Esettanulmányok és modellek 2

Kereskedelem

Mezőgazdaság

Készítette: Dr. Ábrahám István

Kereskedelem

1. Kocsis Péter: Opt. döntések lin.pr. (13. oldal) nyomán: Kiskereskedelmi cég négyféle üdítőt rendel, melyek nagykereskedelmi árai literenként: 30, 80, 100, 120 forint. Az árrés az egyes termékekre: 20, 25, 20, 15%. Egy szállításkor összesen 8000 litert szállítanak. A kereslet alapján az első két fajtából legyen a rendelés fele. Az elsőből is, a harmadikból is legalább 3000 litert, a negyedikből legfeljebb az összmennyiség 10%-át rendeli a kiskereskedő. Vegyük fel azt a matematikai modellt, amely az árrésből adódó hozamot maximalizálja!

Megoldás: Célszerű táblázatot készíteni.

	Ár	Árrés%
A	30	20
B	80	25
C	100	20
D	120	15

Döntési változó: x_i jelenti a megrendelt mennyiséget literben.

a.) $x_i \in N$

b.) $x_1+x_2=4000$

$x_1 \geq 3000$

$x_3 \geq 3000$

$x_4 \leq 800$

$x_1+x_2+x_3+x_4=8000$

A célfüggvény:

c.) $z=6x_1+20x_2+20x_3+18x_4 \rightarrow \max.$

A feladatban érdemes kiszámolni a célfüggvény minimumát is, azaz mekkora legkevesebb hozamot jelentene a teljes mennyiség eladása.

2. Virágüzlet Anyák Napi optimális kínálatának tervezése

F. A. főiskolai hallgató esettanulmánya nyomán.

Az üzlet 8-féle virágot vásárol, tucatjával. Ismert 1 tucat vízigénye literben és 1 darab eladási ára forintban. Cél a maximális árbevétel.

	vízigény	eladási ár
sárgarózsa	9	300
vörösrózsa	10	400
liliom	8	500
flamingó	13	1000
tulipán	5	200
frézia	6	180
kála	12	600
papagájvirág	15	1500

A felhasználható vízmennyiség maximum 700 liter.

A vevők a tulipánt kétszer annyira kedvelik, mint a vörös rózsát.

A flamingó és a papagájvirág drága, ezért legfeljebb 2-2 tucatot rendelnek belőle.

Fréziából és sárga rózsából ugyanannyit kérnek.

Minden virágfajtából legalább 1 tucatot rendelnek.

Megoldás: A döntési változó az egyes virágfajták 1 tucatjának darabszáma.

$x_i \in N^+$ A feltételek: $9x_1+10x_2+8x_3+13x_4+5x_5+6x_6+12x_7+15x_8 \leq 700$

$2x_2-x_5=0$ $x_4 \leq 2$ $x_8 \leq 2$ $x_1-x_6=0$

$x_1 \geq 1;\ x_2 \geq 1;\ \ldots\ x_8 \geq 1$

A célfüggvényhez kiszámoljuk 1 tucat virág árát, maximumot keresünk:

$z=3600x_1+4800x_2+\ldots+7200x_7+18000x_8 \rightarrow \max.$

Az esettanulmányban további feltételek is szerepeltek.

3. Kocsis Péter: Opt. döntések lin.pr. (15. oldal) nyomán: Kereskedelmi cég a gyártótól kétféle terméket rendel, négyféle kiszerelésben, 20-20 kartonnal minden kiszerelésből. A termékek eladási egységárát, a kereskedelmi árrést és az egyes kiszerelések kartonozási darabszámait ismerjük:

	I	II	Árrés%	Kartonozás
A	52	78	30	36
B	65	117	30	16
C	90	180	20	12
D	96	240	20	6

Tapasztalatból tudjuk, hogy az I. termékből legalább kétszer annyi fogy, mint a II.-ból.

Ismert, hogy az A kiszerelésben az I. termékből legfeljebb annyit vásárolnak, mint a II.-ból.

Cél: a maximális árbevétel.

Adjuk meg a modellt arra az esetre is, ha célunk a legnagyobb hozam!

Megoldás: Döntési változó: x_{ij} jelenti azt, hogy az i-edik kiszerelésben a j-edik termékből hány darabot rendelünk.

$x_{ij} \in N$

A feltételek:

$x_{11}+x_{12}=720$

$x_{21}+x_{22}=320$

$x_{31}+x_{32}=240$

$x_{41}+x_{42}=120$

$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}-2x_{12}-2x_{22}-2x_{32}-2x_{42} \geq 0$

$x_{11}-x_{12} \leq 0$

Egy kartonban 36 db van és 20 kartont kértünk.

A célfüggvény az árbevételre:

$z=52x_{11}+78x_{12}+\ldots+240x_{42} \rightarrow \max$

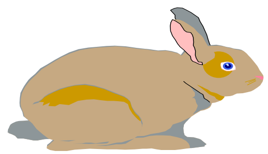
A célfüggvény a hozamra:

$z'=12x_{11}+18x_{12}+\ldots+40x_{42} \rightarrow \max$

A z' együtthatóit diszkontálással számoltuk.

