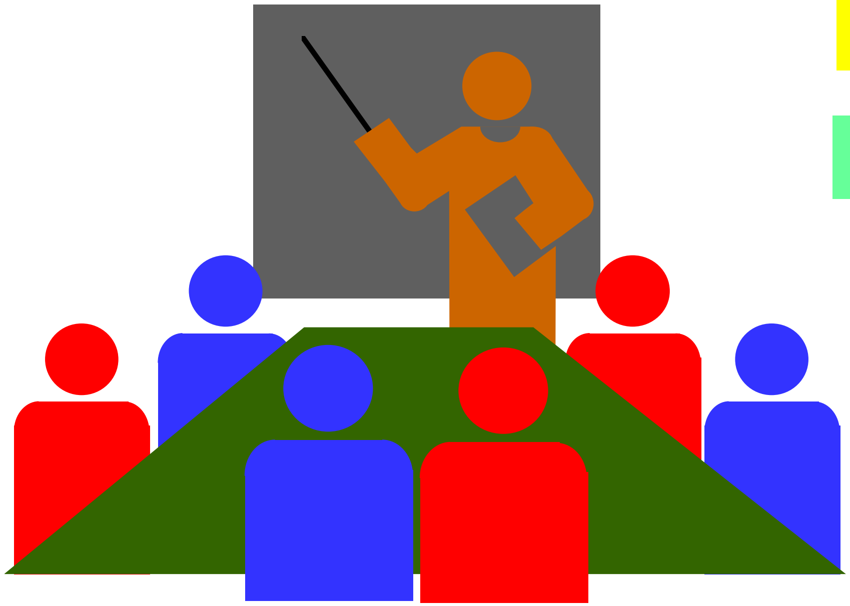
Esettanulmányok és modellek 4



Humánerőforrás tervezés

Műszaki feladatok modelljei

Készítette: Dr. Ábrahám István

Humánerőforrás tervezés

1. (Kocsis Péter: Opt. döntések lin.pr. (34. oldal) nyomán): Egy cégnél a havi összes bér 14,6 millió forint, amit szeretnénk 10 millióra csökkenteni. A dolgozókat 4 bérkategóriában foglalkoztatják. Adottak az átlagbérek és a dolgozók száma:

	Bér (eFt)	**Dolgozók (fő)**
A	**80**	**50**
B	**100**	**40**
C	**120**	**30**
D	**150**	**20**

Létszámcsökkentés után az „A” és „B” kategóriákban 20%-kal, a „C” és „D”-ben 10%-kal emeljük a béreket.

Az „A” kategóriában legfeljebb kétszer annyi dolgozóra van szükség, mint „B”-ben.

A „C”-ben legalább 14, „D”-ben minimum 6, de legfeljebb 12 főt kell alkalmazni.

Minimálisan hány főt kell elbocsátani a feltételek teljesüléséhez?

Megoldás: A döntési változó: $\mathbf{x_i}$ az egyes kategóriákban elbocsátottak száma.

$x_i \in N$

„A” -ban legfeljebb kétszer annyian, mint „B”-ben: $50-x_1 \le 2(40-x_2)$

A „C”-ben legalább 14 fő marad: $30-x_3 \ge 14$

„D”-ben minimum 6, de legfeljebb 12 fő: $6 \le 20-x_4 \le 12$

Ebből: $-x_1+2x_2 \le 30$

$x_3 \le 16$

$x_4 \le 14$ $\quad x_4 \ge 8$

Létszámcsökkentés utáni béremelések:

$(50-x_1)96+(40-x_2)120+(30-x_3)132+(20-x_4)165 \leq 10000$

Ebből: $96x_1+120x_2+132x_3+165x_4 \geq 6860$

A célfüggvény: $z=x_1+x_2+x_3+x_4 \rightarrow \min$ ***Az elbocsátottak száma legyen minimális.***

A célfüggvény másképp is felvehető: $z' = (50-x_1)+(40-x_2)+(30-x_3)+(20-x_4) \rightarrow \max$

Azaz: $z' = -x_1-x_2-x_3-x_4+140 \rightarrow \max$ ***A maradók száma legyen maximális.***

A gépi megoldás Solver induló táblája:

	x1	x2	x3	x4			
f1	-1	2	0	0	0	<=	30
f2	0	0	1	0	0	<=	16
f3	0	0	0	1	0	<=	14
f4	0	0	0	1	0	>=	8
f5	96	120	132	165	0	>=	6860
célfv.	1	1	1	1	0		min
x*	0	0	0	0			

Az optimális megoldás: **$\underline{x}_o$=[5 17 16 14]***

2. (V. D. főiskolai hallgató esettanulmánya nyomán) Egy fejvadász cég 5 munkakörre vállal közvetítést állásbetöltésre cégeknek, amiért jutalékot kap. Jelenleg az A, B, C, D, E cégekkel áll kapcsolatban. A munkakörök jutalékai:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
Pr. menedzser	**150**	**155**	**165**	**140**	**150**
Könyvelő	**0**	**145**	**160**	**0**	**200**
Asszisztens	**80**	**60**	**0**	**70**	**0**
Mérnök	**180**	**190**	**160**	**0**	**0**
HR – es	**130**	**100**	**120**	**130**	**135**

A táblázatban a nullák azt jelentik, hogy azt a munkakört az illető cég jelenleg nem keresi.

