$ID:AD=AQ:LQ$
Ennek és $DK=AQ$ figyelembevételével
$DB^2 = (AQ^2/LQ) \times AD$
ahol a ( )-ben *állandó* mennyiség van. A szokásos elnevezésekre áttérve:
$x^2 = 2py$.

*

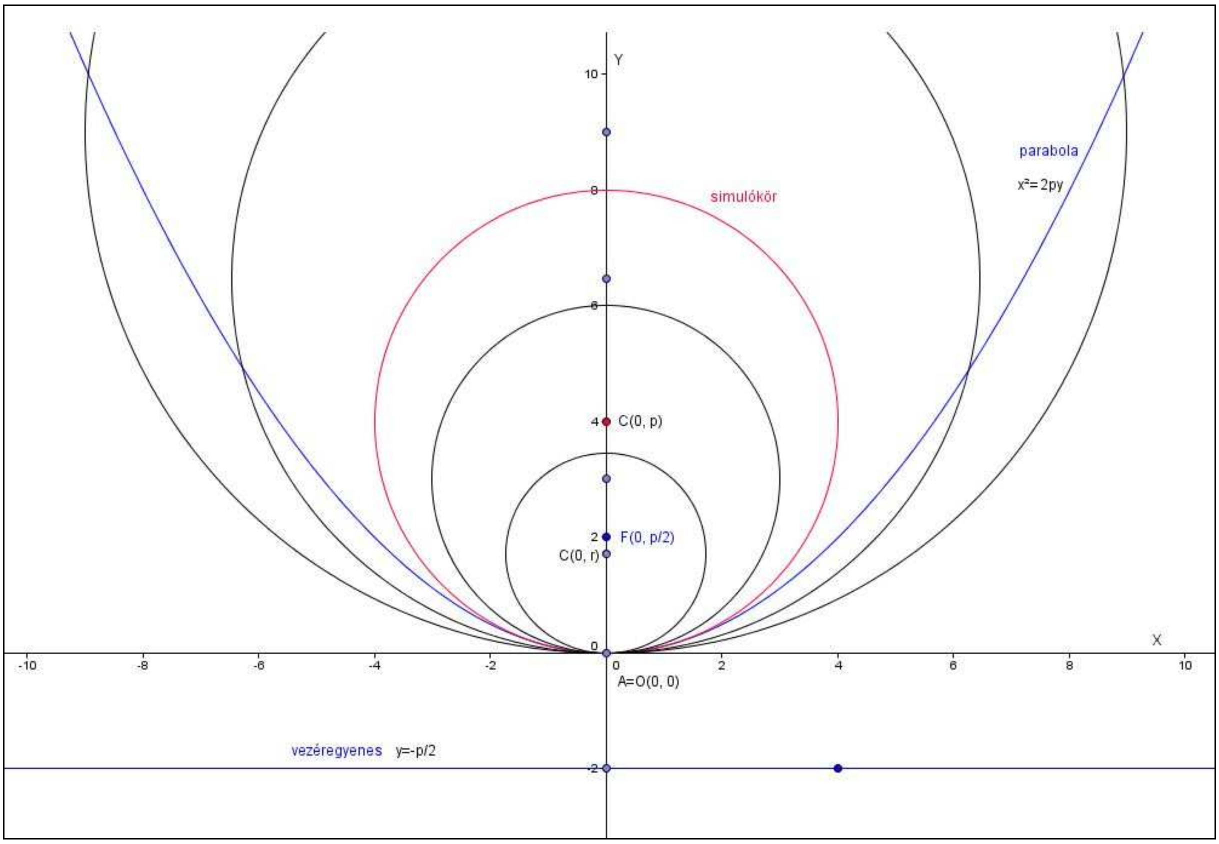
A parabola csúcsponti egyenletében a konstans ábránk jelölései mellett:
$2p = AQ^2/LQ$

Ha a *kúp szabályos* háromszög tengelye körüli megforgatásából származik, azaz nyílásszöge 60°-os, tehát
ha $AQ=LQ$, akkor

$2p = AQ$,

Ilyenkor a kúpnak a parabola csúcsán átmenő köre éppen p sugarú, amely érték a parabola paramétere. Ha a kör síkját az X tengely körül befordítanánk a szelő síkba, ez a kör lenne *a parabola csúcspontjában a simulóköre*; amelynek íve a görbületét „legjobban követi”.

Nézzük a parabola síkjában azokat a köröket, amelyek a görbét a képünkön A-val jelölt csúcsában érintik: nekik is pontjuk A, és érintőjük a csúcsérintő. (Elég e körsornak a parabola felőli félsíkba eső részével foglalkoznunk.) Szemlélet alapján is világos, hogy, ha túl kicsik a körök, akkor nincs több közös pontjuk a parabolával, tartalmazza őket a parabola, ha viszont elég nagyok, akkor pedig ők tartalmazzák a parabola „orrészét”, de a végtelen görbe aztán kibújik a körből, az áttörésnél (legalább) két metszéspont keletkezik, szimmetrikusan. (Hogy több nem, azt majd a számolásból láthatjuk.)
(*) *A legnagyobb olyan csúcsérintő-kört, amelynek csak egy közös pontja van a parabolával (és vele azonos félsíkba esik), nevezzük a csúcsbeli simulókörének.*



Mit mondanak a számítások?
Az XY koordinátarendszerben a parabola A csúcsa legyen az origóban, a tengelye az Y-tengely, a csúcsérintője az X-tengely; egyenlete ekkor
$x^2 - 2py = 0.$
Az X-tengelyt $A = O$-ban érintő r sugarú körök középpontja $C(0, r)$, egyenlete
$(x - 0)^2 + (y - r)^2 = r^2$
$x^2 + y^2 - 2ry = 0$
Oldjuk meg az egyenletrendszert:

$x^2 \qquad - 2py = 0 \qquad$ (parabola)

$x^2 + y^2 - 2ry = 0$ (csúcsérintő kör).

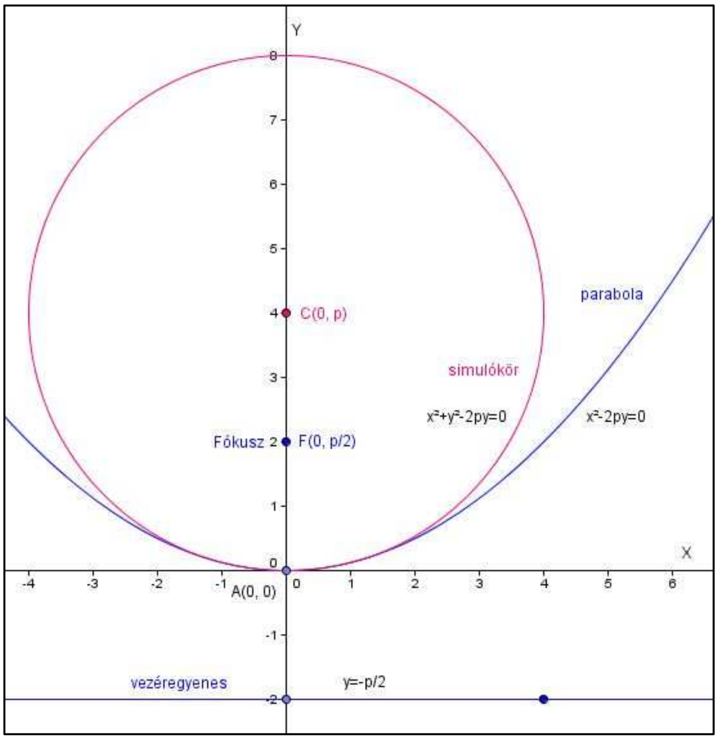
Az első egyenletet kivonjuk a másodikból:

$y^2 - 2(r - p)\, y = 0$,
$[y - 2(r - p)]\, y = 0$,
ami akkor teljesül, ha
vagy $y = 0$, vagy [...] = 0.