Mezőgazdasági-agráripari modellek

1. Egy gazdaságban az állatok etetésére négyféle takarmánykeveréket használhatnak, amelyeket három tápanyagból készítenek.
Az egyes keverékek 1 egysége a tápanyagokból rendre 2; 1; 1 és 1; 2; 0 és 1; 0; 2, valamint 0; 2; 1 egységnyit tartalmaz.
A tápanyagokból legalább 5; 4; és 10 egységnyi felhasználása szükséges, de legfeljebb kétszer ennyit használhatnak fel.
A keverékek beszerzési egységárai rendre: 5; 3; 4; 1. Cél a minimális költségű takarmányozási program. Írjuk fel a matematikai modellt!



Megoldás: A döntési változó x_i, a keverékek „darabszáma”.

$x_{ij} \in N$

A feltételek:

$$
\begin{array}{rcrcrcrcr}
2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & \geq & 5 \\
x_1 & + & 2x_2 & & & + & 2x_4 & \geq & 4 \\
x_1 & & & + & 2x_3 & + & x_4 & \geq & 10
\end{array}
$$

Továbbá:

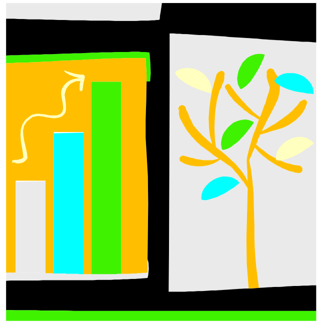
$$
\begin{array}{rcrcrcrcr}
2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & \leq & 10 \\
x_1 & + & 2x_2 & & & + & 2x_4 & \leq & 8 \\
x_1 & & & + & 2x_3 & + & x_4 & \leq & 20
\end{array}
$$

A célfüggvény: $z=5x_1+3x_2+4x_3+x_4 \rightarrow \min.$

2. Zöldségtermesztés (Ő. T. főiskolai hallgató esettanulmánya nyomán)

Családi vállalkozásban hétféle zöldséget termelnek. Egységnyi mennyiség elő-állításához a következő anyagok szükségesek:

	Paprika	Paradicsom	Uborka	Káposzta	Zeller	Karfiol	Saláta
Mag	1,2	1,1	0,5	0,9	0,3	0,8	1,3
Föld	53	14	3	20	16	23	10
Trágya	4	4	2	1	2	2	1
Talajjav.	10	9	9	5	3	6	6
Permet	15	10	5	9	13	15	9
Egyéb	5	5	5	1	1	6	3



Az anyagokra felső korlátok vannak, ezek: Mag: 120 Föld: 1156 Trágya: 316 Talajjavító: 313 Permet: 317 Egyéb: 319

A zöldségfélék eladási egységárai: 450, 500, 120, 350, 110, 90, 140.

A kereslet alsó határa az egyes zöldségfélékre: 2, 4, 1, 3, 1, 5, 1.

Mennyit termeljenek az egyes zöldségfélékből, ha a maximális árbevétel a cél?

Megoldás: A döntési változó x_i, a zöldségfélék termelt mennyisége: $x_i \geq 0$.

A korlátozó feltételek az adatokból és az ismert korlátokból adódnak.

A matematikai modell: $x_i \geq 0$

$$1{,}2x_1+1{,}1x_2+0{,}5x_3+0{,}9x_4+0{,}3x_5+0{,}8x_6+1{,}3x_7 \leq 120$$
$$53x_1+14x_2+3x_3+20x_4+16x_5+23x_6+10x_7 \leq 1156$$
$$4x_1+4x_2+2x_3+x_4+2x_5+2x_6+x_7 \leq 316$$
$$10x_1+9x_2+9x_3+5x_4+3x_5+8x_6+6x_7 \leq 313$$
$$15x_1+10x_2+5x_3+9x_4+13x_5+15x_6+9x_7 \leq 317$$
$$5x_1+5x_2+5x_3+x_4+x_5+6x_6+3x_7 \leq 319$$
$$x_1 \geq 2 \quad x_2 \geq 4 \quad x_3 \geq 1 \quad x_4 \geq 3 \quad x_5 \geq 1 \quad x_6 \geq 5 \quad x_7 \geq 1$$

A célfüggvény: $z= 450x_1+500x_2+120x_3+350x_4+110x_5+90x_6+140x_7 \rightarrow \max.$

3. Cukorgyártás

Három gazdaság cukorrépa termése rendre 1200, 600, 1000 tonna. A termelők 4 cukorgyárral szerződnek, amelyek 1600, 1400, 1100, 800 tonna feldolgozását tudnák vállalni. A tonnánkénti szerződött árakat (adott pénzegységben) ismerjük:

1	**3**	**2**	**2**	**1200**
1	**3**	**2**	**1**	**600**
2	**6**	**4**	**3**	**1000**
1600	**1400**	**1100**	**800**	

A termelők kikötése, hogy a teljes mennyiséget át-vegyék tőlük.

