

UTÓSZÓ

Lakatos (Lipsitz) Imre (Debrecen, 1922. nov. 9. – London, 1974. febr. 2.) magyar származású matematika- és tudományfilozófus, a London School of Economics (LSE) filozófiatanszékének professzora és vezetője volt, Karl Popper utóda. 1956-ban disszidált. Több évtizednyi hallgatás után, születésének 75. évfordulója apropóján Magyarországon is újra felfedeztük Lakatos Imrét, a világszerte elismert matematika- és tudományfilozófust, tudománytörténészt, a szintetikus modernizmus megalapozóját, a természettudományos kutatások módszertanának kidolgozóját.

Lakatos a tudományfilozófiának egy új irányzatát, a kétségbevonhatóság filozófiáját fejlesztette ki, a matematika tanításának egy új elképzelését dolgozta ki, az ún. *Lakatos-féle heurisztikát*, amelyben egy problémából, egy sejtésből kiindulva párhuzamosan keresi a bizonyítást és az ellenpéldát (lokális, globális ellenpélda, a torzszülöttek kizárása és kiigazítása). Karl Popper filozófiájától fokozatosan eltávolodott és kidolgozta önálló tudományfilozófiáját, a *tudományos kutatóprogramok módszertanát* (*The Methodology of Scientific Research Programmes, Phil. Papers I. Cambridge University Press, 1977.*), erőteljesen támatta az axiomatikus tárgyalásmódot, különösen a matematika oktatásában a *Matematika, tudomány és ismeretelmélet* (*Mathematics, Science and Epistemology, Phil. Papers II. Cambridge University Press, 1978.*) c. munkájában. A Lakatos-féle heurisztikát a világon széles körben alkalmazzák mind az oktatásban, mind a kutatásban. Elveit a *Bizonyítások és cáfolatok* (*Proofs and refutations*) c. tanulmányból és a hozzá csatolt függelékekből ismerhetjük meg.

„A matematikai felfedezésnek van egy egyszerű sémája. Ez a következő szintekből áll:

- 1 *Primitív sejtés.*
- 2 *Bizonyítás (egy durva gondolatkísérlet vagy érvelés, amely a primitív sejtést rész-sejtésekre vagy lemmákra bontja).*
- 3 *Globális ellenpéldák (a primitív sejtéssel szembeni ellenpéldák) merülnek fel.*
- 4 *A bizonyítás ismételt vizsgálata: azonosítják a bűnös lemmát, amelynek a globális ellenpélda helyi ellenpéldája. Ez a bűnös lemma korábban esetleg rejtett maradt, vagy tévesen azonosították. Most explicitté teszik a lemmát, és feltételként beépítik a primitív sejtésbe. A tétel – a helyesbített sejtés – felváltja a primitív sejtést. Ennek legfőbb új jellemzője az új bizonyításból származó fogalom.*
- 5 *Megvizsgálják más tételek bizonyításait, hogy megnézzék, előfordul-e bennük az újra alapozott lemma vagy az új bizonyításból eredő fogalom. Esetleg megállapítják, hogy ez a fogalom különböző bizonyítások közös metszéspontjában található, s ennél fogva alapvető jelentőségű.*
- 6 *Ellenőrzik az eredeti és most megcáfolt sejtés mindeddig elfogadott következményeit.*
- 7 *Az ellenpéldákat új példákra változtatják, új vizsgálati területek tárulnak fel.”*

Lakatos Imre életét és munkásságát kettősségek és ellentmondások jellemzik, ezért nehéz teljes és valódi képet adni róla mind tudományos, mind emberi szempontból. A Lakatossal foglalkozó munkákban, különösen az életrajzi adatokra vonatkozóan sok a tévedés, a hibás adat, a pontatlanság és a hiányosság (pl. Magyar Életrajzi Lexikon, Davis–Hersh: A matematika élménye, Sain Márton: Nincs királyi út, Filep László: A tudományok királynője. A matematika fejlődése). Tudományos szempontból Forrai Gábor véleményére utalok: „Keveseknek voltak olyan mély meglátásai a tudománnyal kapcsolatban, mint Lakatosnak, ugyanakkor kevesen követtek el hozzá hasonlóan durva hibákat.” (Replika, 1996. dec. 23–24 szám).