Előbbiről eleve tudtunk: $y_1 = 0$, és $x_1 = 0$.

Utóbbi akkor teljesül, ha a
$0 \le y = 2(r - p)$

Ha $r < p$, nincs újabb pozitív gyök,
ha $r > p$, y_i pozitív, és vele a kiinduló másodfokú egyenletekből (például a paraboláéból) két szimmetrikus metszéspont koordinátáit kapjuk.
Ha $r = p$, a [...] akkor 0, ha $y_i = 0$, ismét megkapjuk megoldásként az $A(0, 0)$ pontot, és csak ezt. Ez a megoldás kétszeres, akár háromszoros gyöknek tekinthető, de azért csak egyetlen közös pontot jelent, és a kör a legnagyobb az ilyen tulajdonságúak közül:



A p paraméterű parabola csúcsában a simulókör p sugarú (középpontja a csúcstól kétszer olyan messze van, mint a fókusz).

A simulókör a parabola ívének hosszabb szakaszát olyan jól közelíti, hogy akár helyettesítheti is. Vázlatok rajzolásakor jó szolgálatot tesz, megoldja a kényes csúcsívet.

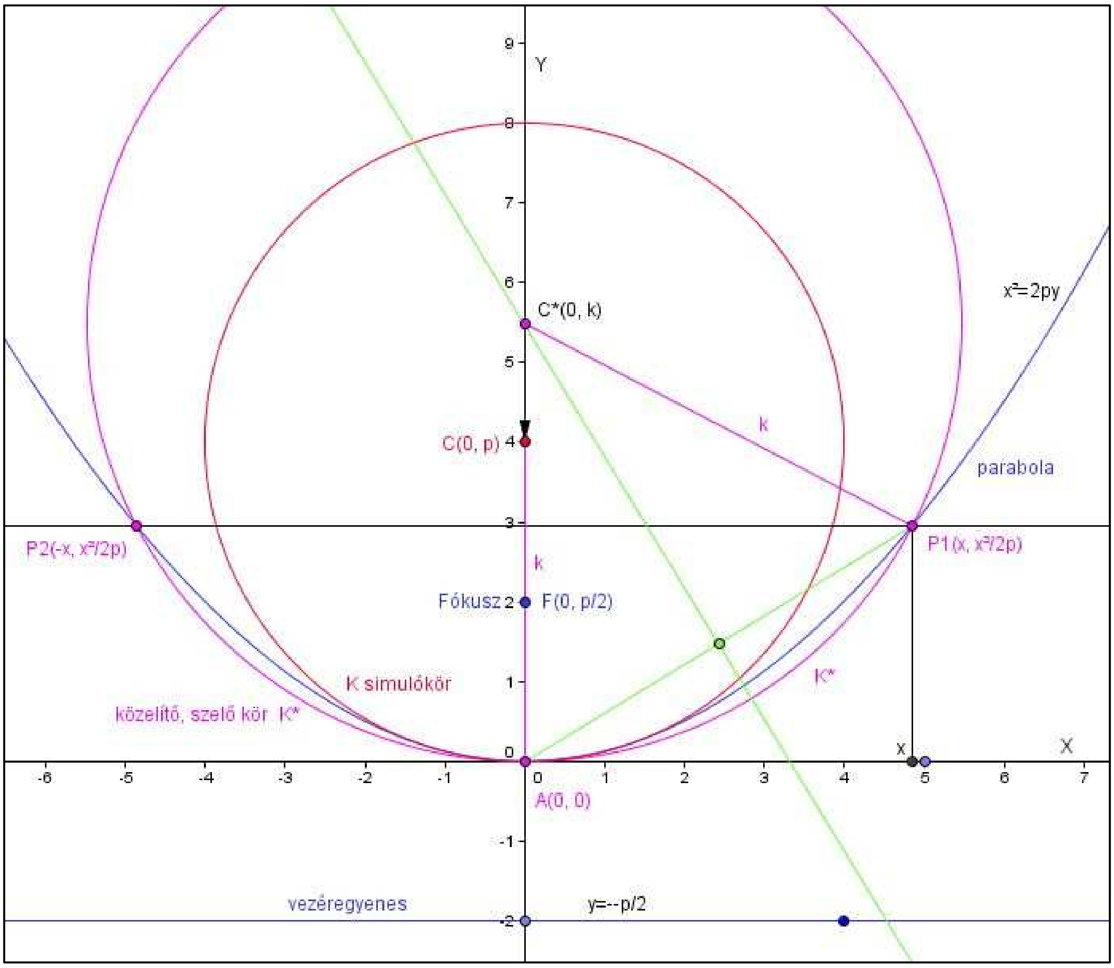
Érdemes az egyenleteket is összevetni:
$x^2 = 2py$ (parabola)
$x^2 + y^2 = 2py$ (csúcs simulóköre).

Amíg az y kicsi, a négyzete szinte „elhanyagolható”, ugyanahhoz az x értékhez alig nagyobb y tartozik a kör esetében.

A simulókörre (*) egy ad hoc definíciót adott. Általánosságban minden – bizonyos feltételeknek megfelelő – görbe pontjaiban kereshetjük az ott legjobban közelítő körívet.

A G görbe P, P_1 és P_2 pontjai egy K kört határoznak meg (kivételesen egyenest). Ha K* egy K kört közelít meg tetszés szerinti mértékben, valahányszor P_1 és P_2 kellően közel van P-hez, akkor K a görbe P-beli* simulóköre*, és sugarával a G itteni* görbületét *mérjük.*

Határozzuk meg a parabola csúcsponti simulókörét e definícióból kiindulva, hogy lássuk a gondolatmenetbeli különbséget.
A parabola egyenlete
$x^2 = 2py$.
Válasszuk a P_1 és P_2 pontokat szimmetrikusan (amit megtehetünk, mivel csak az A-tól való távolságuk a szempont). Ekkor P_1AP_2 köréírt körének, K^*-nak középpontja a parabola tengelyére esik, $C^*(0, k)$, és sugara $C^*A = k = C^*P_1$ $(x, x^2/2p)$.



Mindjárt a távolságok négyzetét írva:
$k^2 = x^2 + (k - x^2/2p)^2 = x^2 + k^2 - kx^2/p + x^4/4p^2$
$kx^2/p = x^2 + x^4/4p^2 \quad (x \neq 0)$
$k = p + x^2/4p$
A K^* középpontja valamivel messzebb esik, mint a parabola fókusztávolságának kétszerese. A többlet, $x^2/4p$, ha P_1 és P_2 pontokkal közeledünk A-hoz, $|x|$ csökkenésével négyzetesen közelít 0-hoz: K^* kör tetszés szerint közelíthető a $C(0, p)$ középpontú, p sugarú körhöz.

