Utószó a Dialógusokhoz

Optimista szerző nem ír előszót a saját műveihez, mert bízik abban, hogy azok önmagukért beszélnek, és meg van győződve arról, hogy mondanivalóját olvasói minden külön magyarázat nélkül is megértik.

Bár én valóban bízom ebben, mégis úgy érzem, hogy az adott esetben szükség van, ha nem is előszóra, de legalább néhány utólagos megjegyzésre a szerző szándékairól és azokról a meggondolásokról, amelyek a műfaj megválasztásában és írás közben vezették. Úgy gondolom, hogy a választott forma szokatlan volta és sok tekintetben újszerű módon való használata némi magyarázatra szorul, már csak esetleges félreértések elkerülése céljából is.

E megjegyzéseket azért mondom el utószó formájában, mert azt szeretném, hogy azt olvasói valóban csak a dialógusok után olvassák el.

Hazánkban évről évre növekszik az érdeklődés a matematika és annak alkalmazása iránt, és egyre többen törekszenek matematikai ismeretek elsajátítására. Az ezen igények kielégítését szolgáló ismeretterjesztő munkában való részvételem során azt tapasztaltam, hogy nemcsak konkrét matematikai ismeretek elsajátítására jelentkezik társadalmi igény, hanem sok embert emellett – vagy esetleg elsősorban – az a kérdés érdekel, hogy tulajdonképpen mi is a matematika, miben áll sajátos módszere, hogyan viszonyul más tudományokhoz és mit nyújthat a különböző szakterületeken dolgozóknak. Sokan vannak, akik a matematikai ismeretterjesztő előadásoktól és írásoktól nem azt várják, hogy azokból bizonyos számítási eljárásokat sajátítsanak el, hanem általános műveltségüket akarják gyarapítani, látókörüket kívánják szélesíteni. De még azok is, akiknek a matematikai módszerekre mindennapi munkájukban van szükségük, mielőtt vennék maguknak a nem is csekély fáradságot, hogy elmélyedjenek a matematika valamely konkrét ágának tanulmányozásában, szeretnék látni, hogy mit is várhatnak ettől.

Azt is gyakran tapasztaltam munkám során, hogy a matematika és alkalmazásai alapvető elvi kérdéseit illetően sok téves és ferde nézet van forgalomban, mégpedig nemcsak a matematikától távol állók között, hanem azok körében is, akik foglalkozásuknál fogva a matematikának legalábbis egy-egy ágában többé-kevésbé járatosak. Ez tulajdonképpen nem is meglepő, hiszen például téves általánosításokra azok hajlamosak, akik rendelkeznek ugyan bizonyos tárgyi ismeretekkel, de nincs elég széleskörű áttekintésük. A matematika és alkalmazásainak elvi kérdései a matematikusok körében is gyakran képezi vita tárgyát, ami e kérdések tisztázásának különös aktualitást ad.

Mindezen körülmények arra a meggyőződésre vezettek, hogy a matematika és alkalmazásai elvi kérdéseinek közérthető, de ugyanakkor e kérdéseket valódi mélységükben felvető módon való ismertetése nagyon is időszerű. Azonban ezekről az elvont kérdésekről széles körök számára érthető módon beszélni nem könnyű feladat. Kerestem ezért annak a módját, hogyan lehet ezt az elvont témát közelebb hozni az érdeklődőkhöz. Ez a törekvés vezetett arra a gondolatra, hogy a szókratészi dialógus-formával tegyek kísérletet. A szókratészi dialógus ugyanis nemcsak formájában, hanem tartalmában is dialektikus, hiszen a gondolatokat keletkezésükben, fejlődésükben mutatja be, az elvont gondolatokat mintegy dramatizálja, ezáltal a figyelmet ébren tartja, és a megértést megkönnyíti.

