

Kislexikon

algebra alaptétele Állítás, amely szerint az $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ alakú egyenlethez — ahol az a_0, a_1, \dots, a_n számok komplexek is lehetnek — van legalább egy olyan komplex x szám, amely kielégíti azt.

algoritmus Adott eljárás, amelynek végrehajtása mindig a célul kitűzött eredményre vezet. Így pl. az „euklideszi algoritmus” olyan szabályok halmaza, amelyet két egész számra alkalmazva mindig megkapjuk a legnagyobb közös osztójukat.

analízis A differenciál- és integrálszámításból kifejlődött modern elmélet.

argumentum Olyan konkrét érték, amelyhez függvényérték tartozik. Pl. ha a függvény $y = x^2$, akkor az $x = 7$ argumentumhoz tartozó függvényérték $y = 7^2 = 49$. Egy függvény független változója.*

axióma Állítás, amelyet a későbbi logikai érveléshez alapként fogadunk el. Régebbi időkben az axiómát „önmagában nyilvánvaló” igazságként vagy elvként képzelték el.

bit Egy szám bináris kifejtésében egyetlen jegy. Így 1011 egy négybites szám. A formalizált információelmélet alapegysége.

bináris jelölés Egész számok 2 hatványai szerinti kifejtése, amelyet gyakran használnak a számítógépek.

Decimális	Bináris	Magyarázat
1	1	$1 = (1 \cdot 1)$
2	10	$2 = (2 \cdot 1) + (1 \cdot 0)$
3	11	$3 = (2 \cdot 1) + (1 \cdot 1)$
4	100	$4 = (4 \cdot 1) + (2 \cdot 0) + (1 \cdot 0)$
5	101	$5 = (4 \cdot 1) + (2 \cdot 0) + (1 \cdot 1)$
6	110	$6 = (4 \cdot 1) + (2 \cdot 1) + (1 \cdot 0)$
7	111	$7 = (4 \cdot 1) + (2 \cdot 1) + (1 \cdot 1)$

* Illetve: a független változó egy megengedett értéke. (A lektor)

Kislexikon

byte Nyolc bináris jegy (bit).

csoport A csoport olyan algebrai struktúra, amelyre a következő megkötések (axiómák) teljesülnek. Adott elemeknek egy halmaza; az elemek kettősével összekombinálhatók egy „ \cdot ” művelet segítségével, amelynek eredménye ismét a halmaz egy eleme. Az összekombinálási művelet kielégíti az „asszociativitás törvényét”: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$. A halmaznak van egy e „egységeleme”, amely az összekombinálások során kielégíti az $a \cdot e = e \cdot a = a$ összefüggést a halmazba eső minden a -ra. A halmaz minden a elemének van egy a^{-1} inverze, amely az összekombináláskor kielégíti az $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$ összefüggést. Nagyon egyszerű példa csoportra a két számból: -1 -ből és 1 -ből álló csoport, amelyeket a szorzással kombinálunk össze. Az 1 elem az egység. Az 1 inverze az 1 , a -1 inverze pedig a -1 . Egy csoport *rendje* a benne levő elemek száma.

diophantoszi egyenlet Olyan egyenlet, amelyet az egész számok körében kell megoldani, pl. a $2x^2 - 3y^2 = 5$ diophantoszi egyenletnek az egész számok körében a megoldása $x=2, y=1$.

Dirichlet-probléma Az $x-y$ síkban adott egy R tartomány, az R -nek a B határán pedig adott egy f függvény. A Dirichlet-probléma olyan

$u(x, y)$ függvény megtalálását tűzi ki célul, amely kielégíti a $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ parciális differenciálegyenletet az R -ben, a B -n pedig

olyan értékeket vesz fel, mint f .

A Dirichlet-probléma alapvető fontosságú az elméleti hidro- és aerodinamikában, a rugalmasságtanban, az elektrosztatikában stb.

egészek A pozitív egészek: $1, 2, 3, \dots$. A negatív egészek: $-1, -2, -3, \dots$. Ezenkívül még a 0 (a nulla) is egész.

Fermat nagy tétele/problémája Állítás, amely szerint az $x^n + y^n = z^n$ egyenletnek nincs pozitív egész x, y, z megoldása, ha n 2-nél nagyobb egész szám. Fermat nagy problémája jelenleg az egyik leghíresebb megoldatlan matematikai probléma.

fixpont Olyan pont, amelyet egy transzformáció helyben hagy. Ha pl. egy lemezt a középpontja körül forgatunk, akkor a középpont fixpont.

formalizmus Az az elképzelés, amely szerint a matematika pusztán formális szimbólumokból és kifejezésekből áll, amelyeket előre megadott szabályok vagy megállapodások alapján változtathatunk meg vagy kombinálhatunk. A formalizmus nem foglalkozik a kifejezések jelentésével.