A gyárak mindegyike legalább 150 tonnát szeretne vásárolni a 3. termelőtől.

Az üzletet szervező célja a lehető legkisebb költség elérése.

A matematikai modell: A döntési változó x_{ij}, amely az i-edik termelőtől a j-edik gyárba szállítandó mennyiséget jelöli.

$x_{ij} \geq 0$

A termelőktől a teljes mennyiséget el kell szállítani:

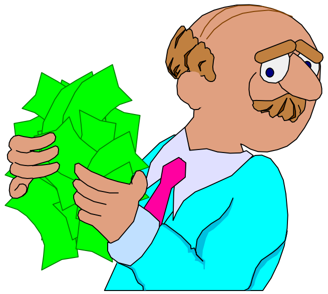
$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=1200$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=600$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=1000$$

A gyárak kapacitásai felső korlátok:

$$x_{11}+x_{21}+x_{31} \leq 1600$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32} \leq 1400$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33} \leq 1100$$
$$x_{14}+x_{24}+x_{34} \leq 800$$

A 3. termelőtől mindenki vásárolna:

$$x_{31} \geq 150$$
$$x_{32} \geq 150$$
$$x_{33} \geq 150$$
$$x_{34} \geq 150$$



A célfüggvény: $z= x_{11}+3x_{12}+2x_{13}+\cdots+3x_{34} \rightarrow \min.$

A feladathoz további korlátozó feltételek adhatók, például a második gyár az első termelőtől nem akar vásárolni: $x_{12}=0$.

Előfordulhat kettős korlátozás is, például a negyedik gyár a második termelőtől legalább 50, de legfeljebb 200 tonnát vásárolna: $50 \leq x_{24} \leq 200$.

4. (N. I. G. főiskolai hallgató esettanulmánya nyomán) J. B. egy tanyát vásárolt, amelyen saját gazdaságot akar indítani. Nyulat, kecskét, baromfit, ludat és kacsát kíván tartani. A tanyán rendelkezésre áll:

50 nyúlketrec, 2 tyúkól, 5 fedett karám kacsáknak, vagy ludaknak, egy legelő,

1 nyílt karám kecskéknek, 1 takarmányraktár.

Az építmények korlátai:

1 nyúlketrecbe csak egy állat tehető. A tyúkólakba 16-16 állat fér.

1 fedett karámba 22 állat helyezhető el. 2 karámba kacsa, 3-ba lúd kerül.

A nyílt karámban 10 kecskének van hely.

A legelőre ludakat, vagy kecskéket engednek, havonta legfeljebb 50-et.

A raktár kapacitása és a takarmányok egységárai:

	kapacitás	egységár
széna	36 bála	500 / bála
táp	1000 kg	300 / kg
búza	1000 kg	150 / kg
kukorica	500 kg	200 / kg
víz	korlátlan	15 / liter

Állatbeszerzésre az új tulajdonos maximum 300 000, a havi fenntartásra legfeljebb 600 000 pénzegységet akar fordítani.

Ismert az állatok havi takarmány szükséglete, ami az egységárakkal pénzben kifejezhető. Adott továbbá az átlagos hozam állatonként.

Táblázattal:

	nyúl	kecske	tyúk	liba	kacsa
beszerzés	**2000**	**10000**	**1000**	**1500**	**1000**
havi költség	**3450**	**8475**	**2850**	**3900**	**2850**
hozam	**1000**	**4200**	**800**	**1500**	**1200**

Feltétel még: a gazda legalább 45 nyulat tart.

Cél a lehető legnagyobb hozam elérése.

Megoldás: A döntési változó x_i, az egyes állatfajták darabszáma. $x_i \in N$

Az építmények korlátai: $x_1 \geq 45$, de: $x_1 \leq 50$ ***Nyulak száma.***

$x_2 \leq 32$ ***Tyúkok száma.***

$x_3 \leq 10$ ***Kecskék száma.***

$x_4 \leq 44$ ***Libák száma.***

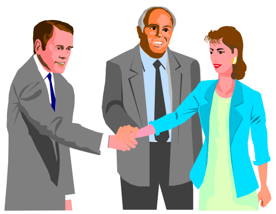
$x_5 \leq 66$ ***Kacsák száma.***

$x_3 + x_4 \leq 50$ ***A legelő „kapacitása”.***

Beszerzés: $2000x_1 + 10000x_2 + 1000x_3 + 1500x_4 + 1000x_5 \leq 300000$

Havi költség: $3450x_1 + 8475x_2 + 2850x_3 + 3900x_4 + 2850x_5 \leq 600000$

A célfüggvény: $z = 1000x_1 + 4200x_2 + 800x_3 + 1500x_4 + 1200x_5 \rightarrow \max.$



A feladat az eredeti esettanulmány rövidítése.

A fejezet tárgyalását befejeztük.