Első dialógusom témájául azt a kérdést választottam, hogy „Mi a matematika?”. E kérdés megvitatását azért is tartom fontosnak, mert iskolai matematikaoktatásunk még ma is messze van attól, hogy a matematikáról átfogó, helyes és korszerű képet alakítson ki. Ebben a dialógusban tőlem telhetően követni igyekeztem a szókratészi dialógusok módszerét, sőt, nyelvét is. Azáltal, hogy a dialógus főszereplőjévé Szókratészt tettem, a párbeszéd abban a korban játszódik, amikor a mai értelemben vett matematika megszületett; ily módon a matematikát mintegy „in statu nascendi" mutatom be. A dialógusban Szókratész a tőle megszokott kérdezve-rávezető vitamódszert alkalmazza; a szókratészi dialógus-forma lényegéhez tartozik, hogy nem két felfogás ütközik össze, hanem a beszélgetők együttesen igyekeznek egy közös véleményt kialakítani, ismereteik és a vita tárgyát képező fogalmak logikai analízise alapján, és a helyes állásponthoz csak fokozatosan, több lépésben jutnak el. E műfaj lényegéhez tartozik, hogy a beszélgetés során olyan kijelentések hangzanak el – néha igen kategorikus formában –, amelyekről a vita későbbi fázisában a vitatkozó felek felismerik, hogy azok nem helytállóak, és ezért módosítják vagy esetleg teljesen el is vetik őket. Az ilyen dialógusból tehát mindig ki lehet ragadni olyan mondatokat, amelyek éppen az ellenkezőjét állítják a dialógus végkövetkeztetéseinek. Ennek következtében egy szókratészi dialógus szerves egészet alkot, amelynek mondanivalóját csak az érti meg, aki azt teljes egészében elolvassa. Mindezen sajátosságok a szókratészi dialógust elevenné, életszerűvé teszik, és így e forma különösen alkalmas bonyolult és elvont kérdések közérhető tárgyalására.

Még egy okom volt arra, hogy éppen ezt a formát válasszam: az a meggyőződésem (amit egyébként Szókratész zárószavaiban kifejezésre is juttattam), hogy a szókratészi módszer lényegét illetően szoros kapcsolatban áll a matematika módszerével. E meggyőződésemben nagymértékben megerősítettek Szabó Árpád alapvető matematikatörténeti kutatásai, amelyek az ókori görög matematika kialakulását egészen új megvilágításba helyezték.

Az első dialógus először 1961-ben hangzott el a Tudományos Ismeretterjesztő Társulatban, és a Valóság 1962. évi 3. füzetében (40–56.o.) jelent meg. 1962-ben előadták a dialógust franciául a párizsi Magyar Intézetben, és megjelent a Les Cahiers Rationalistes 208–209. füzetében (4–32.o.). A következő évben az amerikai és kanadai fizikusok Edmontonban tartott vándorgyűlésén is előadtam, és megjelent angolul a Canadian Mathematical Bulletin-ben, 1964-ben (3. füzet 441–462.o.), valamint a Physics Today [*17* (1964) 24–36] és a Simon

Stevin [*38* (1964–65) 125–144] is leközölte.

Az, hogy az első dialógus idehaza és külföldön egyaránt kedvező visszhangra talált, méghozzá mind matematikusok, mind pedig nem-matematikusok körében, felbátorított arra, hogy tovább kísérletezzem a műfajjal. Mivel az első dialógusban a matematika és a valóság viszonya csak nagy vonalakban, elvi, filozófiai vonatkozásban került megvitatásra, a következő dialógus középpontjába a matematika alkalmazásai kérdésének részletekbe menő megvitatását kívántam állítani. Kézenfekvő gondolat volt e dialógus főszereplőjéül Arkhimédészt, az első „alkalmazott matematikus"-t megtenni, akinek neve már az ókorban elválaszthatatlanul összefonódott a matematika gyakorlati felhasználásával. E dialógus angolul az Ontario Mathematics Gazette-ben jelent meg [2 (1964)28–40]. A történelmi keret korlátai azonban nem engedték meg, hogy e dialógusban mindazt összesűrítsem, amit e sokrétű kérdésről elmondani kívántam.

Így jött létre a harmadik dialógus, amelyben a főszerepet Galilei viszi, aki az újkorban elsőnek ismerte fel és hirdette meggyőző erővel a matematikai módszer döntő jelentőségét a természet megismerésében. (E dialógus elhangzott a KFKI Joliot-Curie körében; rövidített változata a Fizikai Szemlében jelent meg [*XV* (1965) 5.]. E két dialógus tehát kiegészíti egymást, és egyben szerves folytatását alkotják az elsőnek. Ettől azonban formájukat illetően lényegesen különböznek. Arkhimédész és Galilei természetesen nem követik Szókratész módszerét; ők általában maguk válaszolnak a feltett kérdésekre, ahelyett, hogy kérdésekkel vezetnék rá beszélgetőtársukat arra, hogy kitalálja, amit mondani akarnak. Ezáltal e dialógusokban le kellett mondanom a szókratészi párbeszéd belső feszültségének egyik fő rugójáról; ezt a hiányt próbáltam azzal ellensúlyozni, hogy e beszélgetések olyan pattanásig feszült, sorsdöntő történelmi helyzetben játszódnak le, amelynek dinamikája elválaszthatatlanul összefügg a vita tárgyát képező elvi kérdésekkel, és így az azok dialektikája által teremtett feszültséget mintegy felerősíti. Ami az érintett matematikai kérdések körét illeti, Arkhimédész, illetve Galilei személye lehetővé tette, hogy e dialógusok sokkal több konkrét matematikai fogalmat és eredményt öleljenek fel, mint az első, természetesen főként olyanokat, amelyek Arkhimédész, illetve Galilei saját matematikai felfedezései; ez utóbbiak jó része helyet kapott e dialógusokban.