Fourier-analízis Matematikai stratégia, amelyben a periodikus görbéket (függvényeket) elemi periodikus függvényekre (szinuszokra és koszinuszokra) bontjuk fel.

függvény Általában: két halmaz elemei között egy kapcsolat.* Szűkebb értelemben: olyan képlet, amellyel ez a kapcsolat kiszámítható; egy görbe, szabály, vagy „fekete doboz”, amely adott bemenő jelekhez meghatározott kimenő jeleket szolgáltat. Például: $y=x^2$, a bemenő adat x , a kimenő x^2 .

függvénytér Függvények egy halmaza, amelyhez való tartozás bizonyos tulajdonságok teljesüléséhez kötött. Egy híres példa az összes olyan függvény halmaza, amely a $-\pi \leq x \leq \pi$ intervallumon van ér-

telmezve, Lebesgue-mérhető és $\int_{-\pi}^{\pi} |f|^2 dx < \infty$. Hétköznapiabb példa a függvénytérre az összes $y=ax^2+bx+c$ parabolikus függvények halmaza.

Goldbach-sejtés: Sejtés, amely szerint minden páros szám két prímszám összege.

görbeillesztés Olyan „egyszerű” képlet vagy „egyszerű” görbe keresése, amely jól közelít fizikai vagy statisztikai adatokat. Klasszikus példa görbeillesztésre Keplernek az a felfedezése, hogy a bolygók pályái elliptikusak.

hatványsor Speciális típusú végtelen sor, amelyben egy változó egymás utáni hatványait bizonyos számokkal megszorozzuk, majd ezeket összeadjuk. Példák:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$1 + x + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$$

Az x változó hatványsorának általános alakja

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

* Ez valójában a *reláció* meghatározása. A *függvény* olyan speciális reláció, amelyben az első halmaz (a függvény értelmezési tartománya) egy-egy eleméhez egy-egy elem kapcsolódik a második halmazból. (Különböző elemek képeinek nem kell feltétlenül különbözőeknek lenniök. A két halmaznak sem kell különbözőnek lennie.) Pl. az „ y anyja x -nek” kifejezés egy függvényt reprezentál, amely minden emberhez hozzárendeli az anyját; viszont „ y testvére x -nek” nem függvényt, hanem csak relációt fejez ki hiszen egy embernek több testvére is lehet (esetleg egy sem).
(A lektor)

Kislexikon

irracionális szám Valós szám, amelyik nem racionális (nem törtszám).

Az egyik legelső irracionális szám, amelyet felfedeztek, a $\sqrt{2} = 1,414\dots$ volt. A „legtöbb” valós szám irracionális egy olyan értelemben, amelyet Georg Cantor tett precízzé.

kiválasztási axióma Elv, amely lehetővé tesz egy bizonyos fajta matematikai konstrukciót. A kiválasztási axióma azt állítja, hogy ha adott halmazoknak egy összessége, akkor lehet olyan halmazt képezni, amelyik az adott összesség minden halmazából pontosan egy elemet tartalmaz.

kombinatorika A matematika egy ága, amely „számlálás nélkül számol”, amikor a következő formájú kérdésekre próbál választ adni: Hányféleképpen lehet...? Példa: Hányféleképpen lehet öt férjet és öt feleséget egy kör alakú asztal köré leültetni úgy, hogy egyetlen feleség se kerüljön a férje mellé?

komplex szám $a+bi$ alakú szám, ahol a és b valós számok, és $i = \sqrt{-1}$ (vagy $i^2 = -1$). Az ilyen alakú számok rendszeres tanulmányozását „komplex változós függvények elméletének” nevezzük, amelyet gyakran használnak mind a tiszta, mind az alkalmazott matematikában.

konstruktivizmus (Korábbi elnevezés: intuicionizmus). Az az elmélet, amely szerint valójában csak azok a matematikai objektumok léteznek és csak azok értelmesek, amelyeket bizonyos egyszerű objektumokból véges eljárással meg lehet „konstruálni”. L. E. J. Brouwer holland matematikus és követői nevéhez fűződik.

kontinuumhipotézis A cantori halmazelméletben egy halmaz számossága annak „nagyságát” jelenti. Az 1, 2, 3, ... egész számok halmazának számosságát \aleph_0 -al jelöljük. A valós számok halmazának számossága 2^{\aleph_0} . A kontinuumhipotézis azt állítja, hogy nincs olyan számosság, amely \aleph_0 és 2^{\aleph_0} közé esik.

lemma Segéd-tétel. Önmagában esetleg kevésbé érdekes eredmény, de egy lényegesebb tétel bizonyításában lépcsőfoknak használják.

logiczizmus Az az elképzelés, amely szerint a matematika azonos a szimbolikus logikával. Ennek az elképzelésnek az egyik első szószólója Bertrand Russell volt.

maradék Az osztás maradéka, amikor egy egész számot elosztunk egy másikkal. A 10 maradéka modulo 6 (vagyis 6-tal osztva) 4.