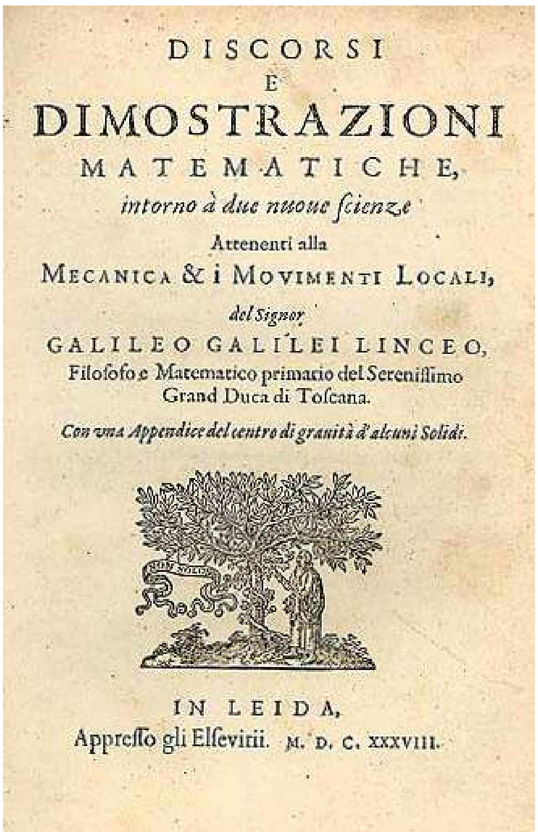
Ugyanazt a simulókört kaptuk, mint az ad hoc definícióból. Nem csoda, hiszen a szimmetrikusan választott parabolapontok esetén a P_1AP_2 körök a korábbi, csúcsérintő körsor metsző elemei közé tartoznak. A nagy különbség az, hogy míg az ad hoc definíció alapján magát a simulókört is szerepeltettük, és kiválasztottuk a vizsgált körsorból, az általánosabb definíció esetében a simulókör maga nincs a közelítő körök közt, P_1 és P_2 nem lehet egyidejűleg A. A definiált körhalmaz nem tartalmazza a határesetet, hanem rámutat.

*

Kissé elkalandoztam Galilei parabolametszet-levezetésétől. Gondoltam is, hogy törlöm ezeket a saját szórakoztatásomra írt poszttanári posztmodernkedéseket (és *GeoGebra* rajzgyakorlatokat). Hiszen nem sok olvasót remélhetek. Ám ha köztük lenne Galilei, nagyon tetszenének neki. (A második gondolatmenetet könnyedén értelmezné, hiszen egy Pitagorasz-tételen alapul, de feltehető, hogy a körsorhoz is találna saját algerát.)
Jó Sagredom – írhatná egy posztumusz *Discorsi 2*-ben – *mégiscsak jól láttam én a körök fontosságát a mozgások leírásában. Ez a simulókör lokálisan helyettesítheti a pályát, és megmondja mennyi ott a görbület. Ennek (és a sebességének) megfelelően kell bedőlnie egy ilyen ívű kanyarban a gyorslábú futónak. Az* érintő egyenes *a* lokális irányt *jelöli ki, amerre repülne, ha felugrana, s amely ugrásnak a hossza az aktuális sebességét mérné. A* simulókör *a* lokális görbületet *adja meg, amerre kanyarodnia kell, hogy a pályán maradjon. Ezekből kell összeépíteni a mozgást a pályáján és nem izolált pontokból, amint az eleiak filozofálgattak. Mozgást csak mozgásokra lehet szétbontani...*

– 282. oldal: Az Accademia dei Lincei, Cesi herceg „tudósklubja” Galilei beválasztásával nemcsak világsztárt és frontembert igazolt le, de odaadó hűségű társra tett szert.

Az *Így él Galilei* 10. fejezetében, de több más helyén is sok részletet közöl a kis testület tevékenységéről. Vekerdi László, a 20. századi *Hiúz* bizonyára némiképp elkötelezett is volt, de ami nagyon érdekelhette, hogy – főként a jegyzetekben – kiélhette historiográfiai ambícióit. Egyes történészek nagy elismeréssel írnak a Linceinek a tudomány új lehetőségei iránti programszerű érdeklődéséről, a skolasztikusok elleni fellépéséről, és kiemelik e szellemi magánvállalkozás példamutató voltát. Van viszont, aki gondos munkával igyekszik megmutatni, hogy Cesi herceg tulajdonképp kikopott a római hatalmi elitből, és a figyelmet akarta így magára visszaterelni; valójában pozíciójának javítása érdekében hozta létre akadémiáját. Ismerjük jól ezeket a deheroizáló történészi törekvéseket, amelyek mindennek a fonákját keresik, az önös


DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue scienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.
IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

mozgatókat. Laci nem ítélkezik, de érezhetően nem áll a benyálazó pártján. „Ám ha csakugyan ennyire jelentéktelen volt az Accademia, akkor Galilei hogyan és miért nevezhette magát végig és büszkén Linceónak? És az Aranyálarc-utcai Cesi-palota is túl szép és hatalmas ahhoz, hogy csak három-négy háztáji tudós találkozgasson ott egy rövid ideig, s dolgozzon egy mexikói természetrajz kiadásán."

– 288. oldal: Megható, egyszersmind fölemelő, hogy onnan számítva, hogy a beteg és vak Galilei utoljára vetette fel kínzó problémáját: „... jó Sagredo, meg vagyok győződve, hogy töprengtél a mozgás elméletéről", húsz év elteltével Huygens leírta „a körmozgás által okozott centrifugális erő tételét". Galilei tudományos munkásságának egyenes folytatója átlépte a küszöböt, aminél elődje megállt.
Voltak-e az öreg tudósnak kibontható újabb sejtései a mozgások elméletéről? Soha nem fogjuk megtudni. Valójában – amint láttuk, mindegy is – a fizika alapjai kezdtek megszilárdulni. Egy elemző így zárja Galilei mozgásmatematikájának jellemzését: „Hatalmas rés szakadékai vannak szándékai és a tényleges megvalósulás között." – „Kétség kívül – ismeri el Vekerdi László a *Discorsi*hoz írt utószavában –, csak épp a »rés« értékelését kell megfordítanunk. Hiszen ebben a »résben« nőt fel, a »szándék« egyre »ténylegesebb« megközelítésével, a newtoni mechanika és nyomában az egész újkori fizika. Kicsi túlzással bízvást elmondható, hogy a *Discorsi*val született meg önálló tudományként a fizika: Galilei fedezte fel, hogyan lehet a világot mérhető és matematikával összekapcsolt változókkal megbízhatóan leképezni. Olyan megbízhatóan, hogy a kép alapján az eddigi próbálkozásoknál sikeresebben tudja az ember a maga hasznára fordítani a természet jelenségeit." Bár ez a haszon csak később volt realizálható, de az összegzés találó, és szebben aligha lehet megfogalmazni.