Az adott munkakörökre a fejvadász cég 2, 2, 1, 2, 3 fő közvetítését tudja teljesíteni.

Az eddigi kapcsolatok miatt az egyes cégeknek 0, 3, 3, 2, 2 fő iránti igényét fogadják el. A cégek egy munkakörre egy főt foglalkoztatnának.

A fejvadász cég célja a maximális közvetítői jutalék elérése.

Megoldás: Az x_{ij} döntési változó jelentse az i-edik munkakörre a j-edik cégnek történt kiközvetítést.

$x_{ij} \in \{0; 1\}$ ***A változók csak bináris értékeket (0 és 1) vehetnek fel.***

A feltételek munkakörönként:

$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}=2$ $x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}+x_{25}=2$ $x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}=1$

$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}+x_{45}=2$ $x_{51}+x_{52}+x_{53}+x_{54}+x_{55}=3$

A feltételek cégenként:

$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}+x_{51}=0$ $x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}+x_{52}=3$ $x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}+x_{53}=3$

$x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}+x_{54}=2$ $x_{15}+x_{25}+x_{35}+x_{45}+x_{55}=2$

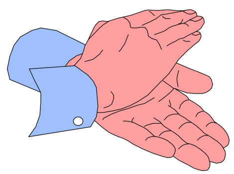
A célfüggvény: $z=150x_{11}+155x_{12}+\ldots+130x_{54}+135x_{55}\rightarrow \max$

A modell megoldható Solverrel (25 ismeretlen), Lingoval, vagy hozzárendelési feladatként mátrixcserével.

	A	B	C	D	E		
I	0	0	0	0	0		2
II	0	0	0	0	0		2
III	0	0	0	0	0		1
IV	0	0	0	0	0		2
V	0	0	0	0	0		3
	0	3	3	2	2		
	A	B	C	D	E		
I	150	155	165	140	160		
II	0	145	160	0	200		
III	80	60	0	70	0		
IV	180	190	160	0	0		
V	130	100	120	130	135		

	A	B	C	D	E		
I	0	1	1	0	0	2	2
II	0	1	0	0	1	2	2
III	0	0	0	1	0	1	1
IV	0	1	1	0	0	2	2
V	0	0	1	1	1	3	3
	0	3	3	2	2		
	0	3	3	2	2		1470
	A	B	C	D	E		
I	150	155	165	140	160		
II	0	145	160	0	200		
III	80	60	0	70	0		
IV	180	190	160	0	0		
V	130	100	120	130	135		

Az optimális megoldás: $\underline{X}=\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$ $z_o=1470$



Műszaki feladatok

1. (Kocsis Péter: Opt. döntések lin.pr. (25. oldal) nyomán): Négy hőerőműtől elvárt összes teljesítményigény 80 megawatt (MW). Ismertek a következők:

	Max. teljesítmény (MW)	Fajlagos hőfogy. (kJ/kWh)	Tüzelőanyag ára (Ft/GJ)
A	20	10000	1100
B	30	7500	2000
C	50	12000	1000
D	60	11250	1600

Cél: az erőművek optimális igénybe vétele úgy, hogy az 1 óra alatt felhasznált tüzelőanyag ára minimális legyen.

Megoldás: A döntési változó az egyes erőművek felhasznált teljesítménye: x_i.

$x_i \geq 0$ A feltételek egyszerűen felírhatók: $x_1 \leq 20$ $x_2 \leq 30$ $x_3 \leq 50$ $x_4 \leq 60$

és: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 80$

A problémát a célfüggvény felvétele okozhatja a mértékegység átváltások miatt.

Gyakori, hogy a modell felírása team munkát igényel, szakemberek segítségét.

$$1\frac{\mathrm{Ft}}{\mathrm{GJ}} = 1\frac{\mathrm{Ft}}{\mathrm{GWs}} = 1\frac{\mathrm{Ft}}{10^3\mathrm{MW}\cdot\frac{1}{3600}\mathrm{h}} = 3{,}6\frac{\mathrm{Ft}}{\mathrm{MWh}}$$

Az x_i mértékegysége MW, így a tüzelőanyag árakat x_i-vel szorozva Ft/órát, azaz óránkénti árakat kapunk.

Így a célfüggvény: $z=(1100x_1+2000x_2+1000x_3+1600x_4)\cdot 3{,}6 \rightarrow \min.$

A feladathoz újabb célfüggvényeket fogalmazhatunk meg.

A.) Legyen a célunk az 1 órai termelési költség minimuma.