Ezzel kapcsolatban néhány szót kell szólnom arról, ahogyan a történelmi hűség kérdését kezeltem. Mindhárom dialógusban törekedtem a korszerűségre, az anakronizmusok elkerülésére; így elsősorban is gondosan ügyeltem arra, hogy szereplőimnek ne tulajdonítsak olyan tárgyi ismereteket vagy nézeteket sem a matematikában, sem más téren, amelyekkel azok valójában nem rendelkezhettek. Mivel azonban mind Arkhimédész, mind pedig Galilei úttörők voltak, akik nemcsak, hogy messze előtte jártak koruknak, hanem felfogásuk és szemléletük mai szemmel nézve is lényegében modern, ez a megkötés egyáltalán nem akadályozott abban, hogy elvi kérdéseket illetően mindazt elmondjam, amit akartam. A matematikai példák használatát illetően persze ez a megkötés azt jelentette, hogy túlnyomórészt az elemi matematika körében kellett maradnom, illetve az infinitézimális matematikában csak addig mehettem bele, ameddig Arkhimédész és Galilei – akik ennek is úttörői és előfutárai voltak – maguk eljutottak. Ennek a megkötésnek azonban előnyei is voltak, ugyanis segített abban, hogy ne nehezítsem meg a dialógus elvi mondanivalóinak megértését matematikus szemében egyszerűnek tűnő, de a laikus számára nehéz példákkal.

A történelmi hűség követelményét azonban nem fogtam fel olyan mereven, hogy csak olyan ismereteket és nézeteket tulajdonítsak szereplőimnek, amelyekkel azok dokumentálhatóan rendelkeztek, hanem olyan gondolatokat is tulajdonítottam nekik, amelyekről, ha nem is bizonyítható, de feltehető, hogy ezekre eljutottak, különösen olyan gondolatokkal kapcsolatban, amelyek annyira kézenfekvő és közvetlen követelményei azoknak az eredményeknek, amelyek éppen Arkhimédész, illetve Galilei nevéhez fűződnek, hogy egyenesen valószínű (bár ennek nem maradt fenn nyoma), hogy ezen gondolatok valóban megfordultak fejükben. Olyan esetekben azonban, ahol kimutatható, hogy bizonyos kérdésekben nem láttak tisztán, sőt, egyenesen téves nézeteik voltak, a történelmi hűség követelménye azt kívánta meg, hogy ezt nyíltan feltárjam. Így például tudjuk, Galilei azt hitte, hogy a bolygók körpályán mozognak a Nap körül, és nem ismerte fel, hogy a bolygókat Nap körüli pályájukon a gravitációs erő tartja meg; ennek megfelelően beszél Galilei dialógusomban is e kérdésről.

Másrészt viszont a történelmi hűség követelményével összeegyeztethetőnek tartottam olyan merész feltevéseket, mint hogy például Arkhimédész eljutott a kibernetika bizonyos elveinek felismeréséhez, és egy prímszámszitáló gépet tervezett meg[1] vagy hogy Galileiben a két világrendszerről szóló dialógus újraolvasásakor a pere alatt, 1633-ban kételyek merültek fel az árapály jelenségre általa adott – téves – magyarázat helyességét illetően. E feltevéseket semmilyen dokumentummal nem tudom alátámasztani, és távol áll tőlem, hogy ezeket a hipotéziseket történelmileg megalapozottnak tartsam, csak annyit állítok: elképzelhető, hogy e feltételezések igazak, és megcáfolásukat a rendelkezésünkre álló adatok ugyanúgy nem teszik lehetővé, mint a bebizonyításukat. Úgy gondolom azonban, hogy a „költői szabadság" megengedi ilyen hipotézisek használatát. Ugyanez vonatkozik a második és harmadik dialógus keretét alkotó történelmi eseményekre is. Mind Szirakuza ostromát, mind pedig Galilei perét illetően minden lényeges ponton igyekeztem a történelmi tényekhez tartani magam. (Az egyetlen pont, amelyben a történelmi adatoktól tudatosan eltértem, az, hogy a második dialógus szerint Szirakuza védelmét i. e. 212-ben Hierón király vezeti, míg valójában ő már három évvel azelőtt meghalt.) Mindkét dialógusban szerepelnek olyan hipotetikus események, amelyek tényleges megtörténtéről nincs ugyan tudomásunk, de nem lehetetlen, hogy valóban megtörténtek. Ez a megjegyzés vonatkozik például Galilei megszöktetésének tervére: semmi adat nincs arra, hogy Torricelli és más, magukat valóban galileistának nevező fiatalok ilyen tervvel foglalkoztak, de elképzelhető, hogy volt ilyen szándék. Más tekintetben azonban lehetőségem volt arra, hogy oly mértékben