– 287. oldal: Levelez Cavalierivel[*] annak térfogat- illetve területszámítási módszereiről, a „fölószthatatlanok"-ra bontásról; ez már közeledés a forró területhez.
Hajós György professzor úr elsőéveseknek a gömb (és gömbszelet) térfogatát *Cavalieri-elven* alapuló – de persze a mai igényeknek megfelelően fogalmazott – módszerrel vezette le. (A *Bevezetés a geometriába* című, műremekké csiszolt könyvében is ez olvasható.) Így nem kellett alkalmaznia az integrálszámítás módszerét, amelyet az analízisórákon még addigra nem építettek fel. Ad hoc határérték-meggondolásokkal számos probléma megoldható az analízis általános tételeinek megkerülésével. A szellemes 17. századi ötlet bemutatását bizonyára történeti színfoltnak is szánta lebilincselő előadásaiban.
Az '50-es, '60-as években a matematikusok körében eléggé történelemellenes volt a hangulat. „Egy matematikai állítással egyidejűleg a bizonyítását is megismerem, és ellenőrizhetem. A történelmi állítások esetében ezt általában

nincs módom megtenni” – mondta egy ízben *Surányi János* professzor úr. (A kételkedés lehetőségének ez a hangoztatása nem vonatkoztatható el az időszaktól. A matematikai gondolkodás függetlenségét, és a maguk részleges politikai szabadságát is védelmezték vele.) Mindazonáltal veszteség, hogy akkoriban nem állt az ELTE egy akármilyen kicsi szobácskájának ajtaján a jellegzetes feketebetűs üvegtábla azzal a felirattal: *Tudománytörténeti Tanszék*. Egy 30-as éveit taposó Vekerdi László, mondjuk, adjunktusra bizony rányithatta volna Surányi professzor azt az ajtót: „Laci! Tegnap olvastam Gaussnak még egy bizonyítását az algebra alaptételére, érdemes lenne összegyűjtened, hányszor és hányféleképp tér rá vissza élete során.” Hajós talán inkább a folyosón szólt volna oda neki (kemény r-eivel): „Vekerdi kérem! A firenzei kongresszusról hoztam önnek egy érdekesnek tűnő különnyomatot Torricelli egyes eredményeiről. Galilei halála után ő volt ott a nagyherceg matematikusa. Tartana egy előadást róla a szemináriumomban? Bizonyára lesznek ötletei és nekünk is.”

– 290. oldal: Kepler már heliocentrikus rendszert modellez, de még Kopernikusz módjára, körpályákkal. Az ellipszispálya későbbi felfedezése.
Ernan McMullin írja:

> *Kopernikusz rendszerének első jelentős támogatója Kepler volt. Mikor idősebb kortársa, Galilei még habozott a kopernikánus elképzelés mellett kiállni, Kepler már részletes teoretikus asztronómiát dolgozott ki a kopernikuszi rendszer köré. De szembesülnie kellett a tézis ellen a Szentírásból felhozott, és akkoriban széltében-hosszában hangoztatott kifogásokkal.*
> *Első művének, a* Mysterium Cosmographicum*nak (1596) a kéziratából törölnie kellett a Kopernikusz tana által felvetett exegetikai kérdésekre történő hivatkozást a Tübingeni egyetem vezetőinek kifogásai miatt. Ám soron következő könyvének, az úttörő* Astronomia Nová*nak az előszavában ezekkel a zavarkeltő szentírási textusoknak a tárgyalásával indít, kifejtve, hogy valójában semmiféle kihívás nem rejlik bennük.*

Egyebek közt azzal érvel Kepler, hogy a Szentírás szerzői a befogadók felfogóképességéhez alkalmazkodtak, hiszen nem az volt a céljuk, hogy csillagászatra tanítsák őket.

> *Nyilvánvaló, hogy az Írás az emberi érzékelésnek megfelelően szól akkor is, mikor a dolgok valójában nem az érzékszervi tapasztalatoknak megfelelően vannak. (...) A zsoltár írója „*azért tekinti a Napot mozgónak, mert így látja az emberi szem”. *Mikor Józsua imádkozott, hogy álljon meg a Nap, azt akarja, hogy „őnekik tűnjön így, legyen bármi is egyébként a valóság.”*

Kepler tehát időérzékünk relatív voltával pszichologizál. Tudjuk, Galilei meg éppen kopernikánus érvet törekedett facsarni Józsua csodájából: A Nap álljon meg az Ég, azaz a Világmindenség *közepén*. Mindkét értelmezést elég reménytelen lehetett lenyomni a szélsőséges dogmatikusok torkán. De az ilyen vitáknak akkor sem, most sem az ellenfél meggyőzése a céljuk, hanem, hogy mindenki mondja a magáét. Kinyilvánítják, hogy a dolgoknak az ő rendszerükben is van értelmezése. Aztán az események elmennek a szövegek között, akad, amit magukkal visznek, de többnyire otthagyják azokat (és íróikat) a feledésnek.

– 290. oldal: Így mindössze *ötféle testszöglet lehetséges*.
Ám nehogy azt higgyük, hogy máris készen vagyunk [azzal, hogy látható: egybevágó, szabályos sokszögekből csak ötféle konvex „sarok" építhető]. Egyrészt be kell látni, hogy mindegyik ilyen „sapka" többszörözésével fel lehet valóban építeni egy hézagmentesen záródó épületet, másrészt, hogy mindegyikből csak egyet, azaz nem lehet hamarabb is, később is összezárni a kupolát. Nem ok nélkül volt Hajós professzor úr híresen szigorú (tanteremben, nyilvánosan tartott) vizsgáin a szabályos testek az egyik legmeredekebb „jelestétel".
Ebben a reménytelenül át nem látható térbeli lehetőségtömegben csodálatos rendet vág *Euler tétele*, amely szerint *az egyszerű*[!] *poliéderben a lapok és a csúcsok számának összege 2-vel több az élek számánál*:

$l + c = e + 2 \qquad (E)$

A széles hatókörű tételnek játékos, valóban előismeret nélkül is követhető bizonyítását adta Hajós amolyan „kisbolygóként" kezelve az alakzatot, s azon gátak átvágásával, elárasztott tartományok és a maradék gátakon közlekedő gátőrök történetével. (Hajós György: *Bevezetés a geometriába*) Akár Raffaello-parafrázist is festhetnénk, amelyen a geometria nemtője tanulmányozza a gömbbé felfújt kisbolygóra rajzolt gráfot. A tétel sok mindent elárul a „hétköznapi" poliéderek (sőt bizonyos gráfok) végtelen sokaságáról.

A szabályos testek esetében használható az Euler-tétel, mivel minden konvex poliéder egyszerű. Jelöljük
n-nel a szabályos sokszöglapok oldalszámát, és
m-mel az egyes csúcsokba összefutó élek számát.
Laponként, illetve csúcsonként összeszámlálva az éleket:
$l \times n = 2e$, illetve $c \times m = 2e$,
mivel minden élt mindkét benne találkozó lapnál, illetve mindkét végpontjánál számításba veszünk. Ezekből

$l = 2e/n$, illetve $\qquad (l_{sz})$
$c = 2e/m. \qquad (c_{sz})$

(E)-be helyettesítve és a kínálkozó $2e$-vel végigosztás után kapjuk az Euler-tételnek a szabályos testekre vonatkozó állítását:

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{e} + \frac{1}{2}. \qquad (E_{sz})$$

Kissé idegenszerű ez a háromváltozós egyenletet csupa törttel, de egy olyan ókori matematikusnak, aki az egyiptomiak sajátos, egységtörtekkel való számolásában is gyakorlott volt, igencsak tetszene: a poliéder jellemző adataiból átlagol. Bizonyára azonnal megállapítaná, hogy mivel a bal oldalon álló két egységtört összege több félnél, *e*-től függetlenül:

$$\frac{1}{n}+\frac{1}{m}>\frac{1}{2}, \qquad (>)$$

amire nagyon kevés a lehetőség, mert az egységtörtek sorozata az elején rohamosan csökken. Aki a kisebb egész számok reciprokait a szemlélet szintjén értékeli, máris látja: az *m* és *n* (miután mindkettő legalább 3), mindössze 3-3; 3-4 és 3-5 lehet – utóbbiak mindkét sorrendben. Ezeket (E_{sz})-be helyettesítve egyszerű számolással kapjuk az élek lehetséges számát (*e*), amivel az elején felírt összefüggések adják a lapok és a csúcsok számát is. Táblázatba foglalhatjuk az összes lehetőséget:

n	*m*	*e*	*c*	*l*	
3	3	6	4	4	tetraéder
3	4	12	6	8	oktaéder
4	3	12	8	6	kocka
3	5	30	12	20	ikozaéder
5	3	30	20	12	dodekaéder

Nincs több! Mi más ez, mint beletekintés *A Könyv*be (ahogyan Erdős Pál nevezi). Áhítatunkból némi ocsúdás, hogy az öt test létezését, szabályosságát azért még bizonyítani kell. A fentiek tudatában ez lényegesen egyszerűbb ugyan, de mint említettem „jeles-kritérium" volt. (Egy építkezés olvasható *A Hajósban*.)