Lakatos élete és munkássága időben és térben két periódusra válik szét:

Lakatos I.: Lakatos (Lipsitz) fiatalok (1922–1956), Magyarország,

Lakatos II.: Lakatos érett tudóssá válása (1957–1974), Anglia.

A két periódus közül az I. szakasz a problematikusabb, ezt jellemzik a nagy szélsőségek, magasságok és mélységek, sikerek és kudarcok. A II. szakasz egy céltudatos, elkötelezett, tudományos munkával talán kissé túlzásföld időszak, amelyben Lakatos helyre akarta hozni tévedéseit, pótolni akarta az első időszakban a politikára feleslegesen és néha hibásan elpazarolt energiáját és idejét, korrigálni akarta nagy tévedéseit. a *Bizonyítások és cáfolatok* elképzeléseiben ott vibrál Lakatos mindkét énje, mindig számos különböző szempont harcol egymás ellen, sok fordulat figyelhető meg, amikor az egyik szereplő megváltoztatja a nézeteit és elfogadja azt az álláspontot, amit éppen akkor adott fel az ellenfele.

Néhány kritikus tényt megemlítünk a történelmi részletesség igénye nélkül, és reméljük, hogy ezek is hozzásegítenek Lakatos Imre megértéséhez.

- Lakatos Imre két disszertációt készített, az egyiket Debrecenben, a másikat Cambridge-ben. Az elsőről kevesen tudtak (pl. Szabó Árpád, Gyíres Béla, Komlóssy Sándor professzorok), Lakatos maga is hallgatott róla Angliában, sőt ezt a disszertációt eddig nem sikerült megtalálnunk.
- Lipsitz Imre vallásos zsidó család gyermeke volt, de 1945-ben, nevének Lakatosra változtatásával egy időben áttért a református hitre, annak ellenére, hogy egész életében ateista maradt. Ezt a tulajdonságot a környezet ismeretében nem is olyan nehéz megérteni, hisz *Julow Viktor* szavaival ez a földhözragadtan földöntúli debreceniségre jellemző kálvinista ateizmus, aminek a hatása alól Lakatos sem volt kivétel.
- Lakatos Imre illegális kommunista, majd meggyőződéses kommunista volt, az MKP tagja, aki a jövő társadalmáért harcolt, de amikor intellektuális tulajdonságai következtében ráébredt, hogy az eszmék, melyekért küzd, hamisak, akkor szembe fordult velük (ilyen pl. a Petőfi-kör vitáiban való részvétel). 1947–48-ban részt vett az Eötvös Kollégium szétverésében (Szász Imre Ménesi út c. regénye, Lee Congdon Bűn és büntetlenség c. cikke a Replikában, 1998. 29. szám), viszont Londonban a nagy diáklázadások idején megvédi az LSE-t,

az igazgatóhoz intézett nyílt levelének nagy szerepe volt az intézmény fennmaradásában.

- Magasrangú beosztottként dolgozott a Közoktatási Minisztériumban, feladata a felsőoktatás demokratikus reformjának a végrehajtása volt. Érdemei elismeréseként 1948–49-ben a moszkvai Állami Egyetemen aspiráns elméleti fizikából.
- 1950-ben kizárják a Pártból, internálják, Kistarcsára, majd a *recski munkatáborba* kerül (1950–53).
- 1956-ban hagyta el Magyarországot és többet nem jött haza, de szívesen fogadta magyar kollégáit Londonban.
- A cambridge-i doktori disszertációjának témáját *Pólya Györggytől* kapta, akivel angliai tartózkodása és USA-beli látogatásai alatt is szoros kapcsolatot tartott fenn, de a kapcsolat gyökerei még Lakatos magyarországi életéhez kötődtek.
- Az LSE-n tartott előadásai mindig – magától értetődően – kalandosak voltak, elvakítottak epigrammatikus szikráikkal. Ez volt Lakatos legnagyobb ereje és gyengesége is (l. L. Bowden levelének részlete).
- Lakatos nem végzett tanári szakot, az abszolutórium megszerzése után doktorált. Tudat alatt viszont biztosan hatott rá *Karácsony Sándor* előadásainak a példája, amikor is a debreceni egyetemen a professzor Lakatos Imre és Vekerdi László számára magyarázott izzó lelkesedéssel.