A termelési költséget az adattáblázatban lévő ár és fajlagos hőfogyasztás szorzata adja. Például az „A" erőműnél (mértékegység átváltások!):

$$1100\,\frac{Ft}{GJ}\cdot 10000\,\frac{kJ}{kWh} = 1{,}1\cdot 10^7\,\frac{Ft}{10^6\,kJ}\cdot\frac{kJ}{10^{-3}\,MWh} = 11000\,\frac{Ft}{MWh} = 11\,\frac{Ft}{kWh}$$

A többi erőműnél ezek az értékek (Ft/kWh) mértékegységben: 13, 12, 18.

Így az új célfüggvény: $z'=(11x_1+13x_2+12x_3+18x_4)\cdot 1000 \rightarrow \min.$

B.) Az 1 óra alatt felhasznált tüzelőanyag árára vonatkozó költség minimuma legyen a célunk.

Ebben az esetben a célfüggvény tört alakú lesz (hiperbolikus programozás).

$$z'' = \frac{z'}{z} \rightarrow \min$$

Az optimális megoldások a három célfüggvény esetén különbözők lehetnek.

2. (Kocsis Péter: Opt. döntések lin.pr. (75. oldal) nyomán): Kerékpárváz készítéshez 2 darab 60 cm-es és egy 50 cm-es csövet hegesztenek össze. A csöveket 3,8 méteres darabokból vágják le. A gyártó részleg egy munkanap alatt legfeljebb 100 „hosszú” cső felvágását végzi.

Hogyan szabják fel a 3,8 méteres csöveket, hogy a hulladék minimális legyen?

Megoldás: A döntési változók felvételéhez a darabolási eseteket vegyük sorra.

	I	II	III	IV	V	VI	VII
60 cm – es (db)	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
50 cm – es (db)	**0**	**1**	**2**	**4**	**5**	**6**	**7**
hulladék (cm)	**20**	**30**	**40**	**0**	**10**	**20**	**30**

x_i azoknak a „hosszú” csövek-nek a számát jelentse, melyeket az i-edik séma szerint vágnak fel.

Induló feltétel: x_i=0, 1, … , 100.

A 60 cm-es darabokból kétszer annyi kell, mint 50 cm-esekből:

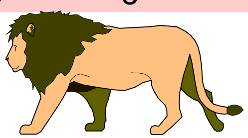
$$6x_1+5x_2+4x_3+3x_4+2x_5+x_6=2(x_2+2x_3+4x_4+5x_5+6x_6+7x_7)$$

Ebből: $6x_1+3x_2-5x_4-8x_5-11x_6-14x_7=0$

Legfeljebb 100 csövet vágnak fel:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7 \le 100$$

A célfüggvény a hulladékokra: $z = 20x_1+30x_2+40x_3+10x_5+20x_6+30x_7 \rightarrow \min.$



3. (Kocsis Péter: Opt. döntések lin.pr. (81. oldal) nyomán): Egy kamion rakodóterének alapja 8·2,4 méter és 245 cm magasságú téglatest. A gépkocsikba 100·80 cm alapterületű raklapokon lévő árut rakodnak. Háromféle terméket szállítanak (A, B,C), amelyek magassága rendre 100, 80 és 60 cm. A raklapok egymás tetejé-re tehetők. Az elszállítandó mennyiségek: A-ból 1800, B-ből 2100, C-ből 2400 raklap. Hogyan valósítható meg a leggazdaságosabb szállítás?

Megoldás: A rakodótér alapján 8·3=24 darab raklap helyezhető el.

A szállítás akkor gazdaságos, ha az üres tér a kamionban minimális.

A „raklap rétegek” elhelyezésének lehetőségei és az üres tér magassága:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
A	2	1	1	0	0	0	0
B	0	1	0	3	2	1	0
C	0	1	2	0	1	2	4
üres (cm)	45	5	25	5	25	45	5

A döntési változó: a raklap rétegek elhelyezési változataiból hányat alkalmazunk: $x_1, x_2, \ldots, x_7$.

A modell: $x_i \in N$

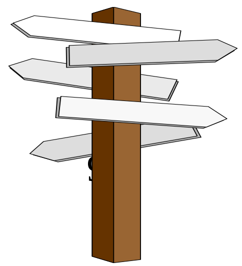
$2 \cdot 24x_1 + 24x_2 + 24x_3 = 1800$ *Az A elhelyezése.*

$24x_2 + 3 \cdot 24x_4 + 48x_5 + 24x_6 = 2100$ *B elhelyezése.*

$24x_2 + 48x_3 + 24x_5 + 48x_6 + 96x_7 = 2400$ *C elhelyezése.*

A célfüggvényt elég az üres tér magasságának minimumára felírni:

$$z = 45x_1 + 5x_2 + 25x_3 + 5x_4 + 25x_5 + 45x_6 + 5x_7 \to \min$$



A fejezet tárgyalását befejeztük.