*

Bizonyára feltűnt, hogy a (>) egyenlőtlenségből semmivel sem tudtunk meg többet, mint amit kezdetben az építkezési kísérletek elárultak. A (*) adatokkal (E_{sz})-ből azonnal a táblázathoz juthatunk. Csak az a bizonyítás nem lenne *szép*, eklektikusan keveredne benne a térgeometriai szerkesztés és az algebrai számolás.
Ráadásul még rágondolni is rossz, milyen kellemetlen kérdésekkel szaggatta volna meg Hajós a lapok sarkokká hajtogatásának, összeillesztésének ismertetését. Könnyű ilyenkor belekeveredni a szemléletes állításokba.

*

Egy csinos gondolatmenet a sarkokra a következő:
A konvex testszögletben a csúcsnál összeillesztett szögek összege kevesebb 360°-nál, a síktartományt jelentő teljesszögnél. (Ez a szemléletes állítás kényszer hatására igazolható is.)
Ismeretes, hogy a konvex *n*-szög szögösszege
$(n-2)180°$, így
a szabályos *n*-szög szöge: $(n-2)180°/n$.
Ha *m* darab szabályos *n*-szög egy konvex testszögletet alkot
$m(n-2)180°/n < 360°$
$m(n-2) < 2n$ (×')
$m(n-2) - 2n < 0$
Most egy kis algebrai trükközés:
$m(n-2) - 2n + 4 < 4$ [kiemelve 2-t...]

$m(n-2) - 2(n-2) < 4$ [...majd $(n-2)$-t]
$(n-2)(m-2) < 4$ (×<)
A bal oldalon álló szorzat 1×1, 1×2 vagy 1× 3, utóbbiak mindkét sorrendben; ezek szerint n és m: 3 és 3, 3 és 4, 3 és 5, utóbbiak mindkét sorrendben.

Erre a bizonyításra Hajós professzor úr is rábólintott volna, de lehet, hogy megemlítette volna, hogy az Euler-tétel kerülgetése felesleges kitérő, hiszen végül az élek kiszámításához mégiscsak kell (E_{sz}), akkor viszont ott van belőle azonnal a reciprokos (/>), ami ekvivalens ezzel az elegáns (×<) szorzattal!
Ha a (×') összefüggést másik irányban alakítjuk:
$m(n-2) < 2n$
$mn - 2m < 2n$
$mn < 2n + 2m = 2(n + m)$ [osztva $2mn$-nel:]
$\frac{1}{2} < \frac{n+m}{nm}$ [osztva és a felcserélve a két oldalt:]
$\frac{1}{n} + \frac{1}{m} > \frac{1}{2}$.
Itt van ismét (>), amit az elején, az Euler tételből kaptunk.

Ne feledjük, amire kíváncsiak voltunk, pár lépésben megtudtuk. A többi csak amolyan „dekázgatás a labdával". Szándékosan részleteztem az egyszerű számolásokat, hogy „ne kelljen előismeret" annak megfigyeléséhez, milyenek az esztétikai célból történő stiláris csiszolások a matematikában. Gyakorta az ilyen lépések maguk is esztétikusak.

*

Persze nem várhatjuk el, hogy minden egyszerű és elegáns legyen. Nem ok nélkül írtuk azt, hogy m és n értékeiből egyszerű számolással kapjuk az élek lehetséges számát, e-t, (E_{sz}) alapján. Az explicit formula is előállítható ugyan:

$$e = \frac{2nm}{2n + 2m - nm},$$

de nem olyan csinos, mint a többi. Alakítgathatjuk, de sokkal szebb nem lesz. Valamit javít a képen viszont, az a rokonság, ami megnyilvánul, ha a lapok és csúcsok számára is felírjuk ezt a formulát:

$$l = \frac{4m}{2n + 2m - nm},$$

$$c = \frac{4n}{2n + 2m - nm}.$$

Ha a nevezőt, mondjuk Q-nak nevezzük:

$l = 4m/\mathrm{Q}$, $c = 4n/\mathrm{Q}$, $e = 2nm/\mathrm{Q}$.

A Q = $2n+2m-nm$ *pozitív* értékei mindössze: 3, 2, 1.

***

Hol isteni szépség, ott ördögi kétség. Az Euler tételt éles szemmel pécézte ki *Lakatos Imre* (1922–1974) a már Angliában írt, és világhírűvé vált *Bizonyítások*

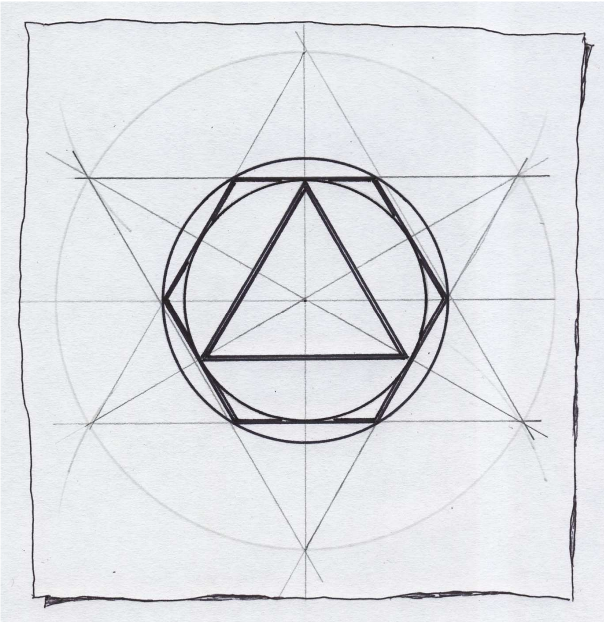
és cáfolatok első témakörének. A dialógus formájú esszében a diákok és tanáruk egyre ravaszabb poliédereket konstruálnak, amelyeken megbukik az eredeti összefüggés. Poliéderek összeépítése, vagy részpoliéderek kivágása lapokat, éleket, csúcsokat különíthet el, vagy forraszthat eggyé (a modern szobrászat egyébként ezzel gyakran él), s a leszámoláskor a legkülönbözőbb problémáik adódnak, és persze jó vitákba keverednek. Szórakoztató olvasmány, bár régóta ismeretes, hogy az Euler-tétel csak bizonyos feltételeknek megfelelő testekre igaz, és a csomópontokba (csúcsokba) futó vonalszakaszokkal (élekkel) körülhatárolt tartományokból (lapokból) álló gráfok osztályokba sorolhatók aszerint, hogy az Euler-tétel milyen konstanssal igaz rájuk.
Egy alkalommal, mikor gyakorlatot vezettem első éves tanárszakosoknak, bevittem Lakatos könyvét, és részleteket dolgoztunk fel belőle. Kedvet akartam vele csinálni nekik ahhoz, hogy figyelmesen tanulmányozzák a „Hajós-könyv" (akkoriban biblia volt) elején a *Sokszög és poliéder* fejezet fogalmait, kemény diszkusszióit. A valóban nagyon kényes viszonyokból Hajós előre kiemel néhány tágas kategóriát (korábban [!]-lel jeleztem) – *összefüggő*, *közönséges*, *egyszerű*, *konvex* – amelyeken belül aztán már szilárd bizonyításokat építhetett, a „cáfolatok" lehetőségei kívül rekednek. Nehéz tanulmány az az osztályozás az alapfogalmak, axiómák és pszeudoaxiómák határterületein járunk már, a könyvben hemzsegnek a **B** megjegyzések, amelyek az igényeseknek szólnak. A tanulmányok kezdetén, nem igen érteni még, hogy miért ez a kemény kenyér, azért mutattam meg a lakatosi támadásokat, lássák, hogy az ilyenek kivédése a távoli cél.
A következő órára az egyik hallgató szintén hozott egy könyvet: *Szász Imre: Ménesi út*. – Olvassa el tanár úr, van benne szó Lakatos Imréről is. Később elmeséltem Lacinak, hogy így ismertem meg Lakatos mefisztói hajlamának politikai megnyilvánulásait az *Eötvös Collegium*ban. – A recski purgatóriumban levezekelte bűneit – mentegette Laci Lakatost, akit nagyra tartott, és gyakran hivatkozott rá. (Öccse, Vekerdi József, az Eötvös Collegium egyik zsenije bizonyára más véleménnyel van Lakatos Imréről, az akkori pártkatonáról, akinek szerepe volt az intézmény feloszlatásában.)