Lakatos Imre Debrecenben született Lipsitz Jakab és Herczföld Margit egyetlen gyermekeként. A debreceni Zsidó Reálgymnázium eminens tanulója volt (1932–40). A *KöMal* legeredményesebb feladatmegoldói közé tartozott, feladatmegoldásait és fényképét is közölte a *KöMal* (XIV. Évfolyam, 1938/39, Faragó Andor-féle sorozat). Egyetemi tanulmányait a debreceni Tudományegyetem Jog- és Államtudományi Karán kezdte el 1940-ben, majd bölcsészhallgató lett (1941–1944). Elsősorban matematikai, fizikai és filozófiai tárgyú órákat látogatott. Tanárai közül Szabó Árpád, Karácsony Sándor, Varga Ottó és Szalay Sándor professzorok voltak rá hatással. Varga Ottó asszisztensként tartott órákat a Matematikai Intézetben. Abszolutóriumát 1946. jan. 25-én kapta meg. 1945-től a debreceni tanulmányokkal párhuzamosan az *Eötvös Kollégium* kutató diákja.

Ebben az időszakban jelennek meg első cikkei: *Citoyen és a munkásosztály* (Valóság, 1946), *Molnár Erik: Dialektika* (Valóság, 1946), *A fizikai idealizmus bírálata* (Athenaeum, 1946), *Huszadik század* (Fórum, 1947), *Eötvös Collegium – Győrffy Kollégium* (Valóság, 1947), *Demokratikus nevelés és természettudományos világnézet* (Embernevelés, 1947), *Modern fizika, modern társadalom* (Továbbképzés és demokrácia, 1947).

1947-ben doktorál a debreceni Tudományegyetemen filozófiából mint főtárgyból, matematikából és fizikából mint melléktárgyból. Disszertációját *Karácsony Sándornál* írta *A természettudományos fogalomalkotás szociológiájáról* címmel. 1948. április 30-án avatták *Sub Laurea Almae Matris* doktorrá.

Ez az időszak jelentette Lakatos magyarországi életének csúcspontját. Szakmai szempontból mindig az eminensek közé tartozott. Éles eszű, intelligens, eredeti gondolkodású ember volt, szellemes, erőteljes, zseniális (démoni) egyéniség, akinek csípős volt a nyelve és kemény a kritikája. Fanatikusan küzdött céljainak az eléréseért, viszont többször revideálta nézeteit, különösen akkor, amikor ráébredt arra, hogy hibázott. Politikai pályafutására is ez a jellemző. A 40-es évek politikai rendszerével, a náciizmussal, a fasiszmussal családi indíttatása miatt is szembekerült, így vált illegális kommunistává, majd 1945-től az MKP tagja, fanatikus kommunista, olyan, aki az új kommunista Magyarországot akarja felépíteni, miközben lerombolja a rossz régít (pl. az „elitet képző” Eötvös Kollégiumot). Első cikkeinek egy része politikai színezetű, másik része az oktatáshoz és a fizikához kapcsolódik, de ideológiai színezettel.

„Lakatos Imre eddigi tudományos munkásságának alapja a dialektikus materializmus, de annak nem az ortodox, hanem a modern formája. Ez is csak alap, neki magának önálló, egyéni mondanivalói vannak. Eredetisége felfelé ível. Az a filozófia, mely minden megszólalása mélyén fellelhető, következetes és rendszerben mozgó.” (Karácsony Sándor véleménye a debreceni Tudományegyetem Egyetemi Tanácsának jegyzőkönyvéből, 1947.)

