

Tartalomjegyzék

ELŐSZÓ 13

ELŐSZÓ AZ ELSŐ KIADÁSHOZ 15

I. rész

1. HÁROMSZÖGEK 21

- 1.1. Eukleidész 21
- 1.2. Alapfogalmak és axiómák 22
- 1.3. Pons asinorum 23
- 1.4. Súlyvonal és súlypont 27
- 1.5. Beírt kör és körülírt kör 28
- 1.6. Az Euler-egyenes és a magasságpont 34
- 1.7. Feuerbach-kör (kilencpontos kör) 35
- 1.8. Két szélsőérték-probléma 37
- 1.9. Morley tétele 40

2. SZABÁLYOS SOKSZÖGEK 43

- 2.1. A körosztás problémája 43
- 2.2. Szögharmadolás 45
- 2.3. Mozgás (izometria) 46
- 2.4. Szimmetria 47
- 2.5. Csoportok 48
- 2.6. Két tükrözés szorzata 49
- 2.7. A kaleidoszkóp 50
- 2.8. Csillagsokszögek 52

3. MOZGÁSOK AZ EUKLIDESZI SÍKON 56

- 3.1. Irányítástartó és irányításváltó mozgások 56
- 3.2. Eltolás 58
- 3.3. Csúsztatva tükrözés 60
- 3.4. Tükrözések és félfordulatok 62
- 3.5. A mozgásokkal kapcsolatos eredmények összegezése 62
- 3.6. Hjelmslev tétele 63
- 3.7. Sorminták 64

4. KÉTDIMENZIÓS KRISTÁLYTAN 66
- 4.1. Rácsok és Dirichlet-celláik 66
 - 4.2. Az általános rács szimmetriacsoportja 70
 - 4.3. M. C. Escher művészete 72
 - 4.4. Hat téglaminta 74
 - 4.5. Kristálytani korlátozások (Barlow tétele) 75
 - 4.6. Szabályos mozaikok 76
 - 4.7. Sylvester feladata 79
5. HASONLÓSÁGI TRANSZFORMÁCIÓK AZ EUKLIDESZI SÍKON 81
- 5.1. Nyújtás (dilatació) 81
 - 5.2. Körök hasonlósági pontjai 84
 - 5.3. A Feuerbach-kör 85
 - 5.4. A hasonlósági leképezés fixpontja 85
 - 5.5. Irányítástartó hasonlósági leképezések 88
 - 5.6. Irányításváltó hasonlósági leképezések 89
6. KÖRÖK ÉS GÖMBÖK 90
- 6.1. Körre vonatkozó inverzió 90
 - 6.2. Ortogonális körök 92
 - 6.3. Egyenesek és körök inverz képe 93
 - 6.4. Az inverzív sík 95
 - 6.5. Körsorok 97
 - 6.6. Apolloniosz köre 100
 - 6.7. Körtartó transzformációk 102
 - 6.8. Gömbre vonatkozó inverzió 103
 - 6.9. Az elliptikus sík 104
7. MOZGÁSOK ÉS HASONLÓSÁGI LEKÉPEZÉSEK AZ EUKLIDESZI TÉRBEN 108
- 7.1. Irányítástartó és irányításváltó mozgások 108
 - 7.2. Középpontos tükrözés 109
 - 7.3. Forgatás és eltolás 110
 - 7.4. Három tükrözés szorzata 110
 - 7.5. Csavarmozgás 111
 - 7.6. Nyújtva forgatás 113
 - 7.7. Gömbtartó transzformációk 115

II. rész

8. KOORDINÁTÁK 119
- 8.1. Descartes-féle koordinátarendszer 119
 - 8.2. Polárkoordináták 122
 - 8.3. A kör 125
 - 8.4. Kúpszeletek 127
 - 8.5. Érintő, ívhossz és terület 131

- 8.6. Hiperbolikus függvények 135
 8.7. A logaritmikus (egyenlőszögű) spirális 136
 8.8. Három dimenzió 138
9. KOMPLEX SZÁMOK 145
- 9.1. Racionális számok 145
 9.2. Valós számok 147
 9.3. A komplex számsík (Argand-diagram) 148
 9.4. Abszolút érték és irányszög 150
 9.5. Az $e^{n\pi} + 1 = 0$ képlet 152
 9.6. Egyenletek gyökei 153
 9.7. Konformis transzformációk 154
10. AZ ÖT SZABÁLYOS TEST 157
- 10.1. Gúla, hasáb és prizmatoid 157
 10.2. Rajzok és modellek 159
 10.3. Euler tétele 161
 10.4. Sugarak és szögek 163
 10.5. Reciprok poliéder 166
11. ARANYMETSZÉS ÉS FILLOTAXIS 168
- 11.1. Aranymetszés 168
 11.2. De Divina Proportione 170
 11.3. Az arany spirális 171
 11.4. A Fibonacciszámok 173
 11.5. Fillotaxis 176
- III. rész**
12. RENDEZETT GEOMETRIÁK 183
- 12.1. Hogyan kaphatunk Eukleidész geometriájából két különböző geometriát 183
 12.2. Közrefogás 185
 12.3. Sylvester kollinéaris pontokra vonatkozó feladata 189
 12.4. Síkok és hipersíkok 191
 12.5. Folytonosság 194
 12.6. Párhuzamosság 195
13. AFFIN GEOMETRIA 199
- 13.1. A párhuzamossági axióma és a „Desargues”-axióma 199
 13.2. Nyújtások 201
 13.3. Affinitások 206
 13.4. Ekviaffinitások 210
 13.5. Kétdimenziós rácsok 215
 13.6. Vektorok és súlypontok 219

- 13.7. Baricentrikus koordináták 222
 13.8. Affin tér 227
 13.9. Háromdimenziós rácsok 231
- 14. PROJEKTÍV GEOMETRIA 235**
- 14.1. Az általános projektív sík axiómái 236
 14.2. Projektív koordináták 240
 14.3. Desargues tétele 243
 14.4. Négyszögpontok és harmonikus pontnégyesek 245
 14.5. Projektivitások 247
 14.6. Kollineációk és korrelációk 252
 14.7. A kúpszelet 257
 14.8. A projektív tér 260
 14.9. Az euklideszi tér 265
- 15. ABSZOLÚT GEOMETRIA 268**
- 15.1. Egybevágóság 268
 15.2. Párhuzamosság 270
 15.3. Mozgás 273
 15.4. Véges forgáscsoportok 274
 15.5. Véges mozgáscsoportok 280
 15.6. Geometriai kristálytan 281
 15.7. A poliéder-kaleidoszkóp 283
 15.8. Inverziók által generált diszkrét csoportok 285
- 16. HIPERBOLIKUS GEOMETRIA 290**
- 16.1. A párhuzamosság euklideszi és hiperbolikus axiómája 290
 16.2. Az ellentmondásmentesség problémája 291
 16.3. A párhuzamossági szög 294
 16.4. A háromszögek végessége 298
 16.5. Terület és szögdefektus 299
 16.6. Körök, horociklusok és ekvidisztáns görbék 302
 16.7. Poincaré félsík-modellje 305
 16.8. A horoszféra és az euklideszi sík 306

IV. rész

- 17. GÖRBÉK DIFFERENCIÁLGEOMETRIÁJA 309**
- 17.1. Az euklideszi tér vektorai 309
 17.2. Vektorfüggvények és deriváltjaik 314
 17.3. Görbület, evoluták és evolvensok 315
 17.4. A láncgörbe 319
 17.5. A traktrix 320
 17.6. Térgörbék 322
 17.7. A közönséges csavarvonal 324
 17.8. Az általános csavarvonal 326
 17.9. A konho-spirális 327

18. A TENZORIÁLIS ÍRÁSMÓD	329
18.1. Duális bázisok	329
18.2. Az alaptenzor	330
18.3. Reciprok rácsok	332
18.4. Gömb kritikus rácsa	335
18.5. Általános koordináták	338
18.6. Az alternálás szimbóluma	341
19. FELÜLETEK DIFFERENCIÁLGEOMETRIÁJA	342
19.1. Két paraméterrel megadott felületek	342
19.2. Felületi irányok	345
19.3. Normálgörbület	349
19.4. Főgörbületek	351
19.5. Főirányok és görbületi vonalak	356
19.6. Umbilikus pontok	358
19.7. Dupin tétele és Liouville tétele	360
19.8. A Dupin-féle indikatrix	362
20. GEODETIKUS VONALAK	365
20.1. Theorema egregium	365
20.2. A geodetikus vonalak differenciálegyenlete	367
20.3. Geodetikus háromszög teljes görbülete (integrálgörbülete)	370
20.4. Az Euler—Poincaré-karakterisztika	371
20.5. Állandó görbületű felületek	373
20.6. A párhuzamossági szög	373
20.7. A pszeudoszféra	375
21. FELÜLETEK TOPOLOGIÁJA	377
21.1. Irányítható felületek	378
21.2. Nem irányítható felületek	380
21.3. Szabályos térképek	383
21.4. A négyszín-probléma	386
21.5. A hatszín-tétel	387
21.6. Elegendő színek száma tetszőleges felület esetében	390
21.7. Felületek, amelyek kiszínezéséhez az elegendő számú szín szükséges	
22. NÉGYDIMENZIÓS GEOMETRIA	392
22.1. A legegyszerűbb négydimenziós alakzatok	393
22.2. Szükséges feltétel $\{p, q, r\}$ létezésére	395
22.3. Szabályos politopok szerkesztése	397
22.4. Térkitöltés egybevágó gömbökkel	400
22.5. Statisztikus méhlép	406
TÁBLÁZATOK	409
IRODALOMJEGYZÉK	411
FELADATMEGOLDÁSOK	415
TÁRGYMUTATÓ	463