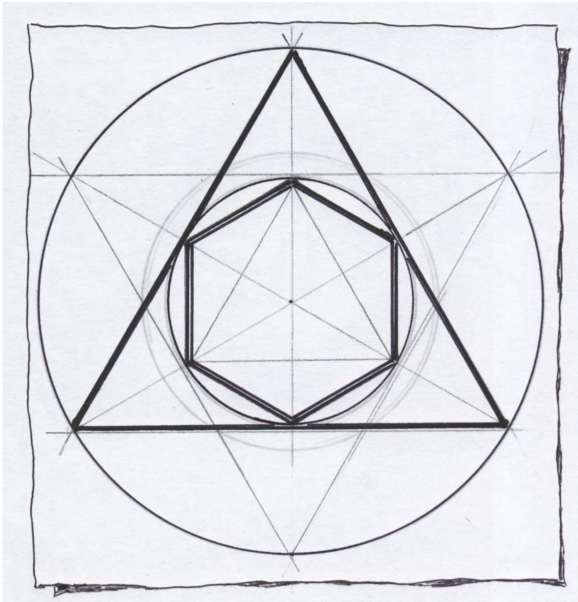
*

Ha már a rokonok és ismerősök történeteinél tartunk, bátyám is Eötvös kollégista volt. A fiatal Hajós György (még műegyetemi tanár) lett a Collegium matematikai tutora. Mikor a véleményüket kérte, mivel szeretnék, ha foglalkoznának, Lakatos azt javasolta: – Nagyvonalúan suhanjunk át a különböző diszciplínák felett, és helyenként leszállva végezzünk mélyfúrásokat. – Lakatos kolléga – mondta Hajós – matematikát így nem lehet művelni.

– 290. oldal: A bolygótávolságok bejátszása elég bajos volt. Az öt szabályos test sorrendje 5 faktoriális, azaz 120-féle lehet. A szemlélet alapján ugyan a legtöbb konfiguráció kizárható, de így is Kepler éjt nappallá téve számolt, míg csak nem talált egy olyan elrendezést, ami elég jól illeszkedett az adatokhoz.

Ha a szabályos testeket más sorrendben rakjuk egymásba, akkor a méreteik jelentékeny mértékben változnak. Egy síkbeli analógiára gondoljunk. Ha egy kör (szféra) belsejébe írunk egy szabályos háromszöget és köré egy szabályos hatszöget, vagy fordítva, a beleírt hatszöget és a köré írt háromszöget tekintjük; a „következő szféra”, az érintőpoligon köré írt köre alaposan eltérő nagyságú.





(A cédulákon jól látható a különbség.) Gondoljuk el, Kepler ilyesmiket számolt poliéderekkel!

Természetesen nem kellett a 120 variációt mind megnézni. Azt is el tudom képzelni, hogy szemlélet alapján nagyjából megvolt az alkalmas sorrend. Minél többlapú a test, annál jobban simul a gömbhöz, így a beírt és a köré írt gömbjei közt kisebb az eltérés. A pályakörök nagyságviszonyának ismeretében kívülre került a kocka és tetraéder és a belső bolygókhoz az ikozaéder, dodekaéder, amiket így sajnos alig lehet látni. A Naprendszerről készült ábrákon torzítani szokás, a külső bolygókat közelebb hozni. Ez a kristálymodell viszont méretarányos a Naprendszerrel, s így, miután a Szaturnusz szemszögéből nézünk (mint a Cassini-szonda), a belső rész igencsak zsúfolt.

Érettségi előtti időszakban jó téma lehet egy gyakorló-ismétlő órán néhány szféra sugarának kiszámolása ebben a Kepler-féle rendszerben – szabályos testek, trigonometria, bolygópályák viszonya, a 17. század kezdetének történelme, műveltsége, tudományos ismeretei stb.

– 292. oldal: Kepler úgy gondolta, hogy a bolygókat a Napból sugárzó erő mozgatja, amely fordítottan arányos a körkerülettel, amin szétterjed. Így a bolygó ezen erővel arányos sebessége is csökken a távolsággal.

Minél távolabbiak a bolygók, rendre hosszabb a keringésidejük. Ez nem meglepő, miután a pályájuk is nagyobb, s csak akkor nem lenne így, ha távolságukkal sebességük arányosan nőne, de nincs így, sőt ellenkezőleg. *Eric Meyer* leírja, milyen szellemesen vizsgálta ezt a kérdést Kepler. Áttett minden bolygót az eggyel beljebb eső pályára (a hosszokat pontosan nem ismerte, de az arányokat igen), és kiszámolta, hogy eredeti sebességével mennyi idő alatt tenné meg a belső kört. Eredménytáblázatából kiderült, hogy ez mindegyik esetében tovább tartana. A pályacserés versenyből (bár az adatok, érthetően, még nem túl pontosak) kiviláglott, hogy a bolygók sebessége a Naptól való távolságuk növekedésével csökken.

– 291. oldal: „Nem hagytam abba a körülvevő sötétség összes helyének kitapogatását, egészen addig, míg végül el nem jutottam az igazság tiszta fényéhez." [Kepler írja, miután felismerte, hogy a bolygók helyes pozícióit epiciklusok nélkül is megkaphatjuk, ha pályájuk ellipszis, és azon úgy keringenek, hogy rádiuszvektoruk egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol.]

A korábbi zavaros geometriai modell helyett talált egy jóval egyszerűbbet matematikailag is, fizikai megvalósulás tekintetében is.