[1] Ilyen berendezést először Lehmer írt le; lásd: D. H. Lehmer: A photoelectric number sieve. *Amer. Math. Monthly* 1933, 401–406.

ragaszkodjam a történelmi hűséghez, hogy olyan mondatokat adjak szereplőim szájába, amelyek szinte szó szerint megegyeznek fennmaradt munkáikban található, vagy kortársaik által nekik tulajdonított kijelentéseikkel. Ez a helyzet például Szókratész néhány kijelentését illetően, valamint azzal kapcsolatban, amit Arkhimédész a módszeréről, vagy azzal, amit Galilei a természet könyvének nyelvéről mond. (Az ilyen mondatok dőlt betűkkel vannak kiemelve.) Törekedtem arra is, hogy tőlem telhetően beleéljem magam az adott történelmi helyzetbe, és szereplőim egyéniségét a rendelkezésünkre álló adatoknak megfelelően mutassam be. A Galilei-dialógus esetében ehhez nagy segítséget jelentett Németh László Galilei-drámája; Torricelli és Niccolininé szerepeltetésének ötletét is ebből vettem.

Azok számára, akik a dialógusokban érintett tudománytörténeti kérdésekről részletesebben akarnak tájékozódni, irodalomjegyzéket is mellékelek. E jegyzék semmiképpen sem törekszik teljességre: csak olyan munkákat vettem fel ebbe, amelyeket a dialógusokhoz való anyaggyűjtés során különösen tanulságosnak találtam.

Ennyit tartottam szükségesnek elmondani arról, hogy milyen szándékok és szempontok vezettek e dialógusok megírásában. Ítélje meg az olvasó, hogy mennyire sikerült céljaimat megközelítenem.

Rényi Alfréd

Irodalom

Az I. Dialógushoz:

PLATÓN, összes művei, I–II. Magyar Filozófiai Társaság, Budapest 1943.

SZABÓ ÁRPÁD, Hogyan lett a matematika deduktív tudománnyá. I. Matematikai Lapok *8* (1975) 8–36.

SZABÓ ÁRPÁD, A görög matematika definíciós-axiomatikus alapjai. Matematikai Lapok *10* (1959) 72–121.

SZABÓ, Á., Der älteste Versuch einer definitorisch-axiomatischen Grundlegung der Mathematik. Osiris *14* (1962) 308–369.

A 2. Dialógushoz:

HEATH, T. L., The works of Archimedes with the Method of Archimedes. Dover, New York 1960.

HEATH, T.L., A manual of greek mathematics. Dover, New York 1963.

PLUTARCHOS, Párhuzamos életrajzok. Görögből ford. és jegyzetekkel ellátta DR. KACSKOVICS KÁLMÁN, Budapest 1895, II. kötet, 119–159.

CLAGETT, M., Greek Science in Antiquity. Collier, New York 1955.

A 3. Dialógushoz:

GALILEI, G., Párbeszédek a két legnagyobb világrendszerről, a ptolemaiosziról és a kopernikusziról. Ford. M. ZEMPLÉN JOLÁN. Európa Könyvkiadó, Budapest 1959.

DRAKE, S., Discorveries and opinions of Galilei. Doubleday, New York 1957.

GALILEI, G., Two new sciences. Dover, New York.

GEYMONAT, L., Galileo Galilei. Gondolat, Budapest 1961.

SANTILLANA, G. DE, The crime of Galilei. Mercury, London 1961.

ARMITAGE, A., The world of Copernicus. Signet Science Library, New York 1947.

GALILEO GALILEI, 1564–1964. Voproszi Isztorii Jesztentvoznanija i Techniki Nauka, Moszkva 16 (1954).