mátrix Elemek (általában számok) téglalap alakú elrendezése.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ és } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \end{pmatrix} \text{ mátrixok.}$$

modulo Ha az egészeket „modulo 3” vesszük, akkor nem törődünk a 3 többszöröseivel, és csak a maradékot vesszük tekintetbe. Így $7 \pmod{3} = 1$, mert $7 = (3 \cdot 2) + 1$. Hasonló a helyzet 3-tól különböző modulusokra. Az óra az időt modulo 12 mutatja, nem pedig a teljes eltelt időt.

négyszín-tétel Egy síkbeli térképet úgy kell kiszínezni, hogy a közös határu országok különböző színűek legyenek. A térképkészítők tapasztalata azt mutatta, hogy ehhez négy szín elegendő. Ez az állítás pontos megfogalmazásban több mint egy évszázadon keresztül megoldatlan matematikai probléma volt. Nemrégiben számítógép felhasználásával „bizonyították be”.

nemeuklideszi geometria Olyan, axiómákra épülő geometria, amely ellentétben áll Eukleidész rendszerével. Speciálisan olyan geometria, amelyben Eukleidész ötödik axiómáját egy másikkal helyettesítik. Az ötödik axióma azt állítja, hogy egy egyenessel egy ponton keresztül, amelyik nincs az egyenesen, pontosan egy párhuzamos húzható. Egy jellegzetes nemeuklideszi geometria azt állítja, hogy ilyen párhuzamos nincs.

nemstandard analízis Matematikai számrendszer (és a hozzá kapcsolódó analízis), amelynek szigorú logikai felépítését Abraham Robinson adta meg az 1960-as években. Ez a rendszer lehetővé teszi a végtelen kis mennyiségek használatát.

platonizmus A platonizmus — ahogyan ebben a könyvben használjuk — olyan elképzelés, amely szerint az egész matematika az embertől függetlenül örökké létezik, és a matematikusok munkája csak az, hogy felfedezzék ezeket a matematikai igazságokat.

prímszámtétel Az egész számok sorozatában a prímszámok gyakoriságáról szóló állítás. Ezt a tételt már az 1800-as évek elején sejtették, de az 1890-es évekig nem volt szigorú bizonyítása. Pontosabb megfogalmazásban, ha $\pi(n)$ jelöli az n -nél nem nagyobb prímek számát, akkor $\pi(n)$ megközelítőleg $\frac{n}{\ln n}$, és a közelítés annál jobb, minél nagyobb az n .

racióális szám Tetszőleges olyan szám, amely két egész szám hányadosa: $\frac{1}{1}$, $-\frac{6}{7}$, $\frac{21}{108}$, $\frac{4627}{1039}$, tehát törtszám.

Russell-paradoxon Népszerűen: hazudik-e vagy igazat mond-e az a krétai, aki azt mondja, hogy minden krétai hazudik?*

* A krétai természetesen hazudik, és ebből semmiféle paradoxon nem származik. Ha azt mondaná: „Amit éppen most mondok, az hazugság”, az valóban paradoxonforrás lenne; hiszen ha igaz, akkor hazugság, s ha hazugság, akkor igaz. Némileg rejtélyes, hogy miért tartották ezt az ókortól kezdve igen sokáig paradoxonnak. (A lektor)

Kislexikon

A matematika nyelvén: az összes olyan halmaz halmaza, amely nem eleme önmagának; ez ellentmondásos fogalom.

sorozat Egyik dolog a másik után egy ugyanúgy rendezett halmazban, mint amilyen a pozitív egészek halmaza. Általában számok sorozata, pl. a páros számok 2, 4, 6, ... sorozata vagy a négyzetszámok 1, 4, 9, ... sorozata.

sor Általában, de nem mindig egy *végtelen összeadás*. Olyan matematikai eljárás, amely végtelen sok tagú összeadást tesz lehetővé, így pl. $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$, $1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + \dots$ és $1 - 1 + 1 - 1 + 1 \dots$ nevezetes végtelen sorok.

szóhossz Azon bitek száma, amelyeket egy számítógép normális körülmények között egyetlen egységként kezel.

természetes szám Az 1, 2, ... egészek bármelyike. Pozitív egész.*

valós szám Bármely véges vagy végtelen tizedestört. Példák:

1

2817

-30,00792

81,1111...

0,123 456 789 101 112 131 4

3,14159...

Bármely racionális vagy irracionális szám.

* Az aritmetika halmazelméleti fölépítésében a nullát is a természetes számok közé sorolják, összhangban azzal az általános megfogalmazással, hogy „a természetes számok a *véges* halmazok számosságai” (a 0 az *üres* halmaz számossága). Más területen, pl. a sorozatok és a sorok elméletében is előnyös természetes számként kezelni a nullát. A számelméletben viszont ez gyakran kényelmetlen; ezért a számelmélet sok művelője ma is csökönyszerűen ragaszkodik ahhoz, hogy „a nulla nem természetes szám”. (*A lektor*)