Kepler jó helyen kereste „az igazság tiszta fényét". A Mars a mellettünk levő külső bolygó, tehát a pályáját jól meg lehetett figyelni, és annak excentricitása elég nagy, csaknem 0,1, tehát a centrumtól a féltengely egytizedével kijjebb van a fókusz. A Jupiter-pálya excentricitása 0,05 sincs, közel kör. (Az ellipszis excentricitása: a fókusztávolság aránya a nagytengelyhez, c/a 1 és 0 közé eső érték.)

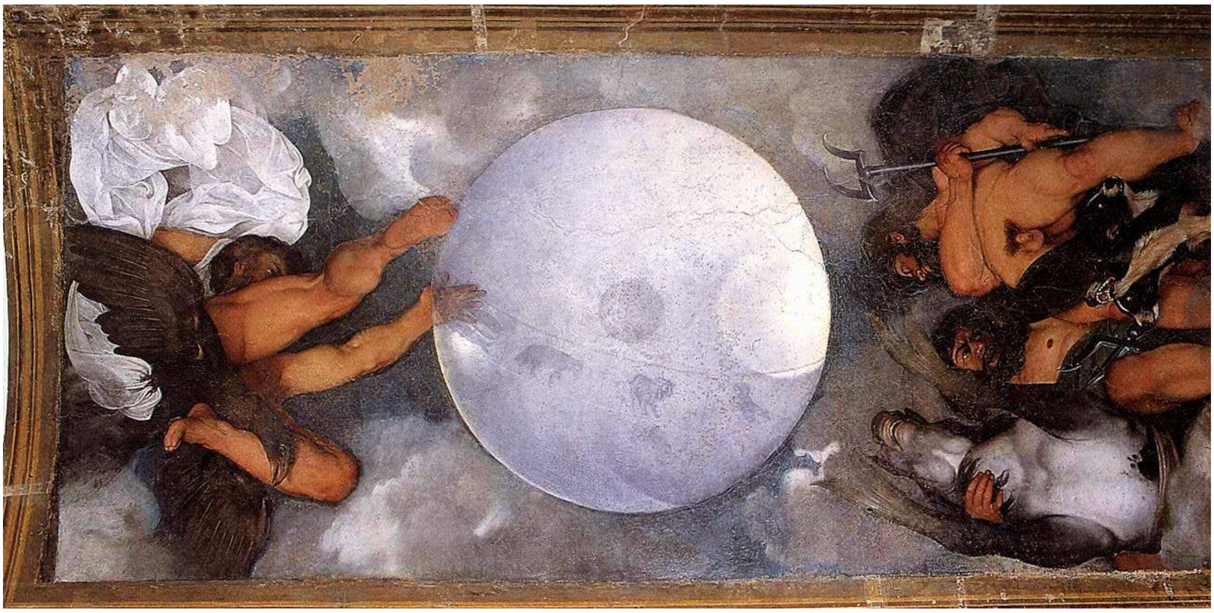
Keplernek a Tycho-hagyatékban bolygópozíciók pontos irányai kerültek tömegével a birtokába, de parallaxissal meghatározott távolságértékek nem. *Szabados László* csillagásztól megtudtam, hogy Tycho ugyan próbálta mérni a Mars parallaxisát, de nem sikerült értékelhető szögeltérést kimutatnia, ezért tőlünk távolabb levőnek gondolta, mint a Föld–Nap távolság. E tévedése miatt is tartotta helytelennek Kopernikusz Naprendszer-modelljét, amelyben – mint többször említettük – nagyjából számolhatók a pályák méretei, és a Mars átlagban csak másfélszer van messzebb a Naptól, mint a Föld. Kepler szintén próbálkozott a parallaxisméréssel, de ő sem járt sikerrel, amin nem csodálkozunk, nem volt nagy experimentátor. A Mars első parallaxisát *J-D. Cassini* és *Jean Richer* mérte meg bő emberöltő múltán, 1673-ban. Cassini Párizsban mért, mint az obszervatórium igazgatója (ezért írjuk keresztnevét franciásítva: *Jean Dominique* és nem mint eredetileg hívták *Giovanni Domenicó*nak, elvégre a *Napkirály* csillagásza volt már). Kimondottan e célból küldte Richert Cayenne-be (Francia Guyana). Ekkora távolság alapján a parallaxist már meg tudták határozni egyidejű mérésből. Ezzel pedig abszolút távolságokat kaptak, amellyel a Naprendszer méreteit pontosítani lehetett.

– 291. oldal: A *Discorsi*ból idézett saját lírását szó szerint véve: „...indulnak [a megteremtett bolygók egy közös helyről], *nyugalmi* állapotból...” – ami egy függőleges szabadesés –, „...amikor az égitestek elérték azt a sebességet, amelyet a Teremtő jónak látott .... *egyenes* pályájukat körkörössé alakította”.
Ő már pontos képlettel rendelkezett az egyenes vonalú, egyenletesen gyorsuló mozgás sebességére és megtett útjára, így ebben a kozmikus mutatványban két szabad paramétere volt: a *gyorsulás* (ami, tudta, azonos minden testre) és a kiinduló távolság (amit közösnek akart választani). Két bolygó megfelelő sebességre gyorsítása a lehetőségeket kimeríti, a többi bolygó esése már eszerint alakul, és vagy jó náluk is a végsebesség, vagy nem. És nem lett jó sehogy! (Bár a finomhangolás végtelen sok lehetőséget kínál, mivel a bolygót d – r és d + r között bármely hosszúságú úton ejtheti az r sugarú körpályára a középpontjától d távolságból.)

– 302. oldal: A kézzelfogható méretű üveggömbre Raffael ráfesti az Állatöv

mentén a csillagképeket. Minden roppant otthonosnak látszik, Urániának áttetszik a lába a kristálygömbön.

A könyv megjelenése után – egészen más ügyben – Caravaggio képei közt lapoztam a *Web Gallery of Art* [http://www.wga.hu] anyagában, s bár sötét tónusú borospincéket kerestem, egyszerre csak ott csillogott egy kristálygömb.



Caravaggio: Jupiter, Neptunus és Pluto, 1597-1600 – Casino di Villa Boncompagni Ludovisi, Róma

Caravaggio ráfesti az Állatöv mentén a csillagképeket... Jupiternek áttetszik a keze a szférán. A rokonság Raffaello évszázaddal korábbi kristálygömb univerzumával nyilvánvaló, tartalmi kapcsolat azonban aligha van Neptunus és Pluto bolygót

még nem ismertek, és a sason lovagló Jupiter sem a bolygó megszemélyesítője. Az istenek csoportjának alkímiai jelentése volt (talán levegő, víz, föld őselemek, illetve kén, higany,