„A természettudományos fogalomalkotás szubjektív, szociológiaiilag is determinált mozzanatának vizsgálata csak megerősíthet bennünket abban, hogy a tudomány fejlődése során az objektív moz-

zanat állandóan nagyobb teret foglal el; az emberi tudattól független természet egyre erőteljesebben, az emberi gyakorlat egyre nagyobb körében tükröződik a fizikai világunkban.” (Lakatos Imre: Modern fizika, modern társadalom c. cikkéből idézet.)

Lakatos Imre a recski tábor feloszlása után *Rényi Alfréd*nak, az MTA Matematikai Kutatóintézete igazgatójának a segítségével kap állást (1954) a Matematikai Kutatóintézetben. Itt először Lipták Tamással együtt, majd utána önállóan végez fordítói munkát. Megkapja G. Polya: *How to solve it?* c. könyvét fordításra. Ma a könyv címe: A gondolkodás iskolája. A teljes fordítást Lakatos már nem tudta elkészíteni, mert 1956-ban felesége családjával együtt Bécsbe disszidált. A könyv fordítását Pataki Béláné fejezte be.

Lakatos nézeteire döntő befolyást gyakorolt a Matematikai Kutatóintézetben eltöltött idő. Egyrészt az intézet könyvtárában olyan munkákhoz tudott hozzáférni, amelyek azelőtt elérhetetlenek voltak a számára, itt találkozott Karl Popper és Hayek munkáival. Itt jött rá, hogy nagyon sok pótolnivalója van matematikából is. Rendszeresen részt vett az intézeti szemináriumokon és hallatlan energiával tanult. Másrészről itt ismerkedett meg a matematikaoktatás, a matematika népszerűsítésének a kérdéseivel, hisz itt találkozott *Pólya György* munkásságával, illetve kapcsolatba került *Kalmár László*val, *Péter Rózsá*val és *Rényi Alfréddal*, akik hasonló kérdésekkel foglalkoztak. Bár Rényi Alfréd *Dialógusok a matematikáról*, illetve *Levelek a valószínűségről* c. könyvei a 60-as években jelentek meg, de Rényi Alfréd nézetei hatással voltak Lakatosra is: „Minden tudományos vizsgálatra áll, hogy csak az élesre köszörült logikával, kristálytisztá érveléssel, óvatosan, lépésről lépésre haladva és minden lépést ellenőrizve lehet az igazságot megközelíteni, de ez sehol sem annyira fontos, mint éppen a véletlen jelenségek vizsgálatánál.” (Rényi Alfréd: *Levelek a valószínűség számításról*.) A dialógus eszméje is megtalálható Rényiinél.

Lakatos 1957 januárjában Bécsben megkapja a *Rockefeller ösztöndíjat*, így kerül Cambridge-be. Ott Braithway-nél és Smiley-nél tanul. 1958-ban Pólya György javaslatára választja az *Euler–Descartes* sejtés bizonyítását PhD dolgozatának tárgyául. Ebből a disszertációból nőtt ki a *Bizonyítások és cáfolatok* c. könyv. Pólya

György igen magasra értékelte Lakatos munkásságát: „Tegnap kaptam meg tézisének első részletét és mára már el is olvastam – ennél nagyobb komplimentet én nem tudok mondani. Második kompliment: ki fogom próbálni naív és tudatlan tanítóimon és be fogok számolni az eredményről, ha valami érdekeset találok. Tanács: ne változtasson rajta semmit.” (Részlet Pólya Györgynek Lakatos Imréhez írt leveléből. 1960. aug. 10.)

„Átolvastam a Proofs and Refutations-t kétszer, elejétől a végéig, lassan, minden tölem telhető figyelemmel. Fő benyomásom: *Ne próbálja meg javíttgatni a P & R-t*, hanem vegye be a könyvébe úgy ahogy van, esetleges minimális javításoktól eltekintve. A cikk ahogy van, érdekes, mulatságos, vicces és főképpen „anregend”, „stimulating”: minden másodrendű hátrány eltávolítása egy elsőrendű előny vesztébe kerülne, ez elsőrendű benyomásom. *Meglehetősen világosan látom a P & R viszonyát saját dolgaimhoz. Fő különbség: jómagam alig tudnék valamit mondani az episztemológiáról, ami a publikum figyelmét megérdemelné.* Még ha tudtam volna is valamit mondani, visszatartott volna: elég nehéz a publikummal elfogadtatni a heurisztikát. Én nem akartam azt még más vitás dolgokkal kombinálva tovább nehezíteni. A P & R fő pontja, legalább is szerintem, hogy a heurisztika és episztemológia lehetséges összefüggésére felhívja a figyelmet. Tisztán a heurisztikáról is mond néhány pontot, amelyet én nem láttam olyan világosan és mindenestre nem mondtam meg.” (Részlet Pólya Györgynek Lakatos Imréhez írt leveléből, 1965. nov. 15.)

Lakatos maga is úgy látta, hogy munkájának három forrása van:

- a Pólya-féle heurisztika
- a hegeli dialektika
- Popper kritikai filozófiája.

Valóban Lakatos heurisztikája ott kezdődik, ahol Pólya György *A matematikai gondolkodás művészete* c. kétkötetes munkájában abahagyta. Egyik kéziratosa munkájában (I. L. archivum, 3.4 Section) a következőket írja:

„A matematikai tevékenység emberi tevékenység. Ennek a tevékenységnek bizonyos szempontjait – mint minden emberi tevékeny-

séget – tanulmányozza a pszichológia, illetve a történelem. A heurisztika elsődlegesen nem érdekes ezekből a szempontokból. De a matematikai tevékenység matematikát hoz létre. A matematika az emberi tevékenységnek az a formája, amely az öt létrehozó tevékenységtől elidegenedik. Egy élő, növekvő szervezetté válik, amely autonómmá válik bizonyos mértékben az öt létrehozó aktivitáshoz képest, kifejleszteni saját autonóm törvényei növekedésére vonatkozólag saját dialektikáját. A heurisztika a matematika autonóm dialektikájára vonatkozik.”

A matematikaoktatásban, a matematikai tételek bizonyításánál a szigorú dedukciós tárgyalásmódot alkalmazzák. Lakatos ezt a stílust a következőképpen jellemzi: Ennek a stílusnak megfelelő okfejtés az axiómák, lemmák és/vagy definíciók pedáns felsorolásával kezdődik. Az axiómák és definíciók felsorolását gondosan megszövegezett tételek követik. A tételt bizonyítás követi. Ha a diák egyszerűen kíváncsi lesz arra, hogyan előzhetik meg ezek a definíciók, lemmák és a tétel a bizonyítást, akkor a matematikai éretlenség fitogtatása miatt a bűvész kiközösíti. Lakatos a kartézianusi módszert akarja felváltani. Kiindulópontja az informális matematika, mert egy formális rendszerben nincs helye a felfedezés logikájának. A matematika fejlődését a formalizmus elutasításával és az informális matematika történeti elemzésével követhetjük nyomon. A Bizonyítások és cáfolatok ezt az utat járja be, az Euler–Descartes sejtés gazdag történeti anyagára támaszkodva igen világosan elemzi azt a módszert, amely forradalmi változást hozott a matematika filozófiájában.

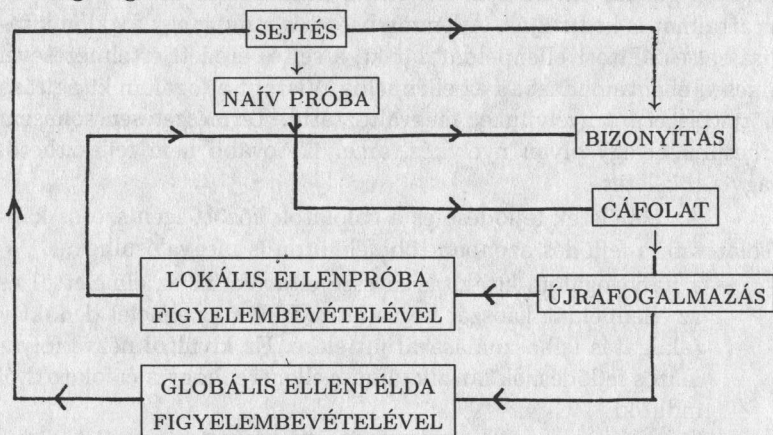
Lakatos tézise a következő:

„Az informális, kváziempirikus matematika nem a kétségbevonhatatlanul megalapozott tételek számának egyhangú növekedése révén fejlődik, hanem a találgatások szüntelen helyesbítésével, az elmélkedés és a kritika, a bizonyítások és cáfolatok logikája segítségével.”

A könyvnek nagy érdeme a dialógus forma. Az eredeti gondolatok, a sziporkázó humor érdekessé teszi a matematikai tartalmat. A valódi történelmet a lábjegyzetekben olvashatjuk, ez a tanulmány szerves része. Az író viszont fontosabbnak tartja, hogy azt fejtse ki, hogy racionálisan hogyan történhetett volna a felfedezés. A mate-

matika története általában nem szerves része az oktatásnak, inkább mint motiváció, mint érdekesség szerepel. Lakatos az élő, a fejlődő matematika törvényeit kutatta és így a történelmet olyan forrásként használta, amivel azt bizonyította, hogy a matematika a természettudományokhoz hasonlóan nem tévedhetetlen, a matematika is a kritikából és az elméletek helyesbítéséből fejlődik. Egy problémából vagy egy sejtésből kiindulva párhuzamosan keresük a bizonyításokat és az ellenpéldákat. Az új bizonyítások régi ellenpéldákat magyaráznak meg, az új ellenpéldák régi bizonyításokat vonnak kétségbe. Azt az ellenpéldát, amely az érvelés egyetlen lépésére vonatkozik, lokális ellenpéldának nevezi, míg azt, amelyik a konklúziót támadja meg, globális ellenpéldának.

A matematika felfedezésének a sémája a Lakatos-féle heurisztika segítségével:



A dialógus fő szövegében a szerző szereplőit szinte halljuk a könyv olvasásakor. A poliéder fogalmát, illetve az Euler-féle poliéder tételt tárgyaló rész célja a matematikai formalizmus elleni harc. Mire a tanár bemutatja az Euler tétel Cauchy-tól származó bizonyítását, akkorra az osztály egy egész sereg ellenpéldát gyárt. Mindig különböző szempontok harcolnak egymás ellen, sok fordulatot figyelhetünk meg. A bizonyítást itt nem a hagyományos értelemben használják, mert gondolatmenete nem szintézis, hanem analízis. A bizonyítás egy

gondolati kísérletet jelent, melyben az eredeti sejtést további sejtésekre vagy lemmákra bontjuk, ebben az esetben 4 lemmára, amelyek közül csak egy látszik cáfolhatatlannak, mégpedig az, ami a háromszögre vonatkozik, a másik hárommal szemben jelentik be azonnal a tanulók a kételyeiket és keresik az ellenpéldákat. Alkalmazzák a *torzszülöttek kizárásának a módszerét, a kivételek kizárásának a módszerét, a lemmák beépítésének a módszerét, a hamisság visszaemelésének az elvét*. A bizonyítások és a cáfolatok nem szakadnak el egymástól, a lemmák beépítésének a módszerét a *bizonyítások és cáfolatok módszerének nevezzük*. Nem lehetséges a cáfolatok nélküli egyenes vonalú fejlődés. A matematika nem úgy fejlődik, hogy néhány triviálisan igaz axiómából kiindulva, folytonosan növekedve szélesedik. A matematikai tudás fejlődését a cáfolatok segítik elő: a logikai ellenpéldák, amelyek globálisak, de nem helyiek, a heurisztikus példák, amelyek a tartalmat is kritizálják. A lemma beépítés mindig egy fogalomkitágítással előállított ellenpéldát zár ki, a sejtés eredeti értelmezésével nincsen ellentmondásban az ellenpélda. Viszont a fogalom kitágítása előtt célszerű a nyelvünket megváltoztatni. Természetesen sohasem érhetünk el egy olyan nyelvhez, amelyik tovább nem fejleszthető, vagyis tökéletes.

Az elméletek fejlődése és a cáfolatok között igen szoros kapcsolat van, a fejlődés azonban többféle úton is megvalósulhat:

- a naív fogalom-kitágítás messze eltávolodik az elmélettől és az ellenpéldák káoszát hozza létre. Ekkor az elmélet deduktív találgatás felhasználásával jut előre. Ez kívülről nézve folyamatos fejlődésnek látszik, annak ellenére, hogy a cáfolatokból indul ki
- a cáfolatot azonnal követi az elmélet és a fogalmak bővülése. ezek segítségével meg tudjuk magyarázni az ellenpéldát
- a fejlődő elmélet nemcsak magyarázza, hanem szüli is a cáfolatokat. A tétel ellenőrzése során új ötleteket kapunk a bizonyításhoz, vagyis az analízist fordítjuk vissza és szintézissel szeretnénk visszajutni a kiindulóponthoz, ami viszont nem mindig sikerül; előfordulhat, hogy a szintézis valami ismeretlen állításhoz vezet, olyanhoz, ami a tételt cáfolja.

Lakatos nem engedi meg, hogy különbséget tegyünk a racioná-

lis, a heurisztikából kinövő enyhe, illetve a vad, irracionális, romboló és ésszerűtlen cáfolatok, fogalom-kibővítések között, mert az ésszerűség fogalma kortól függő, a kritika fogalma együtt változik az igazság és a bizonyítás fogalmával.

A könyv II. fejezetében az egyik tanuló kísérletet tesz arra, hogy az Euler-tételt az euklideszi elvek szerint bizonyítsa. Ez azt jelenti, hogy a sejtést *intuíciónkra* bontja, a fogalmakat úgy definiálja, hogy lényegüket ragadja meg, de így a definíciók egyre bonyolultabbak lesznek, ezért a tanuló új ötletet vet fel, mégpedig azt, hogy a tételt a vektoralgebra nyelvére kell lefordítani. Azonban a fordítás nem tökéletes, az eredeti probléma részben eltűnik, egy újabb problémát kapunk helyette és az elmélet, amire fordítottuk, szinten nem cáfolhatatlan. Az ókorban az aritmetikát felváltotta a geometria, majd Descartes munkássága nyomán az algebra, a múlt században újabb tudományágak jöttek létre, fejlődött az aritmetika, a logika...

A fő tanulság Lakatos munkájából a tanár és a matematika tanítása számára: „A fejlődő elméletben az intuíció járatlan, botladozik és hibázik. Nincs olyan elmélet, ami ne ment volna keresztül a fejlődés ilyen szakaszán, sőt történeti szempontból ez a legizgalmasabb szakasz, s az oktatásban is ennek kellene a legfontosabbnak lennie. Euklidész ezért a matematika történetének és mind a kezdő fokú, mind a kreatív szintű matematikaoktatásnak a rossz szelleme...

Az axiómák és a definíciók gyakran mesterkéltnak és megtévesztően bonyolultnak látszanak. Arról soha sem értesülünk, hogyan adódnak ezek a bonyodalmak. Az axiómák és a definíciók felsorolását gondosan megszövegezett tételek követik. A tételek nehézkes feltételekkel terhesek: lehetetlennek tűnik, hogy bármikor bárkinek sikerült rájönnie ezekre a tételekre. A tételt a bizonyítás követi.

Az euklideszi rítus szerint a matematikával foglalkozó diák kénytelen részt venni ebben a bűvészkedésben, mégpedig anélkül, hogy kérdéseket tenne fel a mutatvány háttéréről vagy végrehajtásának módjáról.”

Lakatos nézeteit ma már nemcsak a matematikusok használják fel, hanem pl. paradigmáira a nyelvészet is támaszkodik.