klór). Hogy milyen szerepkörben forgatja a főisten egy vándorköszörűst megszégyenítő manierista lendülettel a legkülső szférát, a *primum mobilé*t, nem világos, de Raffaello Urániájával összevetve látszik, hogy közeleg a dinamika korszaka.
Az palotát 1596-ban *Francesco Maria Del Monte kardinális* vásárolta meg, és az alkímiaszoba mennyezetére festtette meg a művésszel ezt a talányos képet. A festőt és a megrendelőt nem látszik érdekelni, hogy az eltelt század első felében megszületett a kopernikuszi világkép. Galilei is mostanság barátkozgat vele már a Padovai Egyetem professzoraként, amely pozíciót éppen Del Monte kardinális protekciójával kapott meg. A főpap közbenjárását testvére *Guidobaldo del Monte márki* kérte, aki még Pisában találkozott a fiatal tudóssal, és, mint említettük a *Csillagórák*ban [44. és 56. o.] felismerte rendkívüli tehetségét.
A helyiség, ahol a falfestmény van, ma a *Boncompagni Ludovisi Villa* része. A családnév nekünk jól cseng, de sajátos felhanggal. Kilenc évvel Bolyai János halála után, 1869-ben, báró Eötvös József kultuszminiszternél, a Magyar Tudományos Akadémia soros elnökénél *Baldassare Boncompagni* herceg (1821–1894), tudománytörténész levélben szorgalmazta Bolyai János hagyatékának feltárását. A javaslat Guillaume Jules Hoüel, a bordeaux-i egyetem professzorától ered, de: „egy herceg aláírása egy miniszter számára többet ér, mint egy olyan egyszerű halandóé, amilyen én vagyok”.
A „büszkék legyünk-e reá, vagy piruljunk” történet szövevényeit részletesen olvashatjuk a marosvásárhelyi *Weszely Tibor: Bolyai János – Az első 200 év* című remek monográfiájában (Vince Kiadó, 2002, 9.2–9.4.) A könyvet épp most adták ki németül, Gauss honfitársai is olvashatják, hogyan is építette a messzi Transylvániában a Princeps Mathematicorum egykori barátjának fia a saját *új világát*.

– 315. oldal: A kutatók is rendkívüli tudatalatti keresőprogramokat fejlesztenek ki magukban s a homályos, kavargó gondolatfoszlányokhoz valami értékelőrendszert: az ígéretesnek ösztönös megérzését. A logikus gondolatmenet többnyire utólagosan készül.
Ottlik Géza elmesélte *Réz Pál*nak a *Félbeszakadt beszélgetés*ben egykori kudarcát az elsőéves matematika-szakosok versenyének (ma *Kürschák-verseny*) egyik feladatával, s hogy hónapok múlva a Kálvin téren átvágva

> *... abban a szempillantásban megjelenik a fejemben a nyavalyás kis diophantoszi egyenlet pofonegyszerű megoldása.*
> *(...)*
> *És, amint láthattam, ha a matematikában is ki vagyok szolgáltatva az akaratomtól független ismeretlen beavatkozás súgásának, segítségének, helyettem való munkálkodásának, hát maradhatok nyugodtan az irodalomnál ---*

Az életpályát számunkra kedvezően eldöntő eset leírását a *Próza* című gyűjteményben olvashatjuk (a MEK-en is). Milyen kellemes meglepetés egy irodalmi szövegben algebrai sorokkal találkozni.
[http://mek.oszk.hu/01000/01003/01003.htm#4]

*

Borisz Paszternák a *Zsivago doktor* egyik főhősét, Lara férjét, *Antyipov*ot, a későbbi rettegett, kegyelmet alig ismerő Sztrelnyikov komisszárt így jellemzi:

> *Széles körű tudással került ki az egyetemről. Történelmi-filológiai képzettségét a maga erejéből egészítette ki matematikai ismeretekkel. (...) Két szembeszökő jellemvonása, tulajdonsága volt.*
> *Rendkívül világosan és szabatosan gondolkodott. És ritka erkölcsi tisztasággal, meleg és nemes érzésekkel megáldott ember volt.*
> *De új utakat törő tudós nem válhatott belőle, mert eszéhez nem társult váratlanságérzék, az az erő, amely előre ki nem számítható felfedezésekkel rombolná szét a puszta kiszámíthatóság terméketlen logikus rendjét.*

Nincs köze már tárgyunkhoz, de mégis tegyük hozzá a folytatást:

> *Ahhoz meg, hogy jót tegyen, elvhűségéből hiányzott a szív elvtelensége, amely nem ismer általános eseteket, csak egyénieket, s a kis cselekedetekben van a nagysága.*

*

Őrzök a témakörben egy szép emléket, odaillik az Ottlik-történet mellé.
A ’80-as évtized elején a Rádióban az Iskolarádió szerkesztőségéből átalakult ismeretterjesztő csoportunk műveltségformáló attitűddel egyórás műsort készített a *Nagy Bumm*ról. (Korábban gyanús elméletnek számított, elhallgatták; az ilyen témákkal foglalkozó műsorok a világnézeti-műveltségi rendszerváltás előkészítői voltak.) Vezető szakértőnek, aki a koncepció tervezésében is részt vett, a fiatal *Szalai Sándor*t kértük fel, aki már akkor, Szalay Sanyiként is nagy tekintély volt, de még csak fél éveket töltött Amerikában, felet itthon, alternálón.
A beszélgetések, interjúk elkészültével a műsor összejátszásához színezésként irodalmi részleteket is kerestem. Az anyag evolúciójáról, az Univerzum struktúrájának formálódásáról szóló részbe úgy gondoltam, olyan szürreális verstöredékeket szúrok be, amelyek ilyesfajta képzeteket keltenek. Fontos, hogy ne legyenek konkrétak. Olvastam óraszám *Weöres Sándor*t (az ilyen munkába belefeledkezik a szerkesztő), s ha valahol úgy éreztem, ez épp olyan, azt a pár sort kikaptam.
Mikor elkészült az összejátszott műsor, elbátorodtam. Azért ehhez Szalay jóváhagyása is kellene. A dekoráció ugyan a szerkesztő szokásjoga, de mégis...
A felvételen például, rászólt egyik kollégájára (barátjára!), hogy egy tetszetős fejtegetésének nincs bizonyítéka, vágjuk ki, a műsor autentikusságára ügyelni

kell. Verstöredékeimben áttételesek voltak azok a megfelelések nagyon, nemhogy bizonyíték, de értelem sincs, csak szubjektív asszociáció. Azért is nem lehetett előre megmutatni, csak már a helyén, a tudományos fejtegetésekkel kölcsönhatásban, más akár idétlennek is tekintheti a dolgot. És ez végtére is az ő műsora, a nevét adta hozzá. Felhívtam, hallgatná meg. (Legfeljebb újra összejátszom, csak zenével...). Még nem volt elektronika, csak egy stúdiómagnón lehetett lejátszani az adótekercset, de akkoriban az elméleti fizika tanszék is pár lépésre, a Puskin utcában volt (Eötvös Loránd egykori fellegvárában), hamar átjött.
Figyelte a műsort, a remek színészi interpretációkat, szenvtelen arccal. Utána egy ideig hallgatott... (Alighanem kell kérnem egy másfél órás stúdióidőt, és egy zenei szerkesztőt...)
– Amikor megoldatlan problémáimon töprengek – szólalt meg végül –, ilyesfajta gondolatok, képzetek kavarognak néha bennem is. Úgy látszik, nincs alapvető különbség a gondolkodásban...

*

Emlékezetem szerint ezeknek a „kozmikus képeknek” egyik forrása a *Hetedik szimfónia* volt. Ellenőriztem a Weöres-kötetemben, s valóban lehetett az. Most meglepett az alcím: *Mária mennybemenetele*. Mikor a *Csillagórák* írása közben a Michelangelo-vízióval összevethető, korábbi festményeket kerestem, azt találtam, hogy az *Utolsó ítélet*eken kívül leginkább a *Mária mennybemenetele*ken bontják ki a művészek a képmezőt az Univerzum távlataiba. Ez persze érthető, és az is, hogy Weöres Máriája, a „csillag-pályák asszonya” mintha az Ősrobbanás után táguló-kavargó kozmoszban